

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА Д 24.2.306.01 НА БАЗЕ
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Иркутский государственный университет»
Министерства науки и высшего образования Российской Федерации
по диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

аттестационное дело № _____
решение диссертационного совета
от «20» января 2022 г. №1

О присуждении Растёгину Алексею Эдуардовичу, гражданину РФ, учёной степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «Энтропийные меры различимости квантовых состояний и смежные вопросы» по специальности «1.3.3. – Теоретическая физика» принята к защите 15 октября 2021 года, протокол №11, диссертационным советом Д 24.2.306.01 на базе Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Иркутский государственный университет» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (664003, г. Иркутск, бульвар Гагарина, д. 20, приказ Рособнадзора о создании диссертационного совета № 1634–894 от 13.07.2007 г.).

Соискатель Растёгин Алексей Эдуардович 1972 года рождения. В 1994 году окончил физический факультет Иркутского государственного университета с присвоением квалификации «инженер-физик». В 2004 году успешно защитил диссертацию «Ограничения состояниезависимого квантового клонирования» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности «01.04.02 – теоретическая физика». В настоящее время Растёгин А.Э. работает доцентом кафедры теоретической физики Иркутского государственного университета.

Диссертация Растёгина А.Э. «Энтропийные меры различимости квантовых состояний и смежные вопросы» выполнена на кафедре теоретической физики

физического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Иркутский государственный университет».

Официальные оппоненты:

Аптекарев Александр Иванович, доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, директор Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук»;

Тарасов Василий Евгеньевич, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцина Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова;

Ульянов Сергей Викторович, доктор физико-математических наук, профессор Государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Московской области «Университет «Дубна»

дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация – Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук – в своём положительном заключении, составленном Трушечкиным Антоном Сергеевичем, ведущим научным сотрудником, доктором физико-математических наук, подписанном Воловичем Игорем Васильевичем, членом-корреспондентом РАН, главным научным сотрудником, доктором физико-математических наук, заведующим отделом математической физики МИАН, и утверждённом Трещевым Дмитрием Валерьевичем, академиком РАН, доктором физико-математических наук, директором МИАН, указала, что результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно, снабжены полными и подробными доказательствами, опубликованы в ведущих международных научных изданиях, а уровень цитируемости позволяет говорить о высокой востребованности полученных результатов в международном научном сообществе. Автореферат правильно и

полно отражает содержание диссертации. Научная новизна и значимость представленных результатов дают основание утверждать, что диссертационная работа Растёгина Алексея Эдуардовича «Энтропийные меры различимости квантовых состояний и смежные вопросы» удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК к докторским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук по специальности «1.3.3. – Теоретическая физика».

По теме диссертационного исследования опубликовано 15 научных статей в международных журналах, индексируемых в международных базах Web of science и Scopus и имеющих высокие показатели цитируемости. Представленные в диссертационной работе результаты докладывались и обсуждались на 46-ом международном симпозиуме по математической физике «Information Theory & Quantum Physics» в 2014 г. (Университет Николая Коперника, Торунь, республика Польша), на семинарах в Центре теоретической физики ПАН (Варшава, республика Польша), Институте физики им. Смолуховского Ягеллонского университета (Краков, республика Польша), Национальном центре квантовой информации (Гданьск, республика Польша), в отделе математических методов квантовых технологий и отделе математической физики МИАН им. В.А. Стеклова. В диссертации не обнаружены недостоверные сведения об опубликованных соискателем учёной степени результатах, авторском вкладе и объеме научных изданий.

Основные научные результаты по теме диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Rastegin A.E. Trace distance from the viewpoint of quantum operation techniques // J. Phys. A: Math. Theor. – 2007. – Vol. 40. – P. 9533-9549.
2. Rastegin A.E. Some properties of partial fidelities // Quantum Inf. Comput. – 2009. – Vol. 9. – P. 1069-1080.
3. Rastegin A.E. Partitioned trace distances // Quantum Inf. Process. – 2010. – Vol. 9. – P. 61-73.

4. Rastegin A.E. Continuity and stability of partial entropic sums // *Lett. Math. Phys.* – 2010. – Vol. 94. – P. 229-242.
5. Rastegin A.E. Renyi formulation of the entropic uncertainty principle for POVMs // *J. Phys. A: Math. Theor.* – 2010. – Vol. 43. – P. 155302.
6. Rastegin A.E. Entropic uncertainty relations for extremal unravelings of super-operators // *J. Phys. A: Math. Theor.* – 2011. – Vol. 44. – P. 095303.
7. Rastegin A.E. Some general properties of unified entropies // *J. Stat. Phys.* – 2011. – Vol. 143. – P. 1120-1135.
8. Rastegin A.E. Upper continuity bounds on the relative q -entropy for $q>1$ // *J. Math. Phys.* – 2011. – Vol. 52. – P. 062203.
9. Rastegin A.E. Notes on entropic uncertainty relations beyond the scope of Riesz's theorem // *Int. J. Theor. Phys.* – 2012. – Vol. 51. – P. 1300-1315.
10. Rastegin A.E. Bounds of the Pinsker and Fannes types on the Tsallis relative entropy // *Math. Phys. Anal. Geom.* – 2013. – Vol. 16. – P. 213-228.
11. Rastegin A.E. Uncertainty relations for MUBs and SIC-POVMs in terms of generalized entropies // *Eur. Phys. J. D.* – 2013. – Vol. 67. – P. 269.
12. Rastegin A.E. On uncertainty relations and entanglement detection with mutually unbiased measurements // *Open Sys. & Inf. Dyn.* – 2015. – Vol. 22. – P. 1550005.
13. Rastegin A.E. Quantum-coherence quantifiers based on the Tsallis relative α entropies // *Phys. Rev. A.* – 2016. – Vol. 93. – P. 032136.
14. Rastegin A.E. Coherence quantifiers from the viewpoint of their decreases in the measurement process // *J. Phys. A: Math. Theor.* – 2018. – Vol. 51. – P. 414011.
15. Rastegin A.E. On entropic uncertainty relations for measurements of energy and its “complement” // *Ann. Phys. (Berlin).* – 2019. – Vol. 531. – P. 1800466.

На диссертацию и автореферат поступили отзывы:

Официальный оппонент *Аптекарев Александр Иванович*, доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, директор Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук». Замечания.

1. В главе 1 на с. 20 вводится аббревиатура ПОЗМ (положительная операторно-значная мера), и как определено в работе, это – положительные меры, удовлетворяющие соотношению полноты. В предложении 2 и ниже используется термин «ПОЗМ-измерения». Для удобства читателя было бы разумно дать определение этого термина.

2. Глава 1 носит предварительный характер, в ней вводится большое количество обозначений, объясняется терминология и получены некоторые технические оценки, которые применяются в других главах. Но при этом нигде не используется слово «определение» (как и в остальном тексте работы). Возможно, для удобства чтения было бы лучше вынести все обозначения и определения в отдельный параграф.

3. В главе 1 даны оценки в частичной следовой метрике в Предложениях 1-6. Возникает вопрос – какое из этих Предложений является основным результатом главы 1, или все они носят вспомогательный технический характер для доказательства остальных результатов работы.

4. На с. 17 в формуле (1.14) вводится термин «положительно полуопределенные операторы». Было бы лучше дать ему определение.

5. На с. 7 (9 строка сверху) автореферата вводится определение X как «квадратный оператор в d -пространстве». Этот термин существует в литературе или здесь имеется в виду обратные матрицы? Замечу, что далее вместо X подставляется разность двух матриц плотности.

6. С. 25, 11 строка сверху. В формуле $X_C \otimes Z_C$ думаю, что опечатка – нижний индекс C у оператора X надо заменить на A .

7. Похоже, имеется некоторое несоответствие понятий, используемых в автореферате и диссертации. В автореферате матрицы ρ называются состояниями системы. А в диссертации на с. 14 вводится $N - d$ -мерное пространство состояний. Пространство состояний – это все же матрицы или векторы? И второе. В диссертации в формулах (1.16) и (1.17) о спектральном разложении имеет место некорректность в обозначениях. С одной стороны, в этих формулах r и t играют роль собственных векторов, а с другой – это номера собственных значений, по которым ведется суммирование. Эти обозначения используются и ниже, в формулах (1.41), (1.42) и т.д. В то же время обозначения базиса вида $\{|e_j\rangle\}$ тоже встречаются, например, в формулах (1.31) и (1.32).

Официальный оппонент *Тарасов Василий Евгеньевич*, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцина Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. Замечания.

В качестве замечаний можно отметить следующее. В настоящее время идет активное построение самосогласованной теории немарковской эволюции открытых квантовых систем, которая необходима для описания функционирования квантовых устройств обработки и передачи информации. Более того, данная теория может рассматриваться как фундаментальное обобщение квантовой механики открытых и замкнутых систем. Для немарковских квантовых систем полугрупповое свойство супероператора, описывающего эволюцию квантового состояния, не выполняется. Это проявляется в том, что динамика квантовой системы в текущий момент времени зависит от всей истории изменения квантового состояний в прошедшие моменты времени. Такое поведение системы интерпретируются как эффекты памяти. Результаты, полученные автором и описанные в диссертационной работе, не зависят от деталей физической реализации квантовых устройств передачи и обработки информации. Более того, эти результаты не зависят и от того, является ли квантовая динамика марковской или немарковской. Данный факт позволяет использовать результаты автора для описания немарковских

квантовых систем, что явно увеличивает значимость результатов, полученных в диссертации. По моему мнению, этот положительный аспект следует подчеркнуть, поскольку увеличивает высокую оценку результатов автора. Сделанное замечание описывает дополнительные достоинства полученных результатов и подтверждает высокую оценку рецензируемой диссертационной работы.

Официальный оппонент *Ульянов Сергей Викторович*, доктор физико-математических наук, профессор Государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Московской области «Университет «Дубна». Замечания.

1. Используемая автором терминология варьируется от главы к главе. Например, можно встретить формулировки «преобразования», «отображения», «квантовые каналы» и «супероператоры». Разумеется, квантовая информатика является сравнительно молодой дисциплиной, в которой русскоязычная терминология ещё не устоялась окончательно. К тому же диссертация подводит итоги работы в течение достаточного промежутка времени, в течение которого взгляды автора вполне могли эволюционировать. И всё же следовало бы приложить больше усилий для унификации используемой терминологии в рамках данной диссертационной работы.

2. В шестой главе было бы целесообразно проиллюстрировать полученные соотношения для экстремальных «распутываний» на примере конкретных квантовых каналов, подобно тому, как это сделано в заключительных абзацах глав 1 и 5. В целом окончание шестой главы представляется несколько «скомканным», особенно на фоне предшествующих детальных рассмотрений.

3. В седьмой главе на стр. 174-176 автор обсуждает применение полученных им результатов к детектированию сцепленных состояний. Здесь было бы очень уместным сопоставление, хотя бы и в краткой форме, с известными критериями сцепленных (запутанных) состояний (энтенглмента), по которым существует обширная литература. В главе 4 автор сравнил новые неравенства типа Пинскера с уже существующими и показал, что в ряде случаев они дают более

сильные оценки на относительную энтропию. Столь же критическое отношение к своим оригинальным результатам хотелось бы видеть и в главе 7.

4. Надписи по осям ординат на рис. 8.1 даны на английском языке. Ясно, что автор просто заимствовал графики из своей статьи [181], но при подготовке диссертации на русском их нужно было переделать.

Ведущая организация – *Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук.* Замечания.

1. Все утверждения, доказанные автором, названы «предложениями». Поскольку их количество велико, то трудно быстро разобраться, какие утверждения основные, а какие – вспомогательные. Для того чтобы читателю было проще в этом ориентироваться, более удачным было бы назвать основные утверждения «теоремами», как обычно делается в математических текстах.

2. В разных главах диссертации повторяются одни и те же базовые определения (например, квантового измерения или квантового канала) – как будто главы представляют собой независимые тексты.

3. В первой главе, а также в некоторых других местах диссертации вместо принятых в математике терминов «расстояние» или «метрика» используется термин «дистанция», что в данном контексте, по-видимому, является неудачным переводом.

4. Можно отметить некоторые неточности текста. Несколько неудачно сформулировано условие расширяемости на с. 45 (вторая глава). Там написано, что если гильбертово пространство расширяется до прямой суммы данного пространства и некоторого другого пространства, то частичная энтропийная сумма остается неизменной на всех состояниях исходного пространства. Во-первых, здесь непонятно слово «если»: для любого гильбертова пространства можно рассмотреть прямую сумму с каким-то другим пространством, здесь нет никакого условия. Во-вторых, следствие можно понять так, как будто энтропийная частичная сумма не зависит от состояния. На самом же деле, сравнение с соответствующим свойством классической частичной энтропийной

суммы позволяет понять, что частичная энтропийная сумма произвольного квантового состояния равна частичной энтропийной сумме вложения этого состояния в гильбертово пространство большей размерности.

5. Не очень понятно, откуда следуют энтропийные соотношения неопределенностей (8.11)-(8.12): не приводится ссылка на источник или предыдущие формулы диссертации, откуда бы следовали данные формулы.

6. Чтение главы 5 (про квантификаторы квантовой когерентности) несколько затрудняет то, что требования, накладываемые на квантификаторы, не сформулированы в виде списка в одном месте.

7. В главе 7 на с. 160 написано: «Эффективность детекторов считается одинаковой по отношению ко всем из выбранных равнонаклоненных базисов. С физической точки зрения такое предположение представляется наиболее естественным». Данное предположение действительно сильно упрощает ситуацию, но с утверждением про его естественность нельзя согласиться. Так, в квантовой криптографии для измерения, например поляризации фотона в одном из двух базисов используют обычно два или даже четыре однофотонных детектора, и у каждого может быть своя эффективность, т.к. невозможно изготовить два абсолютно одинаковых однофотонных детектора. Поэтому эффективность не только зависит от базиса, но зависит и от результата измерения, что создает большие трудности для анализа. Это замечание, конечно, не снижает ценность полученных в диссертации результатов, но хотелось бы обратить на это внимание, чтобы упрощающее предположение воспринималось именно как упрощающее, а не как физически обоснованное. Ввиду важности этого вопроса для квантовой криптографии представляет интерес обобщение результатов на описанный здесь более общий случай.

8. В главе 9 при обсуждении соотношений неопределенности для энергии и времени не упоминается так называемый квантовый предел скорости (quantum speed limit), которому посвящено большое количество классических и современных работ и который как раз считается правильной формулировкой этих соотношений неопределенностей.

Отзывы на автореферат.

1. *Баландин Александр Леонидович*, доктор физико-математических наук, профессор, старший научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт динамики систем и теории управления им. М.В. Матросова Сибирского отделения Российской академии наук. Замечаний нет.

2. *Шестаков Георгий Николаевич*, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук. Замечаний нет.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается широкой известностью их достижений в области теоретической физики, квантовой теории информации и квантовых динамических систем, наличием публикаций по данной тематике, а также способностью определить научную и практическую значимость диссертационной работы.

Официальный оппонент, член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук *Аптекарев Александр Иванович* – известный учёный, высококвалифицированный специалист по ряду актуальных направлений прикладной математики, включая исследования информационных энтропий квантовых систем, автор и соавтор более 170 научных публикаций.

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук *Тарасов Василий Евгеньевич* – известный учёный, признанный эксперт в области теории классических и квантовых динамических систем с памятью, автор свыше 270 научных публикаций и нескольких монографий.

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук *Ульянов Сергей Викторович* – известный учёный, высококвалифицированный специалист по интеллектуальным системам управления динамическими объектами, мягким вычислениям и квантовым алгоритмам, автор и соавтор более 250 публикаций и ряда монографий.

Ведущая организация – Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук – один из ведущих научно-исследовательских центров России по актуальным направлениям фундаментальной математики и ее приложений, включая квантовую теорию информации и математические проблемы квантовых технологий. В МИАН долгие годы работает академик РАН *Холево Александр Семенович*, учёный с мировым именем, один из основоположников квантовой теории информации и автор известной теоремы Холево. Член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук *Волович Игорь Васильевич* – известный учёный, признанный эксперт в области квантовой теории динамических систем и математических моделей квантовых вычислений, автор и соавтор свыше 270 научных публикаций. Доктор физико-математических наук *Трушечкин Антон Сергеевич* – известный специалист по проблемам квантовой статистической физики и квантовой теории информации, автор и соавтор более 50 научных работ.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований: **предложены** частичные аналоги следовой метрики и точности воспроизведения, **сформулированы** неравенства Фанне для частичных энтропийных сумм типа Цаллиса, что, в частности, **позволяет** описывать непрерывность энтропийных характеристик в бесконечномерном пространстве, **определены** области параметров, в которых квантовые унифицированные энтропии обладают свойствами устойчивости и субаддитивности. **Получены** новые неравенства типа Пинскера для квантовой относительной энтропии Цаллиса, **предложены** новые квантификаторы квантовой когерентности на основе этой энтропии. **Сформулированы** новые энтропийные соотношения неопределённостей для экстремальных «распутываний» супероператоров, наборов равнонаклонённых базисов и симметричных информационно полных измерений, **предложена** энтропийная формулировка соотношений неопределённостей для энергии и «дополнения» гамильтониана как сопряжённой с ней переменной.

Теоретическая значимость проведенного исследования определяется систематическим *развитием* идеи, основанной на рассмотрении частичных сумм сингулярных чисел определенных операторов, что демонстрирует широкие возможности по применению унитарно инвариантных норм и принципа максимума Фань Цзы в квантовой теории информации. **Предложенные** квантификаторы квантовой когерентности и сопутствующие соотношения комплементарности характеризуют доступные возможности по использованию когерентности как потенциального ресурса при разработке квантовых информационных технологий. **Сформулированные** энтропийные соотношения неопределённостей для равнонаклонённых базисов и симметричных информационно полных измерений обеспечивают дополнительные перспективы по исследованию концептуальных вопросов квантовой механики.

Значимость полученных соискателем результатов исследования для практики подтверждается тем, что *построенные* меры различимости квантовых состояний и *выведенные* для них соотношения являются инструментами для тестирования и количественного описания каналов передачи и обработки информации на квантовых носителях, особенно в условиях неполноты доступных для анализа данных. Энтропийный подход к описанию уровня неопределённостей *позволяет* естественным путём учесть неэффективности детектирования, неизбежно присутствующие в реальных устройствах.

Оценка достоверности результатов исследования: для теоретических работ результаты получены в рамках стандартной формулировки квантовой механики на основе корректного применения методов теории сохраняющих след вполне положительных преобразований; **выводы базируются** на сопоставлении полученных результатов с результатами других работ, выполненных с использованием иных методов теоретического анализа.

Личный вклад соискателя: диссертация суммирует результаты исследований, проведённых автором лично.

Диссертационный совет пришёл к выводу, что диссертация Растёгина А.Э. является законченным научным исследованием, выполненным по актуальной тематике, результаты которого имеют высокую научную и практическую значимость. Работа соответствует специальности «1.3.3. – Теоретическая физика» и пункту 9 «Положения о присуждении ученых степеней», утверждённого постановлением Правительства РФ № 842 от 24 сентября 2013 г. с последующими дополнениями, а также отвечает всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к докторским диссертациям.

На заседании 20 января 2022 г. диссертационный совет принял решение присудить Растёгину Алексею Эдуардовичу учёную степень доктора физико-математических наук.

Заседание прошло в удаленном интерактивном режиме, очно присутствовало - 13 членов совета, дистанционно — 5 членов совета. При проведении тайного электронного голосования диссертационный совет в количестве 18 человек, из них 7 докторов по специальности «1.3.3. – Теоретическая физика», участвовавших в заседании, из 22 человек, входящих в совет, проголосовали: «за» – 18 , «против» – 0, воздержавшихся от голосования — нет.

Председатель
диссертационного совета Д 24.2.306.01,
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник



Буднев Николай Михайлович

Учёный секретарь
диссертационного совета Д 24.2.306.01,
доктор физико-математических наук,
профессор

Аграфонов Юрий Васильевич

20 января 2022 г.