

## ОТЗЫВ

### официального оппонента

на диссертационную работу Нгуена Дык Миня на тему «Математические модели и алгоритмы решения задач о покрытии и упаковке для поверхностей вращения», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2.

Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертационная работа Нгуена Д.М. посвящена построению математических моделей наилучшего (в том или ином смысле) размещения физических объектов различной природы на гладких поверхностях в трехмерном пространстве, а также разработке и реализации в виде комплекса программ численных методов исследования построенных моделей, имеющих вид задач покрытия и упаковки для поверхностей вращения. Рассмотрено по два типа тончайших покрытий и плотнейших упаковок: когда размещаемыми элементами являются шары и геодезические круги.

**Актуальность темы диссертационной работы** определяется тем, что задачи покрытия и упаковки геометрических объектов являются классическими задачами оптимизации и традиционно применяются в различных областях, таких как безопасность, энергетика, логистика, сельское хозяйство, раскрой материалов и т.п. В последние годы к ним добавились проектирование спутниковых систем связи, радиационная медицина, теория кодирования. Известные методы построения оптимальных покрытий и упаковок ориентированы, в основном, на решение задач на плоскости, в значительно меньшей степени – на сфере и в пространстве. Однако в современных условиях возникает необходимость рассмотрения соответствующих постановок для различных поверхностей вращения: цилиндра, конуса, эллипсоида и т.п., методы решения которых ранее практически не развивались. Отметим также, что в ряде случаев целесообразна замена физического или геодезического расстояния специальной метрикой, призванной отобразить время прохождения сигнала, т.е., к примеру, в логистике в качестве меры удаленности двух точек, зачастую, рассматривается не физическое расстояние, а минимальное доступное время перемещения между ними, которое зависит от состояния дорожной сети и действующего автомобильного трафика, и может даже меняться со временем.

В связи со сказанным, проблематика, которой посвящена диссертация, актуальна, решение рассмотренных научных задач имеет как существенное теоретическое (для развития методов оптимизации и вычислительной

математики), так и большое практическое (для медицины, космической связи и кодирования) значение.

**Оценка научной новизны.** Научную новизну исследования Нгуена Д.М. образуют оригинальный подход к моделированию размещения объектов с predetermined свойствами на гладких поверхностях; новые численные методы исследования полученных моделей, имеющих вид задач о тончайшем покрытии и плотнейшей упаковке для поверхностей вращения, и реализующий их авторский комплекс программ ПУПоВ (Покрытия и Упаковки для Поверхностей Вращения), с помощью которого выполнены модельные расчеты и решены прикладные задачи из области радиационной медицины, космической связи, цифровой обработки изображений и др. Таким образом, налицо присутствие в диссертации всех трех составляющих названия специальности 1.2.2.

Особо хотелось бы подчеркнуть, что ранее методы решения задач о покрытии и упаковке для поверхностей вращения практически не рассматривались, имеются единичные публикации для задачи покрытия сферы круговыми сегментами. В диссертации изучены два типа задач: в первом элементом покрытия/упаковки являются шары, центры которых расположены в пределах целевого множества, во втором – геодезические круги. Данные постановки, вообще говоря, существенно отличаются друг от друга, совпадая только в некоторых частных случаях. Помимо евклидова и геодезического расстояний между точками, рассмотрена также специальная неевклидова метрика, которая характеризует время распространения сигнала между точками и позволяет в прикладных задачах учесть анизотропность среды.

Существенный интерес представляют также доказанные утверждения о релаксационных свойствах предложенных численных алгоритмов и оригинальный метод построения начального приближения в задачах о покрытии и упаковке для сферического сегмента, опирающийся на доказанную автором теорему о свойстве геодезического расстояния, который дает возможность получать субоптимальные решения без использования мультистарта. Это позволяет на порядок повысить скорость расчетов практически без потери точности.

Наконец, результаты применения предложенных модельно-алгоритмического и программного аппарата в медицине, в цифровой обработке изображений и кодировании можно признать вполне успешными, что также является определенным научным достижением.

**Теоретическая значимость** работы определяется тем, что полученные результаты вносят вклад в развитие методов математического моделирования и оптимизации, а также вычислительной математики. В частности, теоретическую ценность для вычислительной геометрии имеет метод построения обобщенных диаграмм Вороного для пространственных квадрик, включая эллипсоиды. Доказанные утверждения о релаксационных свойствах алгоритмов и свойствах криволинейной проекции вносят вклад в развитие численных методов теории оптимизации.

**Практическая значимость** диссертации определяется тем, что разработанный модельно-алгоритмический и программный аппарат позволяют решать прикладные задачи различной направленности: как задачи медицины, связи и обработки изображений, которые были рассмотрены в ходе исследований, так и (в перспективе) безопасности, транспорта, логистики, энергетики.

**Обоснованность и достоверность** результатов исследования подтверждается корректной математической постановкой задач, адекватно описывающей рассматриваемые объекты, корректным применением методов математического моделирования и непрерывной оптимизации, вычислительной математики, доказательством утверждений о свойствах разработанных алгоритмов. Кроме того, полученные результаты там, где это возможно, сопоставлены с известными и не противоречат последним. Разработанный комплекс программ прошел всестороннюю верификацию и апробацию и показал устойчивую работу.

**Апробация и публикации.** Результаты диссертационного исследования опубликованы в 16 научных работах, включая 4 статьи в журналах, публикация статей в которых рекомендуется ВАК РФ при защите кандидатских и докторских диссертаций по специальности 1.2.2, и 4 статьи в изданиях, индексируемых в международных базах WoS и Scopus. Результаты докладывались на 8 представительных научных конференциях, география которых весьма широка: Иркутск, Красноярск, Новосибирск, Омск, Екатеринбург, Ижевск. Получены 3 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ и Сертификат о победе в первом этапе челлендж-конкурса по решению прикладных задач 23-й Международной конференции MOTOR-2024. Имеется также Акт внедрения результатов диссертации от вьетнамской компании, оказывающей сервисные услуги в области медицины. Таким образом, все формальные требования по публикациям и апробации результатов выполнены.

### **Соответствие Паспорту специальности**

Диссертация полностью соответствует Паспорту специальности 1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (физико-математические науки), так как содержит новые научные результаты во всех трех областях, составляющих название специальности 1.2.2. Диссертация соответствует следующим пунктам Паспорта: Пункт 1 «Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений» в части математической формализации задач о покрытии и упаковке для поверхностей вращения; Пункт 3 «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента» в части разработки и реализации численных алгоритмов в виде комплекса программ «Покрытия и упаковки для поверхностей вращения»; Пункт 8 «Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента» в части решения модельных и прикладных задач из области медицины и цифровой обработки изображений. При этом преобладание математических методов исследования позволяет заключить, что работа соответствует отрасли науки – физико-математические.

### **Общая характеристика диссертационной работы**

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 255 наименований. Общий объем работы составляет 176 страниц, включая 82 рисунка и 29 таблиц.

Во введении обоснована актуальность исследования, сформулированы цель и задачи работы, представлены научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, методы исследований, а также положения, выносимые на защиту. Приведены публикации автора по теме диссертации.

В первой главе представлен обзор современных исследований, посвященных задачам покрытия и упаковки на плоскости, сфере и в многомерном пространстве. Особое внимание уделено анализу численных методов решения данных задач, включая метод бильярдного моделирования и оптико-геометрический подход.

Во второй главе выполнена математическая формализация задач о тончайшем покрытии и плотнейшей упаковке для поверхностей вращения, построены конкретные математические модели в виде задач о покрытии (упаковке) шарами (геодезических кругов). Всего предложено 4 типа моделей, для исследования которых разработаны новые численные методы, основанные на построении обобщенных диаграмм Вороного и оптико-геометрическом

подходе, и доказаны теоремы о релаксационности алгоритмов и свойствах геодезического расстояния, на основе чего предложен оригинальный способ построения эффективного начального приближения, позволяющий в некоторых случаях на порядок сократить время расчетов.

В третьей главе описан разработанный комплекс программ "ПУПоВ" (Покрытия и Упаковки для Поверхностей Вращения). Представлены архитектура комплекса, модули для различных поверхностей (сфера, эллипсоид, поверхности цилиндра и конуса), приведены результаты вычислительных экспериментов, подтверждающие его работоспособность. Для проверки корректности работы комплекса выполнено сравнение результатов расчетов с известными решениями, показавшее хорошее их соответствие друг другу.

В четвертой главе приведены решения прикладных задач с использованием разработанного комплекса программ: задача настройки оборудования для лечения опухолей головного мозга гамма-излучением, задача размещения датчиков на сферической фокальной поверхности, задача построения равноугольных жестких фреймов и задача размещения отражателей на поверхности геодезического спутника.

В целом, представленные материалы позволяют достаточно полно оценить актуальность избранной темы, степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, их достоверность и новизну, а также соответствие диссертации критериям, установленным Положением о присуждении ученых степеней.

Содержание автореферата полностью соответствует содержанию диссертации.

Характеризуя диссертацию в целом, отметим, что материал в ней изложен грамотно, последовательно и логично, научная терминология используется корректно. Она оставляет положительное общее впечатление. Тем не менее, работа не свободна от недостатков.

#### **Замечания и вопросы**

1. При построении математических моделей в главе 2 неоднократно отмечается необходимость учета характеристик окружающей среды, что обеспечивается введением специальной неевклидовой метрики. Между тем, в последующих разделах такого рода метрики рассмотрены лишь для модельных примеров. Во всех прикладных задачах применяются стандартная евклидова метрика и/или геодезическое расстояние без учета анизотропии поверхности. Более того, мы не нашли в тексте диссертации информации о

том, как, в принципе, может производиться построение неевклидовых метрик в практических задачах.

2. Из текста диссертации неясно, относятся ли утверждения о релаксационных свойствах вычислительных алгоритмов, приведенные в главе 2, к задачам покрытия и упаковки геодезических кругов, или они справедливы только для случая евклидоваго расстояния между точками (т.е. для шаров)?

3. Глава 2 занимает 50 страниц, является самой большой в диссертации и включает в себя одновременно описание как построения математических моделей, так и численных методов. Возможно, ее следовало бы разделить на две.

4. В диссертации рассмотрены только поверхности вращения второго порядка (квадрики). Между тем, ни в методике построения моделей, ни в методах их исследования мы не нашли информации о том, как используется специфика рассматриваемых поверхностей. Значит ли это, что в описании методов и подходов имеются пробелы, или более сложные объекты могли быть рассмотрены, однако этого не было сделано?

5. В заключительной главе диссертации указано, что результаты исследований нашли свое применение в медицине при лечении злокачественных опухолей. Правдивость этого утверждения, в частности, подтверждается Актом о внедрении разработанного программного обеспечения, выданном компанией «ONLIFE TST Co.», которая занимается технологической поддержкой работы медицинских учреждений Вьетнама. К огромному сожалению, вопросы результативности и эффективности применения программного комплекса ПУПоВ в медицине в диссертации не обсуждаются, хотя такое обсуждение работу могло бы только украсить.

### **Заключение**

Высказанные замечания носят частный характер и не влияют на общую высокую оценку проведенного исследования. Резюмируя, отметим, что диссертационная работа Нгуена Д.М. «Математические модели и алгоритмы решения задач о покрытии и упаковке для поверхностей вращения» представляет собой завершенную научно-квалификационную работу, содержащую новые результаты, вносящие существенный вклад в развитие математического моделирования, численных методов и создание комплексов программ.

Тема исследования является актуальной. Полученные результаты имеют научную и практическую ценность. Основные положения диссертации надлежащим образом апробированы на международных и всероссийских конференциях, соответствующих профилю работы, и опубликованы в

авторитетных научных изданиях, включенных в Перечень ВАК и международные базы цитирования. Выводы и результаты работы являются корректными и научно обоснованными, а автореферат полно и точно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа «Математические модели и алгоритмы решения задач о покрытии и упаковке для поверхностей вращения» полностью соответствует требованиям Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. №842 (в редакции от 16.10.2024), предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Нгуен Дык Минь, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник,  
заведующий отделом прикладной  
математики № 90  
ИСЭМ СО РАН

Хамисов О.В.

« 19 » ноябрь 2025 г.

**Фамилия, имя, отчество лица, представившего отзыв:**

Хамисов Олег Валерьевич

**Почтовый адрес:**

664033, Иркутская область, г. Иркутск, ул. Лермонтова, д. 130.

**Телефон:** +7(3952) 500-646

**Адрес электронной почты:** khamisov@isem.irk.ru

**Наименование организации, работником которой является лицо, представившее отзыв:**

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук

**Должность:** Заведующий отделом прикладной математики № 90.

