

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Растёгина Алексея Эдуардовича «Энтропийные меры различимости квантовых состояний и смежные вопросы», представленную к защите на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности «1.3.3. – Теоретическая физика»

В настоящее время предметом активных исследований стали новые технологии вычислений и коммуникаций, ключевую роль в которых играют квантовые эффекты. Ввиду современных тенденций в микроэлектронике привлечение квантовой теории для анализа функционирования деталей цифровых систем являлось бы попросту неизбежным. Согласно современной точке зрения, без перехода в ближайшем будущем к новой элементной базе вряд ли сохранятся прежние темпы роста вычислительных мощностей. Выяснилось, однако, что развивающиеся квантовые методы обработки информации кардинально отличаются от того, с чем мы имеем дело на существующих цифровых платформах. Несмотря на очевидную сложность для реализации, возможность построения систем квантовых технологий в принципе уже принята в научном сообществе. Более того, системы квантовой криптографии уже предлагаются на рынке технологических решений. Исследование общих для квантовых информационных технологий вопросов, не зависящих от конкретного выбора элементной базы, является задачей квантовой теории информации. Для анализа информационного содержания состояний регистра количественная теория должна иметь набор мер различимости, селекция которых применительно к смешанным квантовым состояниям является нетривиальной задачей. Актуальность диссертационной работы Растёгина А.Э. связана с развитием теоретического инструментария для анализа протоколов передачи и обработки информации на квантовых носителях. При этом целесообразность использования энтропийных функции в такого рода вопросах не вызывает сомнений.

Для описания различий между смешанными состояниями в квантовой информатике широко используются следовая метрика и точность воспроизведения. В первой главе своей диссертации автор ввёл частичные аналоги указанных мер различимости и детально исследовал их свойства, важные с точки зрения применений в квантовой информатике. Квантовые схемы выполняют над состояниями квантового регистра сохраняющие след вполне положительных преобразования, а финальным этапом «считывания» результатов этих преобразований являются квантовые измерения. Введённые в диссертации меры различимости квантовых состояний демонстрируют типичное поведение под действием некоторых квантовых каналов, включая бистохастические и унистохастические каналы.

Благодаря полезным свойствам частичные следовые дистанции и частные точности воспроизведения заслуживают внимания наряду с традиционно применяемыми в квантовой информатике мерами различимости.

Вторая глава диссертации посвящена выводу и обсуждению неравенств типа Фанне для частичных энтропийных сумм типа Цаллиса. Такие неравенства сформулированы для положительных значений энтропийного индекса, а эта область включает частичные суммы энтропии фон Неймана. В определённом смысле эти формулировки являются развитием предложенной в первой главе концепции частичных мер различимости квантовых состояний. Неудивительно, что в основе определения частичных энтропийных снова лежат нормы Фань Цзы. По мнению автора работы, подход на основе частичных энтропийных сумм позволяет исследовать непрерывность изменений энтропии при вариациях матрицы в тех случаях, когда фактическая размерность подпространства актуальных состояний кубитового регистра заранее неизвестна. Вопросы применения установленных автором неравенств типа Фанне в квантовой теории информации заслуживают дальнейших исследований.

В третьей главе дано детальное обсуждение унифицированных энтропий, которые являются обобщением получивших довольно большое распространение энтропий типа Реньи и Цаллиса. Нужно отметить, что энтропии Цаллиса уже традиционно используются в статистической механике неаддитивных систем. Поскольку область применимости унифицированных энтропий зависит от их поведения при стохастических преобразованиях аргументов и разбиении на подсистемы, предпринятое автором исследование можно только приветствовать. Ввиду некоммутативности разрешение основных вопросов касательно квантовых унифицированных энтропий сопряжено с нетривиальными задачами чисто математического характера. Автору удалось в основном справиться с возникающими на этом пути препятствиями. В частности, в третьей главе были доказаны свойства субаддитивности, неравенство Араки-Либа и неубывание унифицированной энтропии при проективных измерениях, что существенно с точки зрения приложений в квантовой информатике.

Четвёртая глава диссертации посвящена неравенствам типа Пинскера и Фанне для относительных энтропий Цаллиса. Эти функционалы дают обобщение стандартной относительной энтропии – общепринятой несимметричной меры удалённости вероятностных распределений. В некоммутативном случае получается квантовая относительная энтропия, ставшая одним из базовых понятий в квантовой информатике. Как правило, энтропийные функционалы с трудом поддаются непосредственному определению на практике. Следовательно, необходимо располагать формальными соотношениями,

описывающими интервал возможных изменений относительной энтропии в терминах других информационных характеристик. В диссертации обсуждаются новые неравенства типа Пинскера между относительной энтропией Цаллиса и следовой метрикой. Далее автором представлены новые соотношения, характеризующие поведение относительных энтропий Цаллиса при стремлении к нулю минимальной вероятности второго аргумента.

Пятая глава диссертации посвящена построению мер квантовой когерентности на основе обобщённых относительных энтропий Цаллиса. Преимущества известных квантовых методов обработки информации над классическими обусловлены существенным использованием неклассических корреляций. Квантовая когерентность по отношению к вычислительному базису является типом корреляций, отличным от широко известной запутанности. В последние годы активизировались исследования квантовой когерентности как информационного и вычислительного ресурса, что подразумевает введение количественных характеристик когерентности и вывод их математических свойств. Автор даёт определение квантификаторов когерентности в случае, когда для сопоставления квантовых состояний используются относительные энтропии Цаллиса. Автор показал, что введённые им квантификаторы когерентности удовлетворяют всем формальным аксиомам, за исключением монотонности при некогерентных селективных измерениях. Последнее свойство должно быть переформулировано с учётом явной зависимости величин от энтропийного параметра. Основные результаты главы проиллюстрированы на примере когерентности кубита. В конце пятой главы кратко обсуждается вопрос о том, как распространить определение мер когерентности на случай переполненного набора векторов.

В шестой главе диссертации автор обсуждает энтропийные соотношения неопределённостей для супероператоров. Его подход основан на том, что действие супероператора можно описать с помощью набора операторов Крауса и сопоставить каждому такому набору вкупе с матрицей плотности соответствующее вероятностное распределение. Тем самым возникает явная возможность охарактеризовать уровень неопределённостей, для чего использованы энтропии Реньи и Цаллиса. Здесь следует учесть, что в описании квантовых каналов операторными суммами имеется определённая свобода. Чтобы фиксировать выбор операторов Крауса, автор предложил использовать свойство экстремальности. В результате получаются неортогональные разложения единицы, для которых и формулируются энтропийные соотношения неопределённостей. Они обобщают известные в литературе соотношения как в плане зависимости от измеряемого состояния, так и в отношении типа используемых энтропийных функций.

Математические выкладки шестой главы во многом опираются на теорему Рисса о выпуклости билинейных форм.

В системах квантовых вычислений и коммуникаций широко применяются измерения со специальной структурой, такие как наборы равнонаклонённых базисов и информационно полные измерения. Например, в протоколе BB84 символы кодируются в состояниях из двух равнонаклонённых базисов. При этом принципиально важен тот факт, то состояние одного из базисов имеет одно и то же перекрытие с любым из состояний другого базиса. Поэтому описание уровня неопределённостей при измерениях в равнонаклонённых базисах имеет значение с точки зрения квантовой криптографии. В седьмой главе автор формулирует энтропийные соотношения неопределённостей для набора равнонаклонённых базисов и симметричных информационно полных измерений. Уровень неопределённостей характеризуется энтропиями Реньи и Цаллиса, включая их симметризованные варианты. Автор подчёркивает, что энтропийная формулировка позволяет естественным образом учесть вклад неэффективностей детектирования. Правая часть таких соотношений включает слагаемые, отражающие вносимую реальными детекторами дополнительную неопределённость.

Восьмая глава диссертации посвящена одному из возможных подходов к формулировке энтропийных соотношений неопределённостей для энергии и времени. Как известно, время не представляется возможным трактовать как оператор подобно другим квантовомеханическим наблюдаемым. Одна из наиболее известных формулировок, предложенная Мандельштамом и Таммом, использует характеристику временного интервала, в течение которого данная наблюдаемая претерпевает изменения, сопоставимые по величине с её средним значением. Встречается также интерпретация, гласящая, что в квантовой механике сохранение энергии может быть проверено путём двух измерений лишь с точностью, обратно пропорциональной интервалу между измерениями. Концепция «дополнения» гамильтониана позволяет отойти от стремления трактовать время как наблюдаемую, сосредоточившись вместо этого на характере эволюции системы во времени. Хотя данная концепция применима не во всех случаях, её вполне можно использовать для систем, представляющих интерес для квантовой информатики. Автор использовал понятие «дополнения» гамильтониана для формулировки соотношений неопределённостей на языке энтропий Реньи и Цаллиса. С целью обосновать преимущества разработанного метода были рассмотрены примеры. Как и в предыдущей главе, автор уделит внимание формулировке с учётом неэффективностей детектирования.

В качестве замечаний можно привести следующие комментарии.

1. Используемая автором терминология варьируется от главы к главе. Например, можно встретить формулировки «преобразования», «отображения», «квантовые каналы» и «супероператоры». Разумеется, квантовая информатика является сравнительно молодой дисциплиной, в которой русскоязычная терминология ещё не устоялась окончательно. К тому же диссертация подводит итоги работы в течение достаточного промежутка времени, в течение которого взгляды автора вполне могли эволюционировать. И всё же следовало бы приложить больше усилий для унификации используемой терминологии в рамках данной диссертационной работы.

2. В шестой главе было бы целесообразно проиллюстрировать полученные соотношения для экстремальных «распутываний» на примере конкретных квантовых каналов, подобно тому, как это сделано в заключительных абзацах глав 1 и 5. В целом окончание шестой главы представляется несколько «скомканным», особенно на фоне предшествующих детальных рассмотрений.

3. В седьмой главе на стр. 174-176 автор обсуждает применение полученных им результатов к детектированию сцепленных состояний. Здесь было бы очень уместным сопоставление, хотя бы и в краткой форме, с известными критериями сцепленных (запутанных) состояний (энтенглмента), по которым существует обширная литература. В главе 4 автор сравнил новые неравенства типа Пинскера с уже существующими и показал, что в ряде случаев они дают более сильные оценки на относительную энтропию. Столь же критическое отношение к своим оригинальным результатам хотелось бы видеть и в главе 7.

4. Надписи по осям ординат на рис. 8.1 даны на английском языке. Ясно, что автор просто заимствовал графики из своей статьи [181], но при подготовке диссертации на русском их нужно было переделать.

Перечисленные недочёты не носят принципиального характера и скорее характеризуют имевшую место при подготовке диссертационного труда рабочую атмосферу. Они не влияют на общую высокую оценку оппонируемой диссертации.

Автореферат корректно и полно отражает содержание диссертации. Диссертационная работа содержит умеренное количество опечаток. Представленные в ней результаты опубликованы в рецензируемых научных журналах соответствующего уровня и в достаточной мере апробированы на научных конференциях и семинарах.

Научная новизна и значимость представленных результатов дают основание утверждать, что диссертационная работа Растёгина Алексея Эдуардовича «Энтропийные меры различимости квантовых состояний и смежные вопросы» удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК к докторским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения

учёной степени доктора физико-математических наук по специальности «1.3.3. – Теоретическая физика».

На обработку персональных данных согласен.

Официальный оппонент:

Ульянов Сергей Викторович

Основное место работы, должность:

Государственный университет «Дубна»,

профессор

Учёная степень:

доктор физико-математических наук по специальности 05.13.018

e-mail: ulyanovsv46\_46@mail.ru

Подпись Ульянова Сергея Викторовича заверяю

Ученый секретарь



/ д.т.н. Немченко И. Б. /

18.11.2021г.

141 980, г. Дубна, Московская обл.,  
ул. Университетская, 19