

ОТЗЫВ

**официального оппонента на диссертацию Растёгина Алексея Эдуардовича
«Энтропийные меры различимости квантовых состояний и смежные вопросы»,
представленную к защите на соискание учёной степени доктора физико-
математических наук по специальности «1.3.3. – Теоретическая физика»**

Современное развитие компьютерных и информационных технологий ведёт миниатюризации элементной базы и переходу к атомным и даже субатомным масштабам. Описание функционирования устройств обработки и передачи информации на таких масштабах невозможно без использования современной квантовой теории. В последние десятилетия стали активно изучаться вопросы хранения и обработки информации в системах, которые подчиняются законам квантовой механики. Всё это привело к формированию квантовой теории информации, в рамках которой концептуальные вопросы теоретической физики играют ключевую роль. В квантовой информатике изучаются, прежде всего, вопросы, не зависящие от деталей физической реализации квантовых устройств передачи и обработки информации. В силу этого нужно располагать количественными характеристиками информации, содержащейся в отдельном квантовом состоянии и различий между квантовыми состояниями. Построению и изучению мер различимости квантовых состояний и посвящена диссертация А.Э. Растёгина. Выбранная соискателем тематика диссертационного исследования актуальна и своевременна для современной теоретической физики.

В первой главе диссертации предложены и исследованы частичные аналоги таких величин, как следовая метрика и точность воспроизведения. В основу определения новых мер различимости квантовых состояний положены унитарно инвариантные нормы Фань Цзы. Автором продемонстрированы важные свойства частичных следовых дистанций и частных точностей воспроизведения, что делает их во многом подобными стандартным следовой метрике и точности воспроизведения. Предложенные автором величины позволяют обнаруживать характерное поведение при квантовых операциях определённого типа, включая бистохастические и унистохастические квантовые каналы. Перечисленные свойства позволяют использовать введённые меры различимости квантовых состояний для тестирования квантовых каналов с неизвестной исследователю внутренней структурой. Тем самым появляются дополнительные возможности по анализу квантовых систем вычислений и коммуникаций.

Во второй главе автор предлагает исследовать непрерывность энтропий на основе

рассмотрения частичных энтропийных сумм. Автором диссертации предложено определение частичных сумм с использованием унитарных инвариантных норм Фань Цзы. Для частичных энтропийных сумм Цаллиса автором сформулированы неравенства обобщающие неравенство Фанне, используемое в конечномерном случае. Область применимости результатов включает частичные суммы энтропии фон Неймана. Предложенный в диссертации подход даёт возможность охарактеризовать свойство непрерывности энтропии в бесконечномерном пределе. Если квантовые состояния рассматриваемой системы будут оставаться в конечномерном подпространстве, даже неизвестном априори исследователю, то доказанные автором неравенства типа Фанне могут применяться для частичных энтропийных сумм.

В третьей главе диссертации рассмотрено семейство двухпараметрических обобщений энтропий Шеннона и фон Неймана, которое включает энтропии Реньи и Цаллиса как частные случаи. С точки зрения приложений квантовых унифицированных энтропий отдельный интерес представляют их свойства при стохастических преобразованиях и разбиении на подсистемы. В достаточно широких параметрических диапазонах автором доказаны свойства субаддитивности, неравенство Араки-Либа и монотонность квантовой унифицированной энтропии при проективных измерениях. Показано, что не убывание энтропии уже не имеет место при обобщённых квантовых измерениях. Автор вывел неравенства типа Фанне, характеризующие непрерывность унифицированных энтропий в терминах следовой метрики. Исследована устойчивость унифицированных энтропий при неограниченном увеличении размерности пространства состояний. Описана зависимость устойчивости или её отсутствия от значений параметров энтропии.

В четвёртой главе автор предлагает новые соотношения, описывающие поведение относительной энтропии Цаллиса как в классическом, так и в квантовом режиме. Рассмотренные величины являются обобщением относительной энтропии, или дивергенции Кульбака-Лейблера, которая была введена как несимметричная мера статистической различимости. Поскольку эта величина может принимать сколь угодно большие значения, важную роль играют неравенства, ограничивающие диапазон возможных изменений относительной энтропии в терминах других информационных характеристик. Автор диссертации получил новые неравенства типа Пинскера между относительной энтропией Цаллиса и следовой метрикой. Эти результаты дополняют и в некоторых случаях улучшают оценки, приведённые в существующей литературе. При стремлении к нулю минимального элемента второго аргумента относительные энтропии могут неограниченно возрастать, что было доказано в диссертации.

В пятой главе рассматриваются количественные меры квантовой когерентности на базе обобщённых относительных энтропий Цаллиса. В настоящее время большое внимание уделяется потенциальному использованию корреляций, отличных от квантовой сцепленности квантовых состояний. Последовательный подход к трактовке когерентности как ресурса для систем квантовых вычислений и коммуникаций был предложен сравнительно недавно. В рамках указанного подхода автор исследовал квантификаторы когерентности на основе семейства параметризованных относительных энтропий. Автором было доказано, что введённые квантификаторы когерентности удовлетворяют всем формальным аксиомам, за исключением монотонности в среднем при некогерентных селективных измерениях. Предложенная формулировка монотонности при некогерентных селективных измерениях содержит зависимость от параметра, что является необходимым элементом. Рассмотрены также соотношения комплементарности между мерами квантовой когерентности и характеристикой смешанности квантового состояния.

В шестой главе диссертации предложены соотношения неопределённостей для супероператоров, сохраняющих след матрицы плотности. Для этого предварительно вводятся специфические наборы операторов Крауса, задающих супероператор. Необходимость выделять такие наборы обусловлена имеющейся свободой представления квантовых каналов в виде операторных сумм. Для заданных матрицы плотности и супероператора получен набор операторов Крауса, описывающий «распутывание» («рассцепление»). Этот набор обладает свойством экстремальности, при котором ассоциированные энтропии Цаллиса с положительным индексом и энтропии Реньи с индексом между 0 и 1 минимизируются этим набором. Тем самым оценки снизу, полученные для энтропий экстремальных распутываний, остаются справедливыми и для произвольных распутываний при условии попадания энтропийных параметров в указанные диапазоны. В случае соотношений неопределённостей представляют интерес формулировки двух видов, а именно зависящие от измеряемого состояния и справедливые для всех возможных состояний. Автором диссертации получены обе такие формулировки, и новые соотношения неопределённостей проиллюстрированы на ряде примеров.

В седьмой главе представлены новые энтропийные соотношения неопределённостей для равнонаклонённых базисов и симметричных информационно полных измерений, которые лежат в основе многих квантовых протоколов. В качестве характеристики уровня неопределённостей использованы энтропии Реньи и Цаллиса. Результаты следуют из точного вычисления индекса совпадения для симметричного информационного измерения или оценки сверху его усреднённого по набору базисов значению. Приведённые вычисления для симметричного информационного измерения являются оригинальными.

Рассмотрены как не зависящая от измеряемого состояния формулировка, так её улучшение с явной зависимостью от матрицы плотности. Обсуждается применение полученных соотношений для построения схем детектирования запутанности квантовых состояний. Автором также получены соотношения неопределённостей с учётом неэффективностей детектирования при наличии шумов.

В восьмой, главе диссертации автор рассматривает энтропийные соотношения неопределённостей для энергии и дополнительного измерения, известного в литературе как «дополнение» гамильтониана. Понятие «дополнения» гамильтониана даёт возможность рассматривать переполненный набор состояний, на которых гамильтониан действует как генератор сдвигов. Построение из таких состояний разложения единицы возможно в случае, когда энергетические уровни системы удовлетворяют, точно или приближённо, условию соизмеримости. Полученные автором соотношения неопределённостей могут применяться к системам квантовых вычислений и коммуникаций. Эти соотношения непосредственно связаны со статистикой измерений в отличие от более общих, но и более абстрактных соотношений.

В качестве замечаний можно отметить следующее. В настоящее время идет активное построение самосогласованной теории немарковской эволюции открытых квантовых систем, которая необходима для описания функционирования квантовых устройств обработки и передачи информации. Более того, данная теория может рассматриваться как фундаментальное обобщение квантовой механики открытых и замкнутых систем. Для немарковских квантовых систем полугрупповое свойство супероператора, описывающего эволюцию квантового состояния, не выполняется. Это проявляется в том, что динамика квантовой системы в текущий момент времени зависит от всей истории изменения квантового состояний в прошедшие моменты времени. Такое поведение системы интерпретируются как эффекты памяти. Результаты, полученные автором и описанные в диссертационной работе, не зависят от деталей физической реализации квантовых устройств передачи и обработки информации. Более того, эти результаты не зависят и от того, является ли квантовая динамика марковской или немарковской. Данный факт позволяет использовать результаты автора для описания немарковских квантовых систем, что явно увеличивает значимость результатов, полученных в диссертации. По моему мнению, это положительный аспект следует подчеркнуть, поскольку увеличивает высокую оценку результатов автора.

Сделанное замечание описывает дополнительные достоинства полученных результатов и подтверждает высокую оценку рецензируемой диссертационной работы.

Автореферат полно и корректно отражает содержание диссертации. Диссертационная работа содержит некоторое количество опечаток. Представленные в работе результаты опубликованы в ведущих международных научных журналах и апробированы на конференциях и семинарах.

Научная новизна и значимость представленных результатов дают основание утверждать, что диссертационная работа Растёгина Алексея Эдуардовича «Энтропийные меры различимости квантовых состояний и смежные вопросы» удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК к докторским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук по специальности «1.3.3. – Теоретическая физика».

На обработку персональных данных согласен.

Официальный оппонент:

Тарасов Василий Евгеньевич

Основное место работы, должность:

Научно-исследовательский институт
ядерной физики имени Д.В. Скобельцина
Московского государственного
университета имени М.В. Ломоносова,
ведущий научный сотрудник

Учёная степень:

доктор физико-математических наук по специальности

01.04.02 – теоретическая физика

e-mail: tarasov@theory.sinp.msu.ru

Тарасов

16.11.2021

Подпись Тарасова Василия Евгеньевича заверяю

Сигаева Екатерина Александровна

Кандидат физико-математических наук

Ученый секретарь НИИЯФ МГУ

*119991, ПСП-1, Москва,
Ленинские горы, дом 1, строение 2.*

