

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ИНСТИТУТ ФИЗИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ  
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

*На правах рукописи*



Омпоков Вячеслав Дамдинович

ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ АНАЛИЗ ПУЛЬСОВЫХ СИГНАЛОВ  
С ПОМОЩЬЮ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГИЛЬБЕРТА-ХУАНГА

01.04.03 - Радиофизика

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук, профессор  
Бороньев Виталий Васильевич

Улан-Удэ - 2019

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение</b>	3
<b>Глава 1. Радиофизические методы исследования биомедицинских сигналов</b>	10
1.1. Биомедицинские сигналы и математические методы их обработки	10
1.2. Спектральный анализ пульсовых сигналов	15
1.3. Методы частотно-временного анализа сигналов	16
1.4. Преобразование Гильберта-Хуанга	29
Выводы	33
<b>Глава 2. Преобразование Гильберта-Хуанга в частотно-временном анализе модельных сигналов</b>	34
2.1. Эмпирическая модовая декомпозиция модельных сигналов	34
2.2. Преобразование Гильберта модовых функции	41
2.3. Преобразование Гильберта-Хуанга модельных сигналов	44
2.4. Модовая декомпозиция модельных сигналов с шумом	53
2.5. Множественная эмпирическая модовая декомпозиция	57
2.6. Модифицированный метод модовой декомпозиции с использованием Фурье-спектра	60
2.7. Оценка погрешности методов модовой декомпозиции	66
Выводы	68
<b>Глава 3. Анализ частотно-временной структуры пульсовых сигналов с помощью модифицированного преобразования Гильберта-Хуанга</b>	70
3.1. Частотно-временной анализ пульсовых сигналов	70
3.2. Количественная оценка данных частотно-временного анализа пульсовых сигналов	77
3.3. Особенности частотно-временных распределений пульсовых сигналов в разных группах	81
3.4. Сравнение с методом анализа вариабельности сердечного ритма	86
Выводы	93
<b>Заключение</b>	94
<b>Список литературы</b>	95

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Анализ динамики систем различной природы с меняющимися во времени характеристиками является одной из актуальных задач цифровой обработки сигналов. Это связано с тем, что большинство естественных материальных процессов, реальных физических систем и соответствующие этим процессам и системам данные в той или иной мере являются нестационарными. Примерами таких процессов являются данные радио- и гидролокации, сейсмической активности, турбулентные поля, речевые сигналы и музыка, биомедицинские сигналы и т.д.

Классический подход к проведению исследований таких процессов состоит в предположении квазистационарности – медленного изменения параметров во времени. В этом случае небольшие фрагменты регистрируемых процессов можно рассматривать как почти стационарные, применяя к ним классические радиофизические методы обработки и анализа сигналов: фильтрацию сигналов, повышение отношения сигнал/шум, статистический и спектральный анализ и т.д. Однако использование этих методов является эффективным при решении ограниченного круга задач. Необходимость создания новых инструментов анализа структуры сигналов, которые могли бы эффективно применяться для обработки нестационарных процессов в динамике, привело к появлению ряда оригинальных подходов (*Гуляев Ю.В., Годик Э.Э. и др.*).

Среди известных методов анализа нестационарных процессов следует отметить: оконное преобразование Фурье, преобразование Вигнера-Вилле (*Дж. Вилль, Е. Вигнер, Коэн Л., Лазоренко О. В.*), метод сингулярного спектрального анализа (*Broomhead, D.S., Elsner, J.B., Данилов Д.Л.*), вейвлет-преобразование (*А. Гроссман, Ж. Морле, И. Мейер, И. Добеши*). Однако, как показывает анализ опыта их использования, у данных методов есть определенные ограничения и недостатки. Так, функция спектральной плотности, полученная с помощью преобразования Вигнера-Вилле, в некоторых областях может оказаться отрицательной, что не может быть интерпретировано корректно из физических

соображений. Практическое использование вейвлет-преобразований при анализе биомедицинских сигналов ограничивается сложностью получения количественных оценок.

В 1998 г. Н. Хуангом был предложен новый метод анализа нестационарных процессов на основе разложения наблюдаемого процесса на эмпирические моды и преобразовании Гильберта, получивший название преобразования Гильберта-Хуанга (*Norden E. Huang, Samuel S.P. Shen, Zhaohua Wu*). Главное преимущество предложенного метода заключается в том, что не требуется проводить предварительные исследования, направленные на выбор оптимального материнского базиса. Поэтому преобразование Гильберта-Хуанга проще использовать на практике при проведении вычислений. Данный подход положительно зарекомендовал себя при решении широкого круга задач, в особенности за рубежом. Так, преобразование Гильберта-Хуанга используется для исследования метеорологических наборов данных (*D.G.Duffy*), изменений климата (*K.Coughlin, Ka Kit Tung*), спутниковых данных (*J.E.Pinzon, M.E.Brown, C.J.Tucker*), температурных циклов Земли (*S.P. Shen, Tingting Shu u m.д.*), приземного слоя озона (*Wanyun Xu, Weili Lin, Jianqing Huang*), океанических волн (*P.A.Hwang, D.W.Wang*), структурных повреждений, в том числе мостовых конструкций (*L.W.Salvino, D.J.Pine, M.Todd, W.L.Chiang*), биомедицинских данных (*Chin-Feng Lin, Yu-Yi Chien, Rui Fonseca-Pinto, Siyi Deng, Ramesh Srinivasan, A. Stankus, O. G. Kyselova, G. Varoneckasa*), анализе и визуализации изображений (*S.R.Long*) и т.д. Российские исследователи также начали активно использовать преобразование Гильберта-Хуанга для решения различного рода задач: для фильтрации геофизических данных от шумов (*Давыдов В.А., Давыдов А.В., Суханова Л.*), исследования время-частотных характеристик сигналов магнитных зондов (*Орловский И.И., Какурин А.М.*), сейсмических сигналов (*А.Н. Павлов, А.Е. Филатова, А.Е. Храмов*), кардиографической информации (*Тычков А.Ю., Чураков П.П.*), обработки данных биорадиолокации (*Анищенко Л.Н.*) и др. Выполненные ими теоретические и экспериментальные исследования показали, что преобразование Гильберта-Хуанга позволяет детализировать частотно-

временную структуру исследуемых сигналов и выявлять временные и пространственные закономерности. Однако вследствие недостаточной научно-теоретической проработанности метода отсутствуют обоснованные рекомендации выбора параметров преобразования для анализа различного рода сигналов, в том числе биомедицинских. Поэтому необходимо выполнить ряд предварительных расчетов для уточнения параметров преобразования применительно к анализируемому процессу.

Преобразование Гильберта-Хуанга существенно расширяет и дополняет возможности радиофизических методов обработки и анализа биомедицинских сигналов, в том числе сфигмографических (пульсовых), отражающих основные системные закономерности в структуре и функционировании организма человека. Появляется возможность анализировать свойства сигнала одновременно во временном и в частотном пространствах. Это дает возможность выявления новых диагностических признаков, существенно повышающих качество расшифровки биомедицинских данных в дополнение к используемым параметрам пульсовых сигналов для задач медицинской диагностики (Десова А.А., Гучук В.В., Дорофеюк А.А., Анохин А.М., Муха Ю.П.), к результатам математического моделирования движения кровотока, разработке компьютерных методов диагностики сердечно-сосудистой системы и создания на их основе диагностических комплексов (Поединцев Г.М., Воронова О.К., Руденко М.Ю., Зернов В.А.), к параметрам математических моделей пульсовой волны (Михайлов Н.Ю., Толмачев Г.Н.) и др.

Однако к моменту начала наших исследований многие аспекты, касающиеся особенностей применения эмпирической модовой декомпозиции и преобразования Гильберта к анализу биомедицинских данных, включая пульсовые сигналы, не были рассмотрены. Метод недостаточно апробирован на модельных сигналах, близких по структуре к анализируемому процессу, не исследована область применимости и оценка точности различных модификаций метода. Поэтому исследования особенностей использования преобразования Гильберта-Хуанга в качестве инструмента декомпозиции биомедицинских

сигналов в целях выделения физиологически значимых частотно-временных характеристик пульсовых сигналов для последующего анализа является актуальным. Таким образом, новые методологии и подходы радиофизики могут существенно дополнить наши представления об организме человека и открыть широкие возможности в медицине.

**Целью работы** является анализ частотно-временной структуры пульсовых сигналов с помощью преобразования Гильберта-Хуанга.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**:

1. Разработать метод частотно-временного анализа пульсовых сигналов на основе метода эмпирических мод и преобразования Гильберта.
2. Оценить влияние аддитивного шума на точность декомпозиции модовых функций.
3. Изучить динамику изменения спектральных компонент пульсовых сигналов во времени с помощью преобразования Гильберта-Хуанга и произвести ее количественную оценку.
4. Исследовать возможность использования разработанного метода для классификации пульсовых сигналов на группы.

**Методы исследования.** При решении поставленных в работе задач использовались преобразование Фурье, вейвлет-преобразование, метод эмпирической модовой декомпозиции и преобразование Гильберта, а также методы математической статистики. Экспериментальные исследования включали в себя регистрацию пульсовых сигналов с помощью датчиков, их обработку и анализ у людей с разным функциональным состоянием организма.

**Научная новизна** заключается в следующем:

- Впервые предложено и обосновано использование преобразования Гильберта-Хуанга в задаче обработки и анализа пульсовых сигналов.
- Предложен модифицированный метод преобразования Гильберта-Хуанга с использованием данных о Фурье-спектре для частотно-временного анализа квазипериодических сигналов.

- Определены информативные параметры преобразования Гильберта-Хуанга пульсовых сигналов.
- Выявлены особенности в частотно-временной структуре пульсовых сигналов, позволяющие производить их классификацию.

**Практическая значимость** заключается в том, что разработанный алгоритм и критерии оценки результатов исследования пульсовых волн с помощью преобразования Гильберта-Хуанга могут быть расширены и использованы для исследования квазипериодических сигналов любой природы. Разработанные алгоритмы значительно расширили функциональные возможности существующего автоматизированного пульсодиагностического комплекса. Появилась возможность определения девиации частоты сигнала. Полученные результаты могут быть рекомендованы для применения в медицинской практике в качестве показателей состояния функциональных систем и человека в целом.

На защиту выносятся следующие **основные положения**:

1. Предложенный и обоснованный метод частотно-временного анализа сигналов на основе эмпирической модовой декомпозиции и преобразования Гильберта позволяет провести детальное изучение динамики изменения спектральных компонент пульсовых сигналов во времени.

2. Предложен и реализован метод разложения пульсовых сигналов на модовые компоненты на основе преобразования Фурье и эмпирической модовой декомпозиции, который существенно повышает эффективность частотно-временного анализа пульсовых сигналов.

3. Количественные характеристики спектральных компонент пульсовых сигналов, полученные с помощью модифицированного преобразования Гильберта-Хуанга, позволяют производить классификацию анализируемых данных на группы.

**Достоверность результатов** работы обеспечивается: корректным использованием математического аппарата, устойчивостью разработанных методов анализа структуры сигналов к шумам, соответствием и согласованностью результатов численных расчетов с результатами, полученными другими

методами, сравнением оценок погрешностей разработанных методов с независимыми экспериментальными данными. Обоснованность статистических выводов обеспечивается значительным объемом выборок

**Апробация работы.** Результаты исследований по теме диссертации были представлены на следующих научных мероприятиях: XXVI Всероссийская открытая научная конференция "Распространение радиоволн" (Казань, 2019); XIV и XVI Международные конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение» (Москва, 2012, 2014); XIV и XXIV международные симпозиумы «Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы» (Улан-Удэ, 2007, Томск, 2018); Международная конференция по компьютерным технологиям в физических и инженерных приложениях - ICSTREA-2014 (Санкт-Петербург, 2014); Международная научная конференция “Зондирование земных покровов радарными и радиометрами с синтезированной апертурой” (Энхалук, 2013); Всероссийская конференция «Математическое моделирование и вычислительно-информационные технологии в междисциплинарных научных исследованиях» (Иркутск, 2009); XI и XII конференции по фундаментальным и прикладным проблемам физики (Улан-Удэ, 2014-2015 гг.); Научно-практическая конференция преподавателей, научных работников и аспирантов (Улан-Удэ, 2016, 2018).

**Публикации.** По материалам диссертации опубликовано 16 работ. Из них 8 работ опубликовано в изданиях, представленных в “Перечне рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук”. 4 публикации на английском языке, проиндексированные в международных научных базах Web of Science и Scopus. В Государственном реестре программ и баз данных зарегистрирована 1 программа для ЭВМ.

**Личный вклад автора** заключается в проведении аналитических и численных расчетов при решении поставленных задач с целью обоснования предложенных методов, участием в проведении экспериментов, в разработке алгоритмов, компьютерной обработке массивов экспериментальных данных,

интерпретации результатов и сопоставлении с данными других исследований, подготовке публикаций.

Все представленные в данной работе результаты исследований были получены и опубликованы при непосредственном личном участии автора.

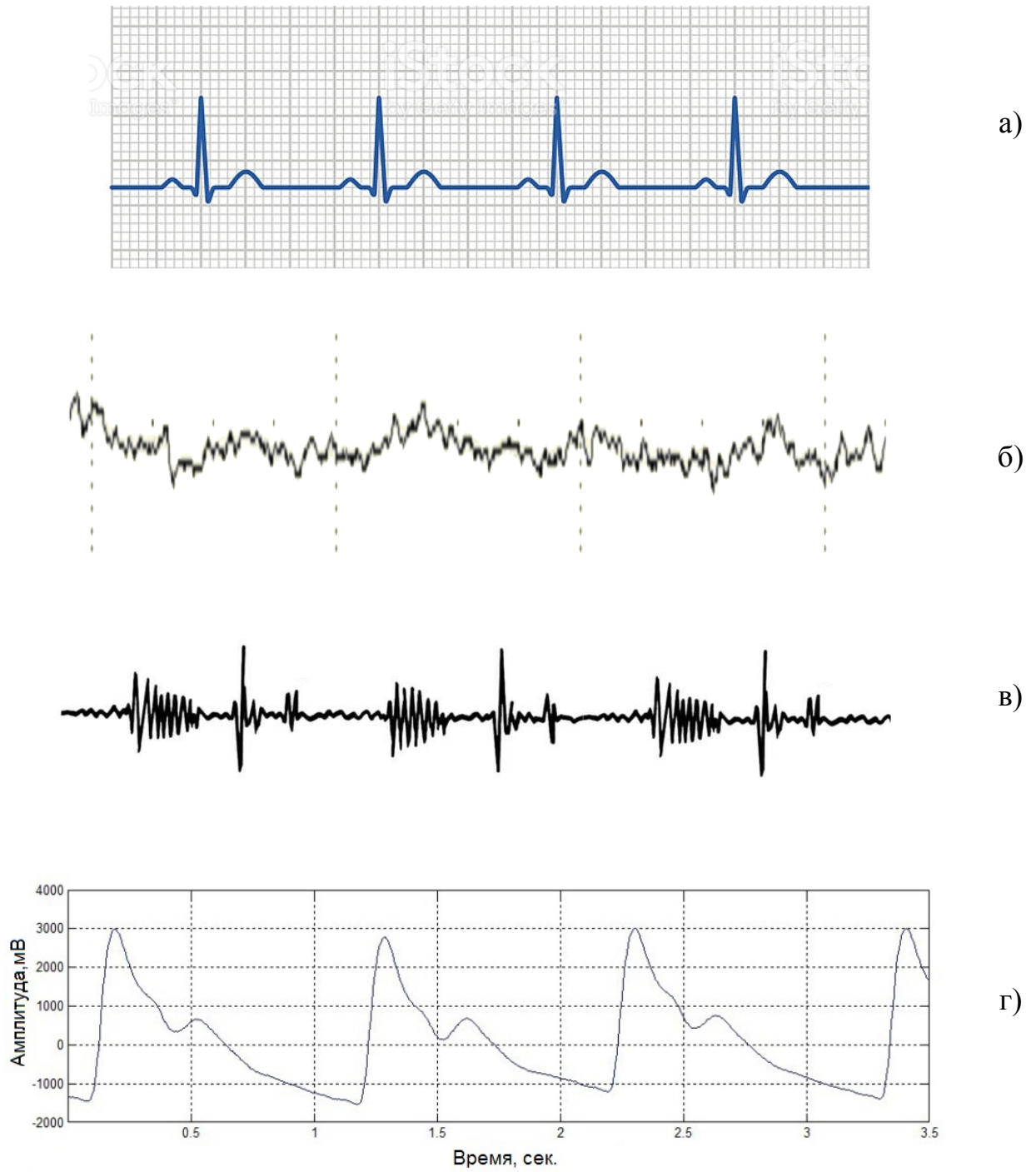
Постановка задач и конкретизация направлений исследований осуществлялись научным руководителем работы д.т.н., проф. В.В. Бороноевым.

## **ГЛАВА 1. РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ БИОМЕДИЦИНСКИХ СИГНАЛОВ**

В данной главе проведен анализ литературных источников, в которых рассмотрены радиофизические методы исследования биомедицинских сигналов. В §1.1 рассмотрены методы обработки и анализа биомедицинских сигналов. Работы по спектральному анализу биомедицинских сигналов представлены в §1.2. В параграфе 1.3 проанализированы методы частотно-временного анализа сигналов различной природы. В §1.4 представлено преобразование Гильберта-Хуанга.

### **1.1. Биомедицинские сигналы и математические методы их обработки**

Радиофизические методы исследования сигналов являются неотъемлемыми компонентами систем анализа биомедицинских сигналов [31-41, 50, 56], выполняя различные задачи от предварительной обработки и фильтрации [65, 67, 77, 80, 82, 86, 92] до выделения диагностических признаков и структурной идентификации [33, 34, 35, 36, 41, 73]. Они применяются для исследования широкого класса биологических и физиологических систем, таких как электрическая активность сердечно-сосудистой системы, нейромышечной системы и мозга; изменения давления в сердечно-сосудистой системе; звуки и сигналы вибрации от сердечно-сосудистой, мышечно-скелетной и дыхательной систем; магнитные и электрические поля мозга и т.д. Наиболее информативными видами сигналов биомедицинской природы являются (рис.1.1.1): электрокардиограмма (кривая биопотенциалов сердца), электроэнцефалограмма (запись электрической активности мозга), фонокардиограмма (звуковые сигналы сердца) и сфигмограмма (кривая пульсовых колебаний артерии). Информация, содержащаяся в биомедицинских сигналах позволяет оценить состояние не только сердечно-сосудистой системы, но и организма в целом.

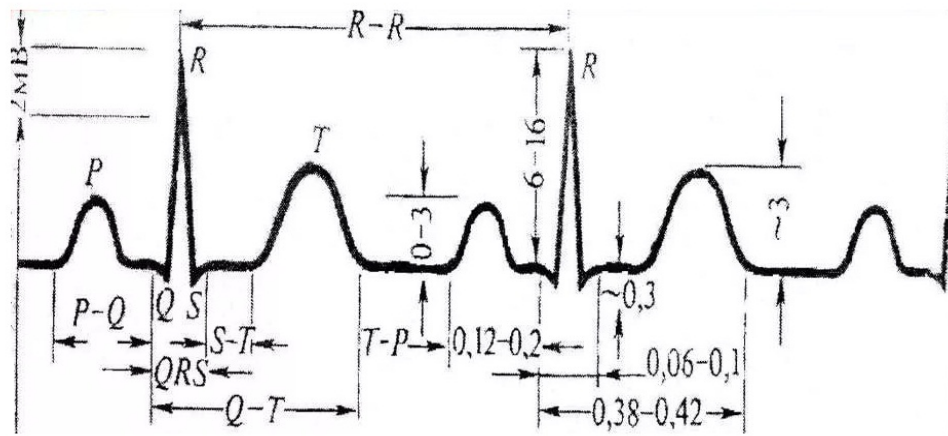


**Рисунок 1.1.1.** Виды биомедицинских сигналов: а – электрокардиограмма, б – электроэнцефалограмма, в – фонокардиограмма, г – сфигмограмма

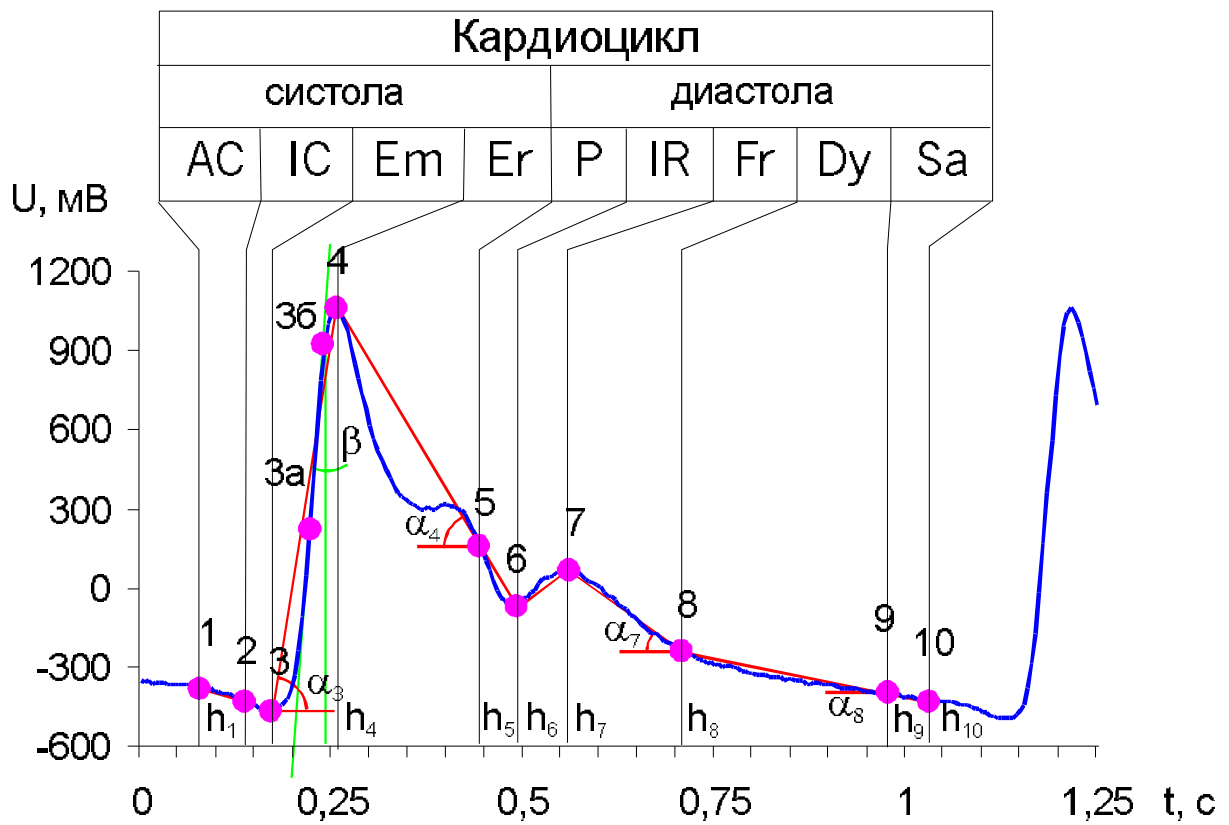
Под воздействием на организм человека различных внешних и внутренних факторов меняется форма регистрируемых сигналов, вследствие чего идентифицируемые особенности сигналов имеют большие отклонения от нормы. Классический подход в исследовании биомедицинских сигналов заключается в оценке временных и амплитудных характеристик сигнала и спектральном анализе [33-42, 50-57]. Метод амплитудно-временного анализа биомедицинских сигналов сводится к сегментации сигнала на единичные импульсы и определении особенностей сигнала, являющихся точками экстремумов и перегибов самого сигнала и его производных [33-39, 129, 131] (рис.1.1.2). В [40] рассмотрены вопросы выделения характерных точек пульсовой волны на малоамплитудных сегментах сигнала методом численного дифференцирования с использованием алгоритма регуляризации на основе вейвлет-преобразований. Измерения амплитуды и длительности компонент сигнала с помощью методов анализа временной области не всегда достаточны для описания всех особенностей анализируемого сигнала.

Автокорреляционный анализ биомедицинских сигналов применяется для выделения скрытых гармонических компонент исследуемых сигналов, для оценки характера сигнала как физического процесса. В [37-39] на основе исследований колебательных процессов в сердечно-сосудистой системе различают следующие волны:

- I порядка или пульсовые, частота  $f = (0.4 \div 4)$  Гц;
- II порядка или дыхательные, с частотой 6-30 колебаний в минуту,  $f = (0.1 \div 0.5)$  Гц;
- III порядка с частотой 3-6 колебаний в минуту,  $f = (0.05 \div 0.1)$  Гц;
- IV порядка с частотой 1-2 колебания в минуту,  $f = (0.015 \div 0.03)$  Гц;
- V порядка с частотой 1-8 колебаний в час.



a)



б)

**Рисунок 1.1.2.** Амплитудно-временной анализ биомедицинских сигналов:

*а* – электрокардиограмма, *б* – сфигмограмма

Волны высоких порядков (выше третьего) тесно связаны с процессами регуляции организма, адаптации к изменяющимся внешним условиям [37-39]. Так, например, волну III порядка связывают с активностью симпатической нервной системы, волны IV порядка (Траубе-Геринга) связывают с сосудистой системой.

В [37] показано применение автокорреляционного анализа для исследования низкочастотных колебаний в сердечно-сосудистой системе. Для этого исходные сфигмограммы, несущие, помимо пульсовой волны (I порядка), информацию и о волнах более высоких порядков подвергались низкочастотной фильтрации с целью подавления волн I порядка. Затем для результирующей последовательности вычислялась автокорреляционная функция (АКФ).

В результате анализа АКФ показано, что форма АКФ пульсового сигнала зависит от возраста обследуемого. Например, для лиц молодого возраста (до 17 лет) более выражены волны IV порядка, среднего (17-40 лет) – III порядка, старшего возраста (40-55 лет) – II порядка. Обнаруженное в процессе исследований перераспределение мощности низкочастотных колебаний в артериальной системе отражает возрастную перестройку организма. Используя эти результаты, можно проводить оценку биологического возраста человека [37].

Метод анализа variability сердечного ритма [35, 95, 96, 97, 99-106] основан на распознавании и измерении длительностей кардиоинтервалов, построении на их основе числового ряда и его последующего анализа различными математическими методами. Математические методы анализа ритмической структуры подразделяются на три группы [95]: - исследование общей variability статистическими методами; - исследование периодических составляющих (частотный анализ); - исследование внутренней организации (автокорреляционный анализ, методы нелинейной динамики).

Анализ ритмической структуры отражает сложную картину разнообразных управляющих влияний на систему кровообращения с интерференцией периодических компонентов разной частоты и амплитуды, с нелинейным характером взаимодействия разных уровней управления.

## 1.2. Спектральный анализ пульсовых сигналов

Известно, что одним из наиболее эффективных и широко используемых методов обработки и анализа биомедицинских сигналов является спектральный анализ, основанный на преобразовании Фурье:

$$u(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin\left(\frac{2\pi}{T} kt + \varphi_k\right),$$

где  $a_0 = \overline{u(t)}$ ,  $a_k$ ,  $\varphi_k$  - амплитуда и фаза  $k$ -ой гармоники.

Данный метод относится к классу ортогональных преобразований, в котором используется фиксированный, заранее заданный базис гармонических функций, не зависящий от вида анализируемой кривой. Классическое преобразование Фурье не дает возможности судить об изменении частоты с течением времени, так как при его вычислении происходит интегрирование/суммирование по всем возможным значениям переменной времени. В результате получаем параметры, характеризующие некоторое усредненное состояние процесса в заданном интервале времени.

Спектральные характеристики биомедицинских сигналов, например спектр мощности (энергетический спектр), также используются для оценки функционального состояния исследуемого объекта. Для оценки спектральных характеристик биомедицинских сигналов применяется алгоритм быстрого преобразования Фурье. При экспериментальном анализе пульсовых сигналов задача спектрального анализа сводится к получению оценки распределения энергии в частотной области и ее физической интерпретации [37, 39].

Основные диагностические приложения спектрального анализа пульсовых сигналов связаны с исследованием распределения энергетических характеристик сигнала по частотным диапазонам. В [37, 39] используется параметр *энергетический коэффициент*, который определяется как отношение средней величины спектральной плотности энергии пульсового сигнала в диапазоне 1-10 Гц к соответствующей величине в диапазоне 10-50 Гц. Исследования показали, что значения энергетических коэффициентов пульсовых сигналов здоровых

людей выше 100. При наличии различных заболеваний значения энергетических коэффициентов ниже 100, что соответствует данным, полученным в работе [42].

В [41] рассмотрены вопросы применения при анализе пульсовых сигналов методов идентификации систем, основанных на вычислении и анализе ряда спектральных характеристик, в том числе *автоспектров* пульсовых сигналов сонной и лучевой артерии, *кросс-спектра* и *функции когерентности*. Приведенные результаты расчетов этих характеристик для людей с различными функциональными состояниями, с заболеваниями сердечно-сосудистой системы и без таковых, показывают высокую практическую значимость таких методов в диагностике заболеваний.

Классическое преобразование Фурье является весьма полезным математическим аппаратом для анализа и синтеза сигналов, однако иногда оказывается недостаточно эффективным при обработке сложных сигналов. Преобразование Фурье, например, не отличает сигналы, состоящие из двух синусоид с разными частотами, один из которых представляет собой сумму синусоид, второй – последовательно следующие друг за другом синусоиды. В обоих случаях их спектр будет выглядеть как два пика на двух фиксированных частотах. Следовательно, преобразование Фурье в своем традиционном виде не приспособлено для анализа нестационарных сигналов, в том числе, локализованных на некотором временном интервале, так как теряется информация о временных характеристиках сигнала.

### **1.3. Методы частотно-временного анализа сигналов**

Анализ динамики систем с меняющимися во времени характеристиками является одной из приоритетных задач цифровой обработки сигналов. Классический подход к проведению исследований таких систем, состоящий в предположении квазистационарности исследуемого процесса, эффективен при решении достаточно широкого круга задач, но ограничен при нестационарности изучаемых ритмических процессов.

На практике чаще всего приходится иметь дело с нестационарными процессами, в которых информативным является динамика изменения спектральных компонент сигналов во времени. Примерами таких сигналов являются данные радио- и гидролокации, данные сейсмической активности, турбулентные поля, речевые сигналы и музыка, биомедицинские сигналы и т.д. Следовательно, спектральный анализ реальных сигналов необходимо осуществлять как по частоте, так и во времени.

### 1.3.1. Оконное преобразование Фурье

Локальность преобразования Фурье достигается путем ограничения анализируемого сигнала с помощью движущегося окна. Временной интервал сигнала разделяется на подинтервалы и преобразование выполняется последовательно для каждого подинтервала в отдельности, при этом в пределах каждого подинтервала сигнал "считается" стационарным. Результатом оконного преобразования является набор спектров, который позволяет провести оценку изменения спектрального состава во времени. Размер носителя оконной функции  $w(t)$  обычно устанавливается соизмеримым с интервалом стационарности сигнала. Таким преобразованием один нелокализованный базис разбивается на базисы, локализованные в пределах функции  $w(t)$ , что позволяет представлять результат преобразования в виде функции двух переменных - частоты и временного положения окна.

Оконное преобразование выполняется в соответствии с выражением [91]:

$$S(\omega, b) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)w(t - b)e^{-j\omega t} dt \quad (1.3.1)$$

где  $w(t-b)$  - функция окна сдвига преобразования по координате  $t$ , параметр  $b$  - фиксированные значения сдвига. В качестве окна преобразования может использоваться как простейшее прямоугольное окно, так и специальные весовые окна (Бартлетта, Гаусса, Хеннинга, Хэмминга и пр.), улучшающие частотный спектр на разрыве границ окна.

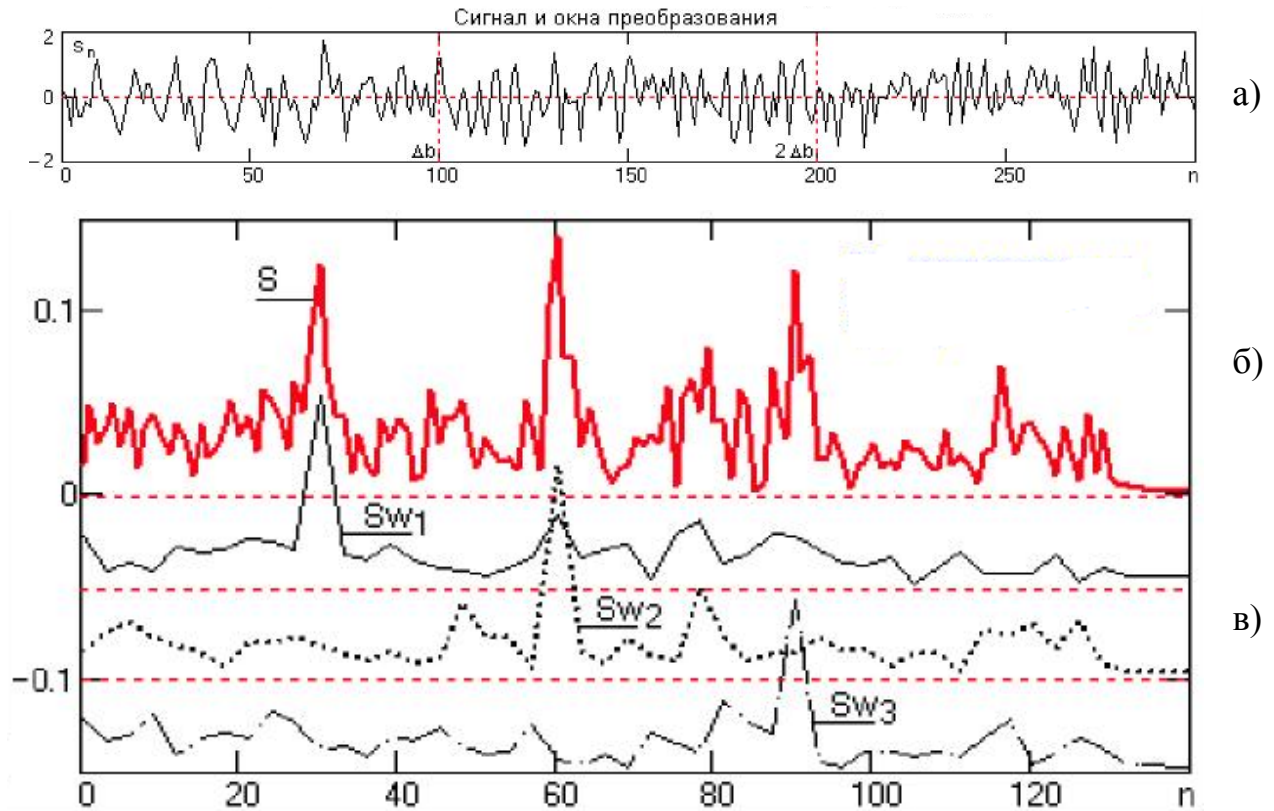
Пример оконного преобразования для нестационарного сигнала с большим уровнем шума приведен на рис. 1.3.1 [26, 27]. По спектру сигнала можно судить о наличии в его составе гармонических колебаний на трех частотах, определять соотношение между амплитудами этих колебаний и конкретизировать локальность колебаний по интервалу сигнала.

Координатная разрешающая способность оконного преобразования определяется шириной оконной функции и обратно пропорциональна частотной разрешающей способности. При ширине оконной функции, равной  $b$ , частотная разрешающая способность определяется значением  $\Delta\omega = 2\pi/b$ . При требуемой величине частотного разрешения  $\Delta\omega$ , соответственно, ширина оконной функции должна быть равна  $b=2\pi/\Delta\omega$ . Для оконного преобразования Фурье эти ограничения являются принципиальными.

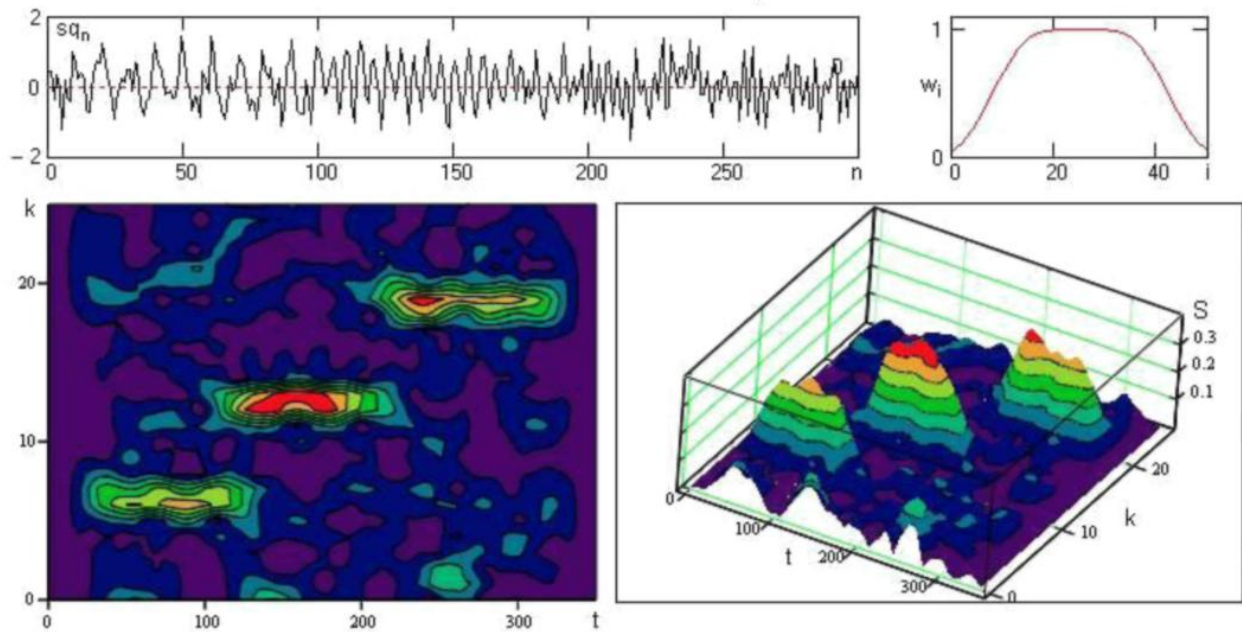
Частотно-временное оконное преобразование применяется для анализа нестационарных сигналов, если их частотный состав меняется во времени. Функция оконного преобразования (1.3.1) может быть переведена в двухмерный вариант с независимыми переменными и по времени, и по частоте [27, 26]:

$$S(t, \omega) = \int_{\tau} s(t - \tau) w(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (1.3.2)$$

На рис. 1.3.2 приведен пример вычисления и представления (модуль правой части главного диапазона спектра) частотно-временной spectroграммы при дискретном задании входного сигнала  $sq(n)$  [26, 27]. Сигнал представляет собой сумму трех последовательных радиоимпульсов с разными частотами без пауз, с отношением сигнал/шум, близким к 1. Оконная функция  $w_i$  задана с эффективной шириной окна  $b=34$  и полным размером  $M=50$ . Установленный для результатов шаг по частоте  $\Delta\omega=0.1$  несколько выше фактической разрешающей способности  $2\pi/M=0.126$ . Для обеспечения работы оконной функции по всему интервалу сигнала задавались начальные и конечные условия вычислений (продление обоих концов сигнала нулевыми значениями на  $M$  точек).



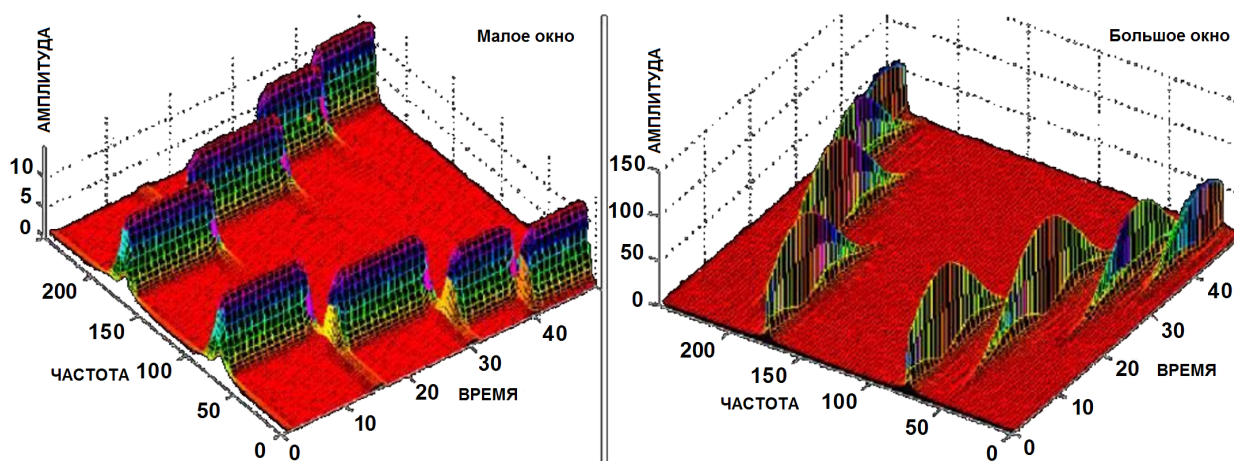
**Рисунок 1.3.1.** Сигнал (а) и модули спектров общего (б) и оконного преобразования (в)



**Рисунок 1.3.2.** Пример представления частотно-временной спектрограммы

Из приведенного рисунка видно, что оконное преобразование позволяет выделить информативные особенности сигнала и по времени, и по частоте. Разрешающая способность локализации определяется принципом неопределенности Гейзенберга, согласно которому невозможно получить произвольно точное частотно-временное представление сигнала. Чем уже окно, тем лучше временное разрешение, но хуже частотное, и наоборот.

На рис. 1.3.3 приведен пример частотно-временного оконного преобразования сигнала, состоящего из 4-х непересекающихся интервалов, в каждом из которых сумма двух гармоник разной частоты [26, 27].



**Рисунок 1.3.3.** Пример частотно-временного оконного преобразования сигнала

В качестве окна применена гауссова функция разной ширины. Узкое окно обеспечивает лучшее временное разрешение и четкую фиксацию границ интервалов, но широкие пики частот в пределах интервалов. Широкое окно напротив - четко отмечает частоты интервалов, но с перекрытием границ временных интервалов. При решении практических задач приходится выбирать окно для анализа всего сигнала, тогда как разные его участки могут требовать применения разных окон.

### 1.3.2. Преобразование Вигнера-Вилле

Отмеченные в предыдущем параграфе недостатки определили необходимость разработки методов, позволяющих описать зависимость частоты от времени. Одним из первых такой метод был предложен в работе Габора [21] и

основывался на разложении в ряд простейших гауссовых функций  $\psi(t, \nu)$ . В дальнейшем эту мысль развил Вилль [22], предложив развитую методику получения частотно-временного представления сигналов с использованием конкретного метода получения таких двумерных (время-частота) распределений с использованием преобразования Вигнера [23].

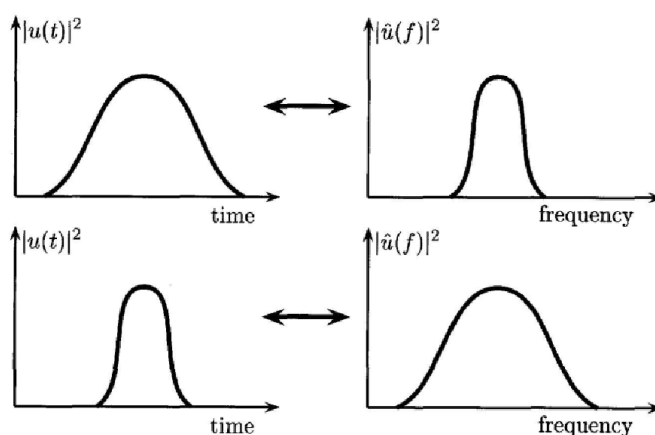
Предложенная Вилле методика определения частотно-временных распределений (ЧВР) энергии сигналов носит имя обоих авторов - преобразование Вигнера-Вилле (Wigner-Ville transform). Прародитель всего семейства преобразований, включающих в название имена Вигнера и Вилле, определяется следующим выражением:

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau / 2) x^*(t - \tau / 2) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

Преобразование Вигнера-Вилле является нелокальным, то есть спектральный образ, полученный в момент времени  $t$ , зависит от свойств сигнала в другие моменты времени. Поэтому результат преобразования Вигнера – Вилле может оказаться зашумленным из-за наличия шума в каком-то сравнительно небольшом отрезке времени. Нелинейность преобразования Вигнера – Вилле проявляется также в возможности появления интерференционных элементов - комбинационных частот.

По мере расширения использования преобразования Вигнера-Вилле появилось множество модификаций билинейных преобразований, первоначально с добавлением различных фильтров.

Основным достоинством преобразования Вигнера-Вилле является его хорошее частотно - временное разрешение [52]. При этом нужно иметь в виду, что для частотно-временных распределений Вигнера-Вилле также действует принцип неопределенности. Локализация сигнала во временной области ухудшает локализацию в частотной области. И наоборот, локализация сигнала в частотной области ухудшает локализацию во временной.



**Рисунок 1.3.2.1.** Соотношение неопределенности для локализации значений преобразования Вигнера-Вилле по времени и частоте

Основной недостаток преобразования Вигнера-Вилле связан с тем, что функция спектральной плотности этих преобразований в некоторых областях может оказаться отрицательной, что не может быть интерпретировано корректно из физических соображений [52]. Поэтому нужно с осторожностью интерпретировать формальные значения спектральной плотности, полученные с помощью данного преобразования.

Следующий недостаток преобразования Вигнера-Вилле (и для всех преобразований класса Козна) связан с тем, что при обработке многокомпонентных сигналов проявляется интерференция между компонентами. С другой стороны, существуют работы, в которых именно наличие интерференции между компонентами используется для выделения слабых сигналов [24].

Для уменьшения интенсивности интерференционных членов преобразования Вигнера-Вилле используют разнообразные процедуры усреднения. Естественно, используемые процедуры усреднения являются неформальными и требуют корректного использования для обработки данных. Поскольку эти усреднения связаны с введением в вычисления “функций окна” с “лучшими параметрами” – то не всегда по публикациям можно правильно понять конкретные методы обработки данных.

Примерами таких модификаций являются [52]:

- Псевдо-распределение Вигнера;

- Псевдо-преобразование Вигнера;
- Сглаженное псевдо-преобразование Вигнера.

Как указывалось выше, Вигнер сам отметил ряд особенностей этого распределения. В том числе – возможность отрицательных значений, что, формально, противоречит физическим законам. Сам Вигнер не называл эту особенность недостатком теории. Так называют этот эффект последующие исследователи, применявшие преобразование Вигнера-Вилле к разнообразным проблемам от принятия решений на бирже до астрофизики.

Множество исследователей всячески модифицируют распределение Вигнера-Вилле для того, чтобы добиться исчезновения таких свойств преобразования как “отрицательная энергия” или “межчастотная интерференция”. При этом признается, что эти улучшения приводят к ухудшению разрешающей способности частотно-временного распределения энергии сигнала.

### 1.3.2. Вейвлет-анализ

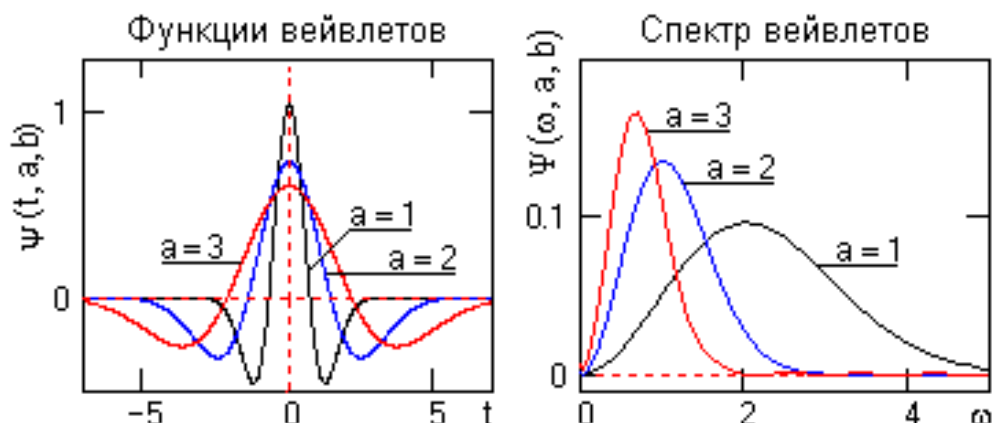
Осознание необходимости создания новых инструментов анализа структуры сигналов, которые могли бы эффективно применяться для обработки нестационарных процессов в динамике систем различной природы, привело к появлению ряда оригинальных подходов. Важный шаг был сделан А. Гроссманом и Ж. Морле в 1980-х годах в связи с анализом свойств сейсмических и акустических сигналов [13], когда они продемонстрировали возможность анализа произвольных нестационарных сигналов с помощью единственной функции – «материнского вейвлета»  $\psi(t)$ , осуществляя ее перемасштабирование и смещение [17]. Дальнейшее построение современной теории вейвлетов, «индуцированное» исследованиями А. Гроссмана и Ж. Морле, связано с именами И. Мейера [18, 19], И. Добеши [20], С. Малла [25] и многих других. В настоящее время вейвлет-анализ превратился в основной инструмент изучения частотно-временной структуры сигналов, широко используемый почти во всех естественных науках и многих областях техники.

Вейвлет-анализ является разновидностью спектрального анализа, в котором роль простых колебаний играют вейвлеты. Вейвлеты - это обобщенное название семейств математических функций, которые локальны во времени и по частоте. Базисная вейвлетная функция – это некоторое "короткое" колебание, но не только. Понятие частоты спектрального анализа здесь заменено масштабом, а чтобы перекрыть "короткими волнами" всю временную ось, введен сдвиг функций во времени, и в которых все функции получаются из одной базовой (порождающей) посредством ее сдвигов и растяжений по оси времени. Вейвлеты имеют вид коротких волновых пакетов с нулевым средним значением, локализованных по оси аргументов, инвариантных к сдвигу и линейных к операции масштабирования (сжатия/растяжения). По локализации во временном и частотном представлении вейвлеты занимают промежуточное положение между гармоническими функциями, локализованными по частоте, и функцией Дирака, локализованной во времени. Вейвлет-преобразование (wavelet transform) является инструментом, разбивающим данные на составляющие с разными частотами, каждая из которых затем изучается с разрешением, подходящим масштабу. Подобно оконному преобразованию Фурье, вейвлет-преобразование является инструментом для частотно-временной локализации особенностей сигнала [16].

Основная область применения вейвлетных преобразований – анализ и обработка нестационарных или неоднородных сигналов, когда результаты анализа должны содержать не только распределение энергии сигнала по частоте, но и сведения о координатах, на которых проявляют себя те или иные группы частотных составляющих. Вейвлеты способны с высокой точностью представлять локальные особенности сигналов, вплоть до разрывов 1-го рода (скачков). Вейвлет-преобразование одномерных сигналов обеспечивает двумерную развертку, при этом частота и координата рассматриваются как независимые переменные, что дает возможность анализа сигналов сразу в двух пространствах.

Пример формы вейвлетных функций и их спектров приведен на рис. 1.3.2.1. Принцип неопределенности также связывает эффективные значения длительности вейвлетов и ширины их спектра. Чем точнее мы будем осуществлять локализацию

временного положения вейвлета, тем шире будет становиться ее спектр, и наоборот.



*Рисунок 1.3.2.1. Пример вейвлетов и их спектров*

Отличительной особенностью вейвлет-анализа является то, что в нем можно использовать семейства функций, реализующих различные варианты соотношения неопределенности. Соответственно, исследователь имеет возможность гибкого выбора между ними и применения тех вейвлетных функций, которые наиболее эффективно решают поставленные задачи.

Вейвлет-преобразования подразделяют на дискретное и непрерывное. Для непрерывного вейвлет-анализа используется выражение вейвлет-преобразования

$$T(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad (1.3.2.1)$$

где  $a$  - задает масштабирование и называется параметром растяжения,  $b$  - соответствует временному сдвигу, и называется параметром положения,  $\psi$  - материнский вейвлет или базис вейвлет-преобразования. Непрерывно варьируя эти параметры  $a$  и  $b$  мы получим разные частотно-временные отображения для исходного сигнала.

Для выражения (1.3.2.1) справедливо обратное преобразование

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T(a, b) \psi_{a,b}(t) da db \quad (1.3.2.2)$$

где  $C_\psi$  - постоянная и зависит только от  $\psi$  :  $C_\psi = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(\xi)|^2 \xi^{-1} d\xi$ . Формула

(1.3.2.2) может трактоваться с двух точек зрения: как способ восстановления

исходной функции по ее вейвлет-преобразованию, или же как способ записи функции  $x(t)$  в виде суперпозиции вейвлетов  $\psi^{a,b}$ . Стоит отметить, что выражение для вейвлетов (1.3.2.1) во многом схоже с оконным преобразованием Фурье (1.3.1.3), отличаясь только видом функции, которую можно определить любым образом с учетом отдельных ограничений [16].

Аналогично определяется прямое (1.3.2.3) и обратное (1.3.2.4) дискретное вейвлет-преобразование:

$$T_{m,n}(a,b) = a_0^{-m/2} \int x(t) \psi(a_0^{-m}t - nb_0) dt \quad (1.3.2.3)$$

$$x(t) = K_\psi \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_{m,n} \psi_{m,n}(t) \quad (1.3.2.4)$$

где  $m$  и  $n$ - целые числа,  $K_\psi$ - постоянная нормировки.

На практике для анализа временных рядов используется разновидность дискретного вейвлет-преобразования, основанная на таком выборе параметров  $a_0$ ,  $b_0$  и функции  $\psi$ , чтобы функции  $\psi_{m,n}$  образовывали ортонормированный базис в  $L^2(\mathbb{R})$ . В частности, для  $a_0 = 2$  и  $b_0 = 1$  существует целое семейство функций  $\psi$ , обладающих хорошими свойствами частотно-временной локализации. Примером такого базисного вейвлета может служить хорошо известный базис Хаара [59]:

$$\psi(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 0.5 \\ -1, & 0.5 \leq x < 1 \\ 0, & x < 0, x > 1 \end{cases} \quad (1.3.2.5)$$

Чем точнее локальная особенность сигнала совпадает с соответствующей функцией вейвлета, тем эффективнее выделение этой особенности на соответствующей масштабной строке вейвлетного спектра. Например, для сильно сжатого вейвлета Хаара хорошо выделяемой локальной особенностью является скачок сигнала, причем выделяется не только скачок функции, но и направление скачка.

На рис. 1.3.2.2 приведен пример модельного сигнала и спектра его непрерывного вейвлет-преобразования [26, 27]. Вид поверхности определяет изменения во времени спектральных компонент различного масштаба и называется частотно-временным спектром. Поверхность изображается на

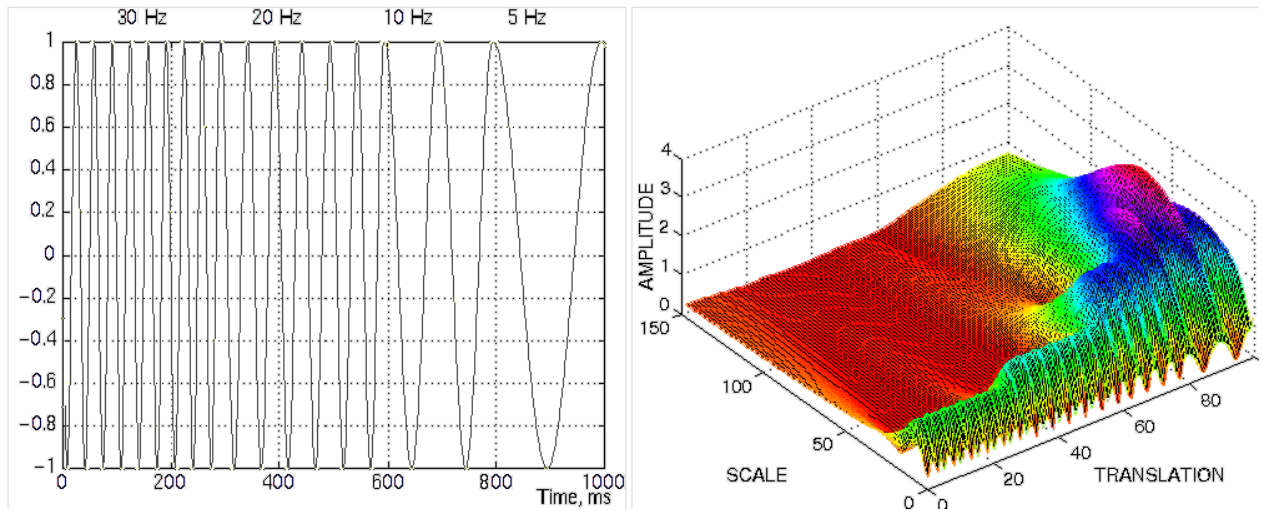
рисунках, как правило, в виде изолиний или условными цветами. Для расширения диапазона масштабов может применяться логарифмическая шкала.

На рис. 1.3.2.3 приведен пример графического отображения вейвлетной поверхности реального физического процесса – пульсового сигнала.

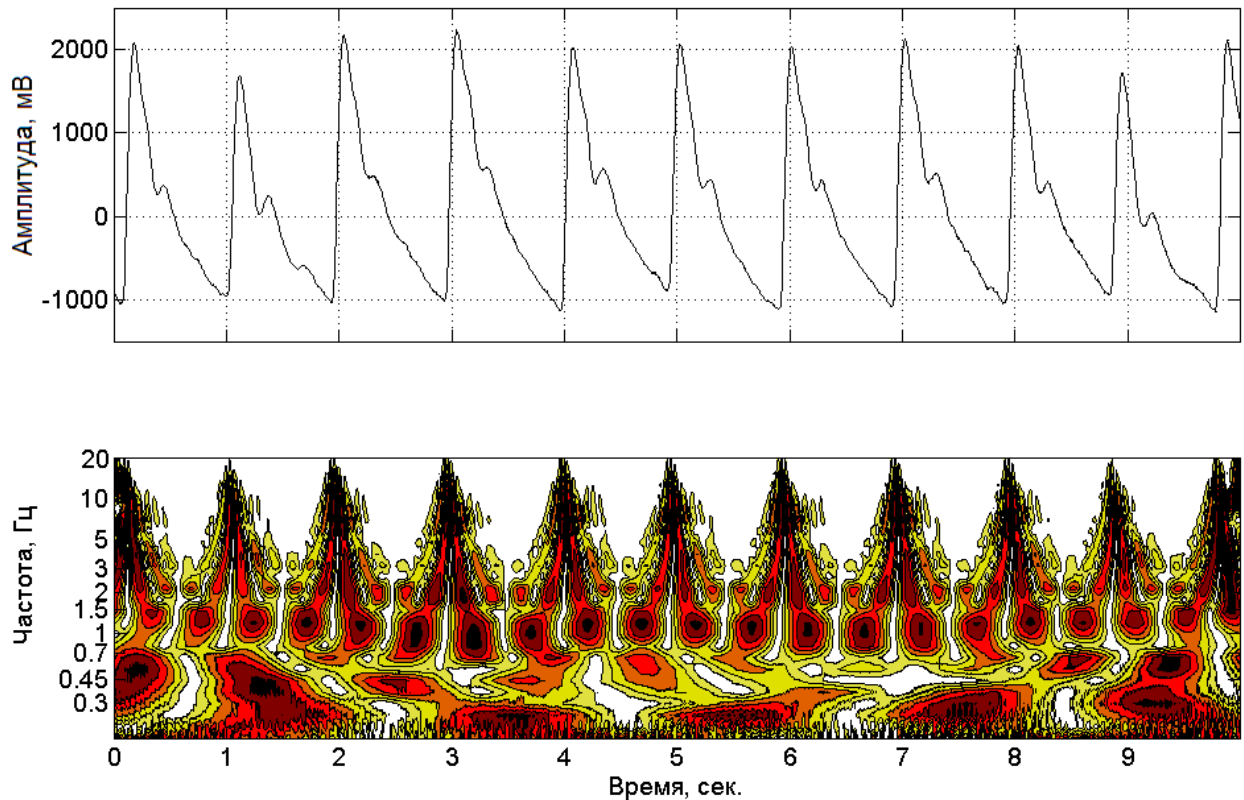
Основная сложность использования вейвлет-преобразования для анализа реальных физических процессов связана с необходимостью выбора базисного вейвлета в зависимости от характера исходного временного ряда. Вейвлет-преобразование так же, как и преобразование Фурье, производит разложение сигнала в фиксированном базисе функций. Этот базис должен быть предварительно задан, то есть должна быть выбрана анализирующая вейвлет-функция, используемая в процессе преобразования.

При анализе нестационарных временных рядов такая априорная информация, как правило, отсутствует, что приводит к необходимости перебора всех возможных базисов для поиска наилучших результатов. Этот недостаток заставляет создавать разные модификации метода в зависимости от области, в которой данный метод применяется, снижая универсальность вейвлет-преобразования.

Проведенные исследования [40] показали, что анализ локальной структуры пульсовых сигналов на их малоамплитудных сегментах с помощью вейвлет-преобразования информативен и дает корректные результаты. Использование вейвлетов при проведении частотно-временного анализа нестационарных процессов позволяет оперировать величинами, общепринятыми в радиофизике, такими как, мгновенные амплитуды, мгновенные частоты и фазы колебаний. На основе анализа непрерывных вейвлет-спектров исследуемых сигналов разрабатываются быстродействующие алгоритмы обработки сигналов, эффективность которых в значительной степени зависят от выбранной для анализа вейвлет-функции.



*Рисунок 1.3.2.2. Модельный сигнал и его вейвлет спектр*



*Рисунок 1.3.2.3. Вейвлет преобразование пульсового сигнала*

#### 1.4. Преобразование Гильберта-Хуанга

Наиболее перспективным методом исследования нестационарных и нелинейных сигналов является метод, основанный на модовой декомпозиции сигналов и преобразовании Гильберта. Данный метод был предложен в 1998 г. Н. Хуангом и получил название «преобразование Гильберта-Хуанга» (Hilbert-Huang transform – ННТ) [10]. Преобразование Гильберта-Хуанга [9, 10] представляет собой частотно-временной анализ данных (сигналов) и не требует априорного функционального базиса преобразования. Достоинством метода является его высокая адаптивность, которая связана с тем, что базисные функции для разложения сигнала формируются непосредственно из самого исследуемого сигнала. Это позволяет учесть локальные особенности сигнала, внутреннюю структуру и присутствие различных видов помех.

По мнению автора, преобразование Гильберта-Хуанга является универсальным методом (алгоритм основан на численных методах), в котором не используется предположение о стационарности анализируемого временного ряда. Кроме того, использование адаптивного базиса избавляет исследователя от необходимости привлекать априорную информацию об анализируемом временном ряде и осуществлять подбор внутренних параметров метода анализа. В то же время необходимо отметить, что, несмотря на популярность данного метода, на сегодняшний день строгой теоретической базы преобразование Гильберта-Хуанга не имеет, а потому его следует отнести к классу эмпирических алгоритмов. Отсутствие строгой теоретической базы, в свою очередь, требует дополнительных исследований, призванных подтвердить правомерность применения данного метода в каждом конкретном случае.

Преобразование Гильберта-Хуанга состоит из двух этапов. На первом этапе при помощи метода эмпирической модовой декомпозиции происходит разложение наблюдаемого процесса на отдельные составляющие (моды). Затем, на втором этапе, при помощи преобразования Гильберта полученных компонент

разложения определяется мгновенный спектр наблюдаемого процесса. Преобразование Гильберта-Хуанга позволяет исследовать изменение во времени мгновенных частот и их амплитуд, что особенно важно при изучении биомедицинских сигналов с меняющимися во времени характеристиками. В этом случае появляется возможность анализировать свойства сигнала одновременно во временном и частотном пространствах с возможностью выявления дополнительных диагностических признаков, приводящих к повышению точности постановки диагноза врачом.

К настоящему времени опубликован ряд работ [9, 85] где авторы полагают, что преобразование Гильберта-Хуанга обеспечивает более качественное частотно-временное разрешение по сравнению с вейвлет-анализом. Для подтверждения данных выводов рассматривается, например, случай частотной модуляции – если частота модулирующего и модулируемого процессов существенно отличаются друг от друга, то вейвлет-анализ позволяет корректно оценить временные зависимости соответствующих мгновенных частот колебаний. Показано, что проблемы возникают в том случае, когда расстояние в спектральной области между частотами становится небольшим, то есть частоты модулируемого и модулирующего процессов сопоставимы. Следствием близких значений частот является возникновение интерференций, служащих отражением факта перекрытия широких спектральных линий, возникающих при расчете непрерывного вейвлет-преобразования по коротким фрагментам сигнала. Более того, чем выше частота, тем шире окно вейвлет-преобразования в спектральной области, и тем сильнее проявляется эффект интерференций. В статьях [85, 87, 88] приводятся примеры, свидетельствующие о способности метода эмпирических мод корректно оценивать мгновенные частоты колебаний для взаимодействующих колебательных процессов с незначительно отличающимися периодами, что служит доводом в пользу более эффективного частотно-временного разрешения структуры сигналов с помощью этого метода.

В [86] анализируются возможности преобразования Гильберта-Хуанга для очистки сигналов от статистических шумов и флуктуаций. Рассматриваются

способы управления процессом эмпирической модовой декомпозиции сигналов. На примерах обработки геофизических данных показано, что модовая декомпозиция сигналов обеспечивает устойчивую адаптивную очистку сигналов от шумов и более высокую координатную разрешающую способность, чем типовая частотная фильтрация.

В [87] представлены результаты частотно-временного анализа сигналов с локализованными помехами на примере сложных многокомпонентных и зашумленных процессов, регистрируемых при проведении сейсморазведочных работ. Показано, что метод эмпирических мод и непрерывное вейвлет-преобразование с вейвлетом Морле позволяют получить сходные результаты с близкой величиной погрешности при анализе трассы сейсмограммы общего пункта возбуждения, подвергнутой предварительной процедуре фильтрации от волн-помех.

Аналогичный вывод сделан в работе [89] при экспериментальном исследовании пульсаций давления, генерируемых мелкой открытой каверной. Отмечено, что метод эмпирических мод позволяет отследить явление переключения мод.

Методика, основанная на преобразовании Гильберта-Хуанга, используется в [90] для выделения частотных полос суточной последовательности сердечного ритма. С помощью последовательных расчетов в сердечном ритме выделены эмпирические моды, показывающие, что в диапазоне высоких и низких частот имеются дополнительные модулирующие влияния на сердечный ритм. В данной работе основной акцент сделан на исследовании изменений variability и частоты в исследуемом процессе. При этом особое внимание уделено изменениям в полосе частот, в которых проявляется влияние дыхания и артериального кровяного давления. В качестве критериев оценки в работе рассчитываются взвешенная средняя частота и ее стандартное отклонение. Сделан вывод о том, что каждая мода имеет свой профиль изменений, данные которых требуют отдельного рассмотрения.

В работе [92] решается задача разработки новых систем и алгоритмов помехозащищенной обработки кардиографической информации на основе преобразования Гильберта – Хуанга для приборов и устройств диагностики состояния сердца, обеспечивающих повышение эффективности обнаружения, распознавания информативных участков и измерения информативных параметров сигналов в условиях интенсивных помех различного вида. Предложен усовершенствованный алгоритм многомерно-ансамблевой декомпозиции одновременно по двум координатам на двумерные эмпирические моды, позволяющий существенно снизить время обработки флюорографического изображения сердечной тени. Эффективность разработанного алгоритма доказана путем вычисления критерия вероятности правильного обнаружения геометрического центра сердца, которая составляет 94 %, что на 6 % превышает значение известных алгоритмов.

Разработка методики использования преобразования Гильберта-Хуанга для анализа временных рядов, включая рекомендации по выбору входных параметров данного метода, рассмотрено в работе [93]. Модельные временные ряды в работе выбраны в соответствии со структурой сигналов, связанных с детектированием повреждений инженерных конструкций, обработке данных со сверхзвуковых датчиков, детектирующих износ различных материалов, а также связанных с наличием нескольких периодических составляющих в исходном сигнале. Сделан вывод о том, что точность декомпозиции детерминированного временного ряда зависит от соотношения и кратности частот компонент временного ряда и от правильного выбора входных параметров эмпирической модовой декомпозиции.

## Выводы

Для повышения качества расшифровки биомедицинских сигналов необходимо выявление дополнительных информативных признаков, отражающих основные системные закономерности в структуре и функционировании исследуемых объектов, с учетом нестационарности исследуемого процесса. Обзор литературы показал, что решение указанной задачи возможно с привлечением методов анализа частотно-временной структуры сигналов, в том числе с помощью преобразования Гильберта-Хуанга. Известно большое количество примеров успешного его применения для анализа временных рядов, полученных в различных областях человеческой деятельности. При этом анализ литературы показал недостаточную научно-теоретическую проработанность метода и отсутствие обоснованных рекомендаций выбора параметров преобразования при анализе различного рода сигналов, в том числе биомедицинских. Поэтому актуальным является проведение предварительных расчетов для уточнения параметров преобразования применительно к анализируемому процессу.

Поскольку на сегодня не решена задача классификации пульсовых сигналов по различным нозологическим формам, используемым в медицинской диагностике, основной задачей настоящего исследования является количественный и качественный анализ частотно-временных характеристик пульсовых сигналов с целью выявления и целенаправленного отбора наиболее информативных параметров для анализа форм пульсовых сигналов.

Решение этой задачи требует комплексного подхода, заключающегося в разработке метода анализа частотно-временной структуры на основе преобразования Гильберта-Хуанга с привлечением и верификацией получаемых результатов стандартными методами.

## **ГЛАВА 2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГИЛЬБЕРТА-ХУАНГА В ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОМ АНАЛИЗЕ МОДЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ**

В данной главе подробно рассматривается алгоритм преобразования Гильберта-Хуанга, состоящей из двух этапов. На первом этапе при помощи метода эмпирической модовой декомпозиции происходит разложение наблюдаемого процесса на эмпирические моды. Затем на втором этапе при помощи преобразования Гильберта полученных компонент разложения определяется мгновенный спектр наблюдаемого процесса. Проведены расчеты на модельных сигналах, схожих по структуре с импульсными сигналами. Рассмотрен метод множественной эмпирической модовой декомпозиции, часто используемый для снижения эффекта “смешивания мод”. Предложено для анализа импульсных сигналов использовать модифицированный метод на основе преобразования Гильберта-Хуанга и преобразования Фурье. Проведена оценка зависимости погрешности декомпозиции модельных сигналов от уровня шума.

### **2.1. Эмпирическая модовая декомпозиция модельных сигналов**

Эмпирическая модовая декомпозиция, являющаяся первым этапом преобразования Гильберта-Хуанга, позволяет разложить сложный многочастотный сигнал на набор простых одночастотных колебаний (моды).

Каждое простое колебание в определенной степени «симметрично» относительно локального среднего значения, и, следовательно, имеет экстремумы и нулевые пересечения и может быть представлено функцией “внутренней” эмпирической моды. Эмпирическая мода (английское название IMF – Intrinsic Mode Function) – это функция, удовлетворяющая двум условиям [9]:

1. Количество экстремумов и количество нулевых пересечений должно или быть равным, или отличаться на единицу.
2. В любой точке данных среднее значение огибающих, определенных локальными максимумами и локальными минимумами, является нулевым.

В настоящее время метод эмпирической модовой декомпозиции сигналов не имеет аналитической формулировки и строгого математического стандарта для принятия решений. Поэтому ниже представлен алгоритм разложения на эмпирические моды пульсовых сигналов, который включает следующие шаги:

1. идентификация всех локальных максимумов и локальных минимумов последовательности  $x(t)$ ;

2. построение двух гладких огибающих: верхней  $u_{max}(t)$ , проходящей через локальные максимумы, и нижней  $u_{min}(t)$ , проходящей через локальные минимумы, с использованием кубических сплайнов при аппроксимации этих точек;

3. построение функции  $m_1(t)$ , проходящей ровно по середине между верхней и нижней огибающими

$$m_1(t) = (u_{max}(t) + u_{min}(t))/2;$$

4. вычитание этого среднего из исходной последовательности  $x(t)$  – получается первое приближение к первой модовой функции

$$h_1(t) = x(t) - m_1(t);$$

5. повторение шагов 1-3 к полученной последовательности  $h_1(t)$  и нахождение второго приближения к первой модовой функции

$$h_2(t) = h_1(t) - m_2(t);$$

6. процесс повторяется до тех пор, пока полученная разность не будет удовлетворять определению эмпирической моды. В этом случае полученная разность  $h_i(t)$  и будет первой эмпирической модой  $imf_1(t)$ .

7. вычитаем  $imf_1(t)$  из сигнала  $x(t)$ , тем самым оставляя более низкочастотные составляющие:

$$r_1(t) = x(t) - imf_1(t).$$

8. функция остатка  $r_1(t)$  обрабатывается аналогично шагам 1-6 с нахождением второй модовой функции –  $imf_2(t)$  и остатка  $r_2(t)$ .

9. процесс повторяется до тех пор, пока не будет достигнут критерий его останова, когда остаток имеет не более двух экстремальных точек.

Рассмотрим действие алгоритма при анализе модельного сигнала, состоящего из двух гармоник с частотами  $f_1 = 1$  Гц и  $f_2 = 2$  Гц, соответствующих первым двум гармоникам пульсового сигнала.

На рисунке 2.1.2 представлены анализируемая последовательность  $x(t)$  (кривая 1):

$$x(t) = \sin(2\pi f_1 t - \varphi) + \sin(2\pi f_2 t - \varphi), \quad (2.1.1)$$

огибающая максимумов и огибающая минимумов (кривые 2 и 3 соответственно).

Кривая 4 - средняя линия  $m_1(t)$ , которая вычисляется по огибающим 2 и 3.

Найденное таким образом среднее значение  $m_1(t)$  вычитается из исходной последовательности  $x(t)$ :

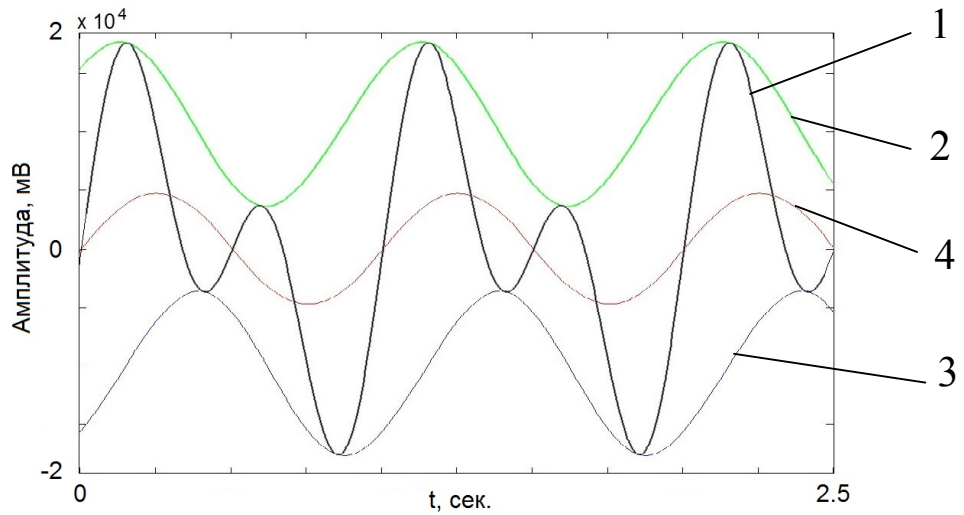
$$h_1(t) = x(t) - m_1(t).$$

Таким образом, получается первое приближение  $h_1(t)$  (кривая 1 на рис. 2.1.3) к первой модовой функции  $imf_1(t)$ .

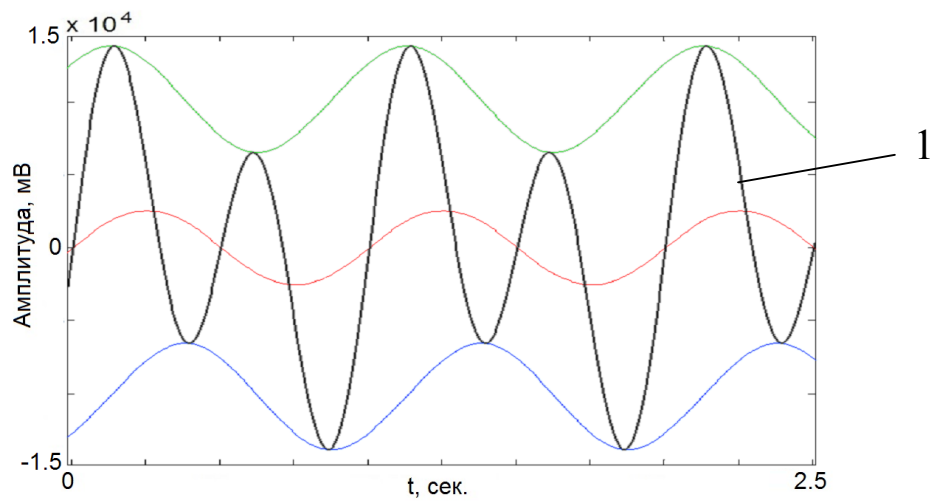
Далее повторяются вышеописанные процедуры, где вместо исходной функции  $x(t)$  применяется функция  $h_1(t)$ . Получается второе приближение (кривая 1 на рис. 2.1.4) к первой модовой функции  $h_2(t)$ :

$$h_2(t) = h_1(t) - m_2(t).$$

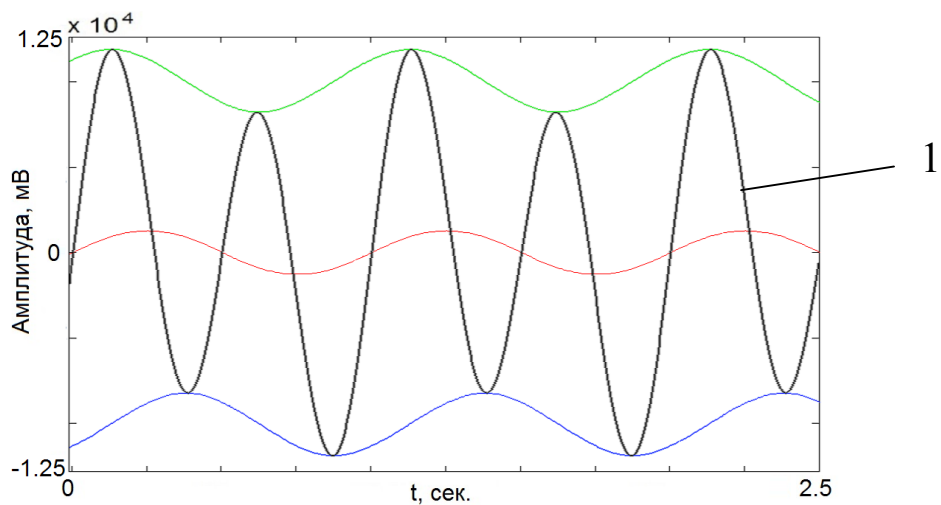
Аналогично находится третье  $h_3(t)$  и последующие  $h_i(t)$  приближения к первой модовой функции (рис. 2.1.5).



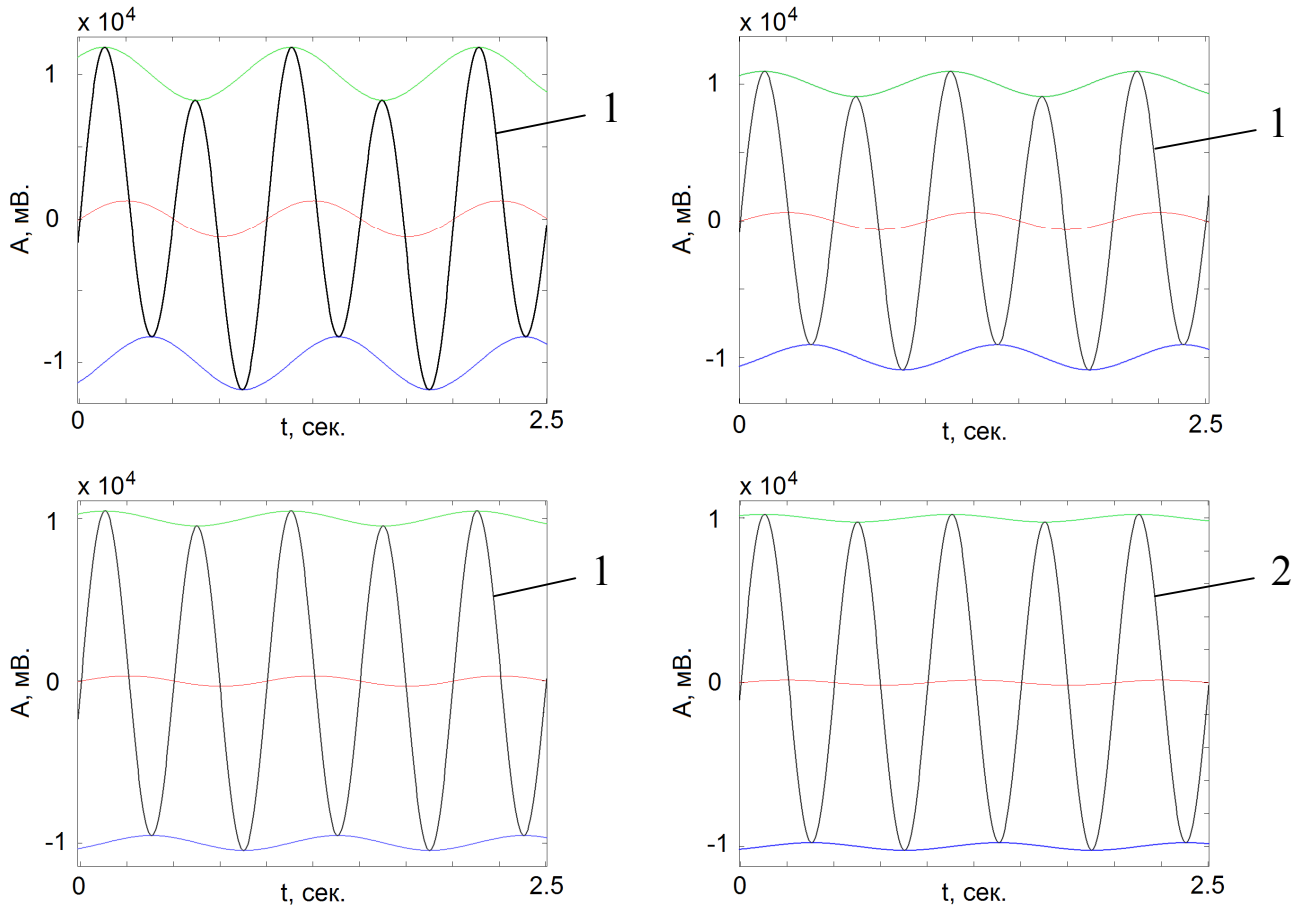
**Рисунок 2.1.2.** Построение огибающих и средней линии модельной кривой:  
 1 - модельная кривая, 2 – огибающая максимумов, 3 – огибающая минимумов,  
 4 - средняя линия



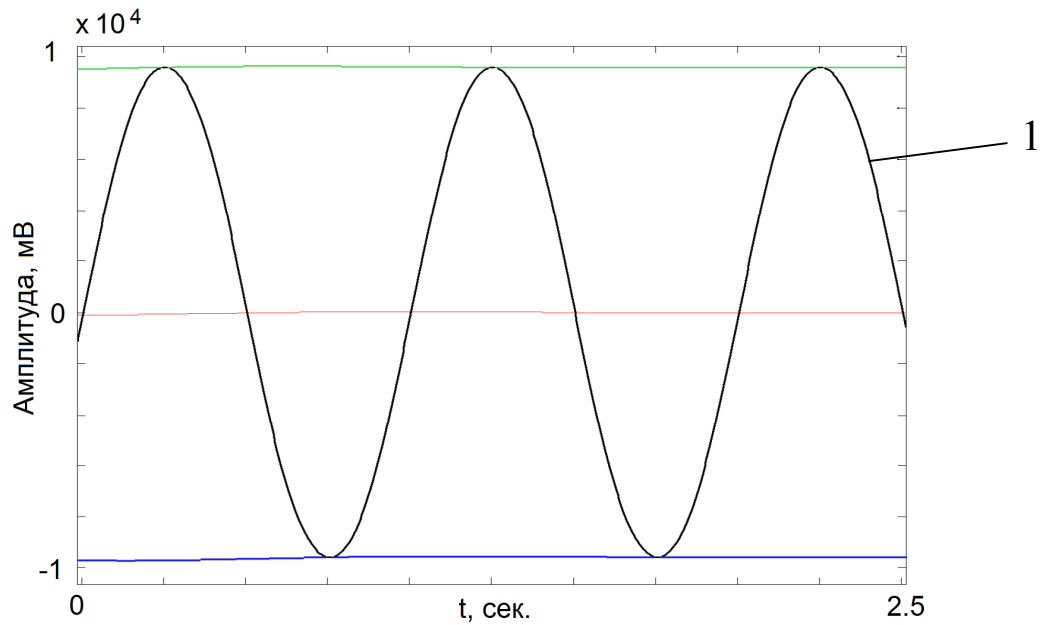
**Рисунок 2.1.3.** Первое приближение  $h_1(t)$  (кривая 1) к первой модовой функции  $imf_1(t)$



**Рисунок 2.1.4.** Второе приближение  $h_2(t)$  (кривая 1) к первой модовой функции  $imf_1(t)$



**Рисунок 2.1.5.** Третье  $h_3(t)$  и последующие  $h_i(t)$  приближения (кривые 1) к первой модовой функции  $imf_1(t)$  (кривая 2)



**Рисунок 2.1.6.** Функция остатка  $r_1(t) = x(t) - imf_1(t)$  (кривая 1)

Критерием останова итераций является достижение предела по нормализованной квадратичной разности между двумя последовательными операциями приближения [9], поскольку функции  $m_i(t)$  и  $h_i(t)$  стремятся к неизменяемой форме по мере увеличения количества итераций.

В результате перечисленных шагов получается первая эмпирическая модовая функция  $imf_1(t)$  (кривая 2 на рис. 2.1.5), которая является наиболее высокочастотной компонентой сигнала:

$$imf_1(t) = h_k(t)$$

После вычитания первой модовой функции  $imf_1(t)$  из исходного сигнала в нем остаются более низкочастотные составляющие (рис. 2.1.6):

$$r_1(t) = x(t) - imf_1(t).$$

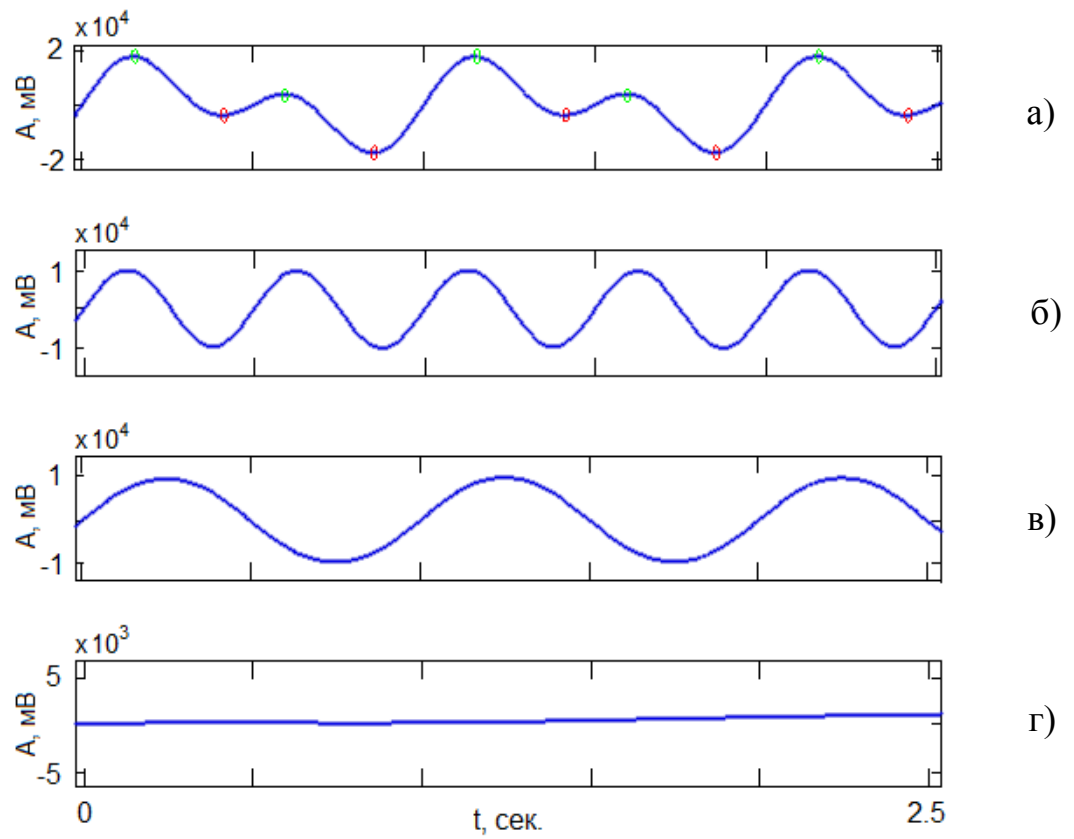
Для нахождения второй  $imf_2(t)$  и последующих модовых функций  $imf_i(t)$  за исходный сигнал принимается функция  $r_1(t)$  и повторяются все вышеизложенные процедуры.

Таким образом, исходный сигнал  $x(t)$  разлагается на набор модовых функций  $imf_i(t)$ :

$$x(t) = \sum_{i=1}^n imf_i(t) + r_n(t)$$

где  $n$  — количество эмпирических модовых функций,  $r_n(t)$  — остаток.

На рисунке 2.1.7 представлен результат эмпирической модовой декомпозиции модельной кривой  $x(t)$ . Видно, что в результате работы алгоритма выделены две моды (кривые б и в) и остаточная кривая (г). Первая модовая функция является самой высокочастотной компонентой сигнала. Далее по мере отсеивания в сигнале остаются более низкочастотные составляющие. Выделенные таким образом модовые функции являются одночастотными кривыми, и к ним применимо преобразование Гильберта, рассмотренное в следующем параграфе.



**Рисунок 2.1.7.** Модельная кривая (а), первая  $imf_1(t)$  (б), вторая  $imf_2(t)$  (в) модовые функции и остаток  $r_n(t)$  (г)

## 2.2. Преобразование Гильберта модовых функций

Преобразование Гильберта  $H[x(t)]$  действительной функции  $x(t)$ ,  $-\infty < t < \infty$ , - есть действительная функция  $\tilde{x}(t)$ , определенная как [1, 91]:

$$\tilde{x}(t) = H[x(t)] = x(t) * (1/\pi t), \quad (2.2.1)$$

В интегральной форме выражение (2.2.1) принимает вид:

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau.$$

Функция  $1/(t - \tau)$  называется ядром преобразования Гильберта. Преобразование имеет особую точку при  $(t - \tau) \Rightarrow 0$ , в которой при вычислении используется главное значение интеграла по Коши. Функции  $x(t)$  и  $\tilde{x}(t)$  обычно называют сопряженными по Гильберту.

Физически, преобразование Гильберта может быть интерпретировано как естественный  $\pi/2$  фазовращатель, который при прохождении через систему сигнала  $x(t)$  изменяет фазу всех частотных составляющих сигнала на  $\pi/2$ , и тем самым делает сигнал  $\tilde{x}(t)$  ортогональным сигналу  $x(t)$  [91]. Это позволяет сформировать из сигналов  $x(t)$  и  $\tilde{x}(t)$  комплексный аналитический сигнал  $z(t)$ , как

$$z(t) = x(t) + j\tilde{x}(t), \quad (2.2.2)$$

где  $z(t)$  представлен вектором на комплексной плоскости с проекциями на действительной и мнимой оси соответственно  $x(t)$  и  $\tilde{x}(t)$  (рис. 2.2.1). Преимущество этого представления состоит в том, что возникает возможность однозначно определять текущие временные параметры сигнала  $z(t)$ , а именно – мгновенные значения его амплитуды и фазы.

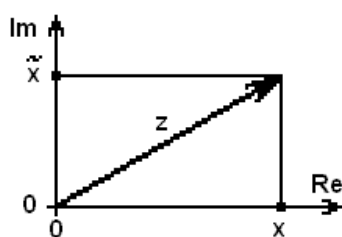


Рисунок 2.2.1. Вектор  $z(t)$  на комплексной плоскости

Пусть имеется зарегистрированный сигнал  $x(t)$  с несущей частотой  $\omega_o$ , который содержит определенную информацию, заключенную в огибающей сигнала  $u(t)$  и его фазе  $\varphi(t)$ :

$$x(t) = u(t) \cos(\omega_o t + \varphi(t)).$$

В другой форме:

$$\begin{aligned} x(t) &= a(t) \cdot \cos(\omega_o t) + b(t) \cdot \sin(\omega_o t), \\ a(t) &= u(t) \cos(\omega t), \quad b(t) = u(t) \sin(\omega t), \\ u(t) &= \sqrt{a^2(t) + b^2(t)}, \quad \operatorname{tg} \varphi(t) = b(t)/a(t). \end{aligned}$$

С использованием преобразования Гильберта из сигнала  $x(t)$  сформируем аналитически сопряженный сигнал  $\tilde{x}(t)$ . С учетом сдвига фазы на  $\pi/2$ :

$$\tilde{x}(t) = a(t) \cdot \sin(\omega_o t) - b(t) \cdot \cos(\omega_o t).$$

$$z(t) = x(t) + j \cdot \tilde{x}(t).$$

Квадрат модуля сигнала  $z(t)$ :

$$|z(t)|^2 = x^2(t) + \tilde{x}^2(t) = a^2(t)[\cos^2(\omega_o t) + \sin^2(\omega_o t)] + b^2(t)[\cos^2(\omega_o t) + \sin^2(\omega_o t)] = u^2(t).$$

Отсюда, огибающая  $u(t)$  и мгновенная фаза  $\varphi(t)$  сигнала  $x(t)$ :

$$u(t) = \sqrt{x^2(t) + \tilde{x}^2(t)}$$

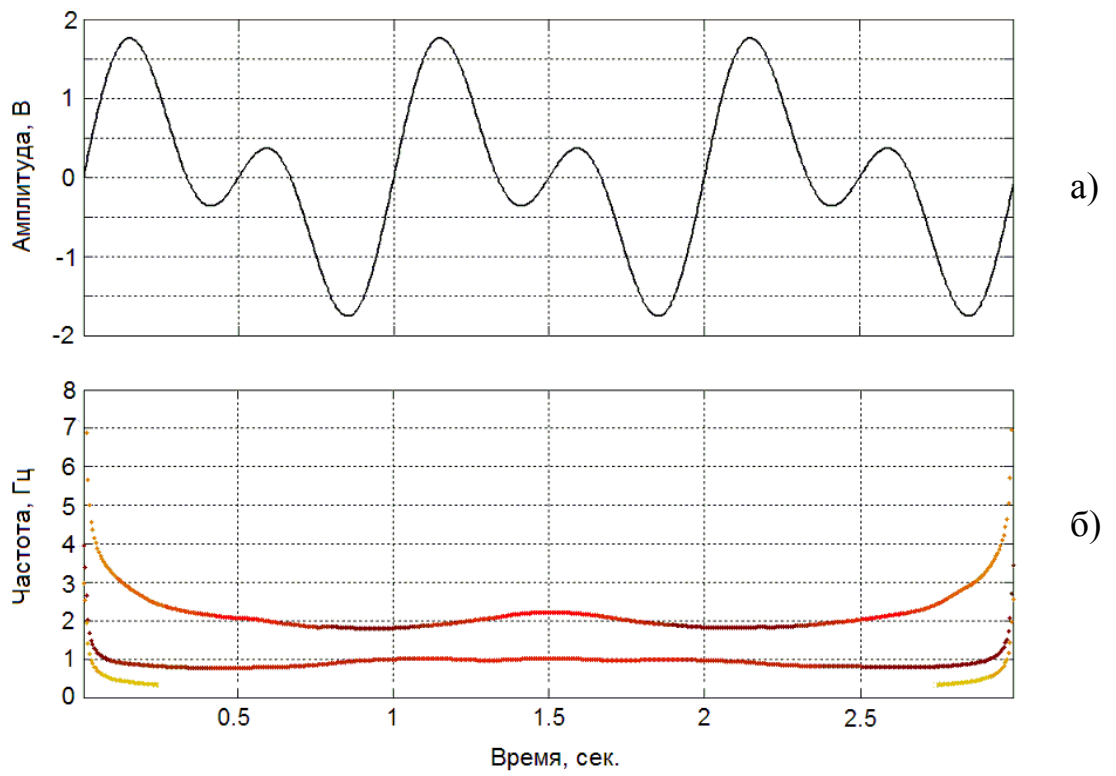
$$\phi(t) = \omega_o t + \varphi(t) = \operatorname{arctg}[\tilde{x}(t)/x(t)].$$

$$\varphi(t) = \phi(t) - \omega_o t.$$

Мгновенная частота сигнала определяется по скорости изменения мгновенной фазы:

$$d\varphi(t)/dt = [\tilde{x}'(t)x(t) - x'(t)\tilde{x}(t)] / (\tilde{x}^2(t) + x^2(t)).$$

Рассмотрим результат применения преобразования Гильберта к модовым функциям (рис. 2.1.7), полученным в предыдущем параграфе. Спектр мгновенных частот, представленный на рис. 2.2.2б, показывает зависимость мгновенных частот от времени. Видно, что на рисунке присутствуют две линии вдоль оси времени на частотах  $f_1 = 1$  Гц и  $f_2 = 2$  Гц, соответствующие первой и второй модовым функциям, представленным на рисунке 2.1.7.



*Рисунок 2.2.2. Спектр Гильберта временного ряда*

На точность преобразования Гильберта на краях временного отрезка оказывает влияние явление Гиббса в области концевых разрывов сигнала. Для увеличения точности расчетов при исследовании пульсовых сигналов анализируемые отрезки выбирались таким образом, чтобы концевые эффекты находились вне окна анализа.

Анализ полученных результатов показывает, что для модельного сигнала, представляющего собой сумму двух гармонических функций, представленного на рис. 2.2.2а, физически в каждой текущей точке постоянно присутствуют две частоты с определенной амплитудой колебаний, что наглядно видно на рис. 2.2.2б.

Таким образом, показано, что преобразование Гильберта позволяет определить зависимость мгновенных частот от времени.

### **2.3. Преобразование Гильберта-Хуанга модельных сигналов**

Организм человека является сложной динамической системой, состояние которого меняется с течением времени под воздействием различных внутренних и внешних факторов. Поскольку меняется состояние самого объекта, то и сигналы, характеризующие различные параметры объекта, также подвержены изменениям. Это касается, в первую очередь, биомедицинских сигналов. Все биомедицинские сигналы имеют некоторую степень variability. Что касается пульсовых сигналов, то его форма и спектральный состав зависят, в первую очередь, от частоты сердечных сокращений, варьирующейся от нескольких десятков ударов в минуту в критических состояниях организма и до 200 ударов в минуту при больших нагрузках. Необходимо анализировать пульсовые сигналы таким математическим аппаратом, который позволял бы провести оценку динамики изменения спектральных компонент сигналов во времени. Важно также определить, в какие моменты времени происходят те или иные изменения, и их регулярность. При анализе пульсовых сигналов с нерегулярным ритмом возможны достаточно резкие изменения частот, поэтому необходимо оценить

способность исследуемого математического аппарата – преобразования Гильберта-Хуанга, улавливать такого рода резкие изменения частот.

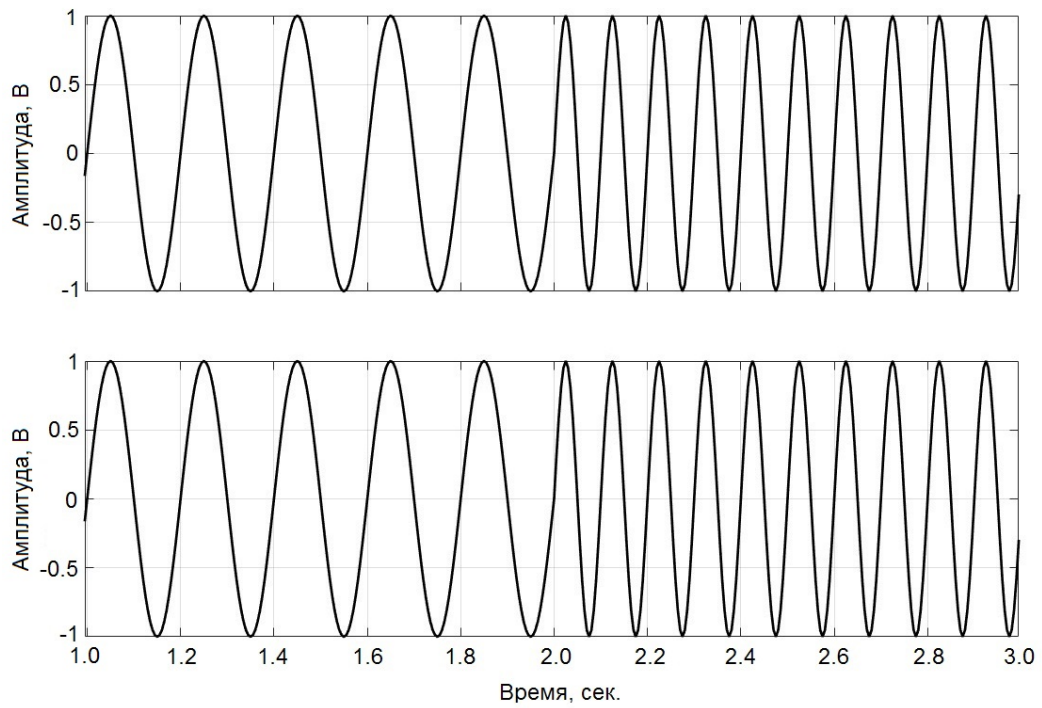
Рассмотрим модельный гармонический сигнал, в котором в фиксированный момент времени увеличим частоту в 2 раза. Модельный сигнал и результат его декомпозиции представлены на рис. 2.3.1. Видно, что результатом декомпозиции является одна модовая функция, которая повторяет форму исходного сигнала.

На рис. 2.3.2 представлен мгновенный спектр данной модовой функции, полученный с помощью преобразования Гильберта. На нем четко определяется момент переключения частоты  $t = 2 \text{ сек}$ . Таким образом, при использовании преобразования Гильберта-Хуанга появляется возможность улавливать резкие скачки частот в сигнале и определять моменты их появления.

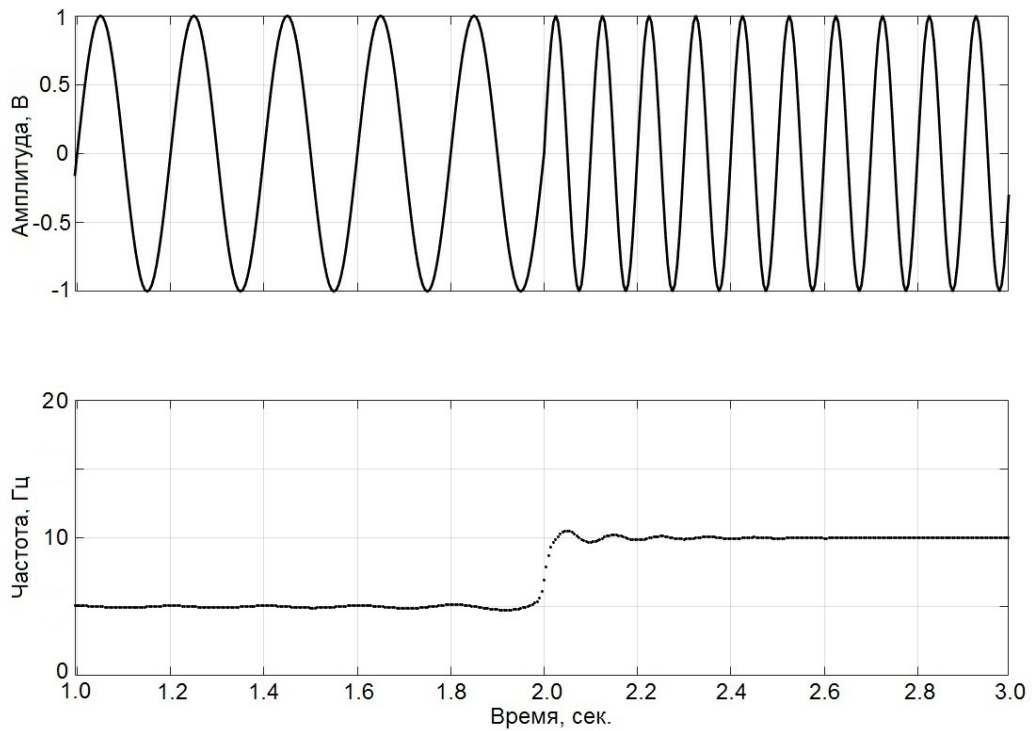
Исследования показали, что такие резкие изменения частот в пульсовом сигнале наблюдаются в основном на зашумленных сигналах, например, при различных движениях во время записи, при треморе мышц и т.д. Поэтому преобразование Гильберта-Хуанга можно использовать для фильтрации пульсовых сигналах от различного рода шумов.

В информативной части спектра пульсовых сигналов более свойственны медленные изменения частот во времени. Поэтому рассмотрим в качестве модельного сигнала частотно-модулированную кривую (рис. 2.3.3). На рис. 2.3.3 также представлен результат эмпирической модовой декомпозиции.

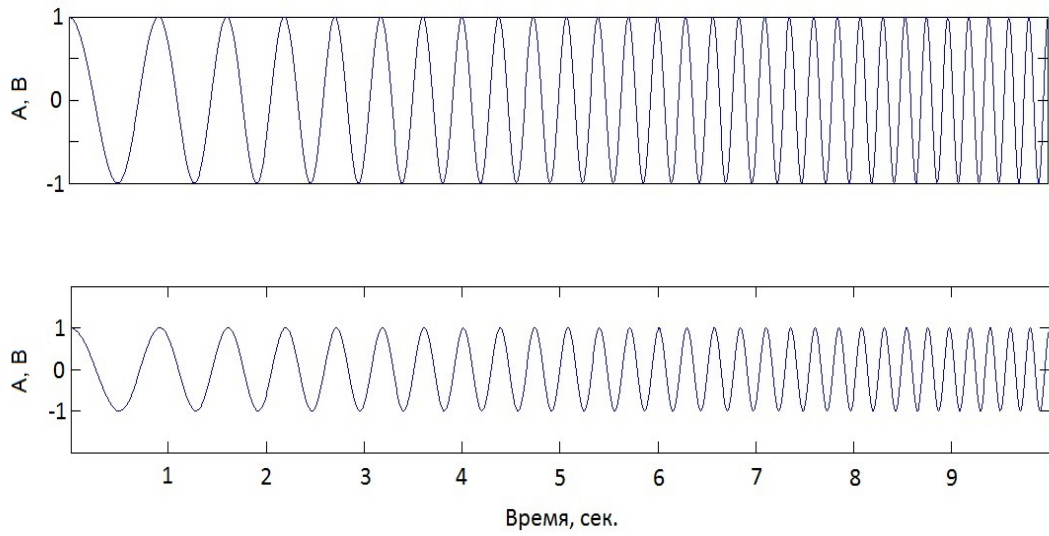
На рис. 2.3.4 представлен график мгновенных спектров, полученный с помощью преобразования Гильберта. Здесь мы видим четкую линию, соответствующую частоте модулированного сигнала, т.е. преобразование Гильберта-Хуанга позволяет оценить изменение частоты частотно-модулированных сигналов, что особенно актуально при анализе биомедицинских данных.



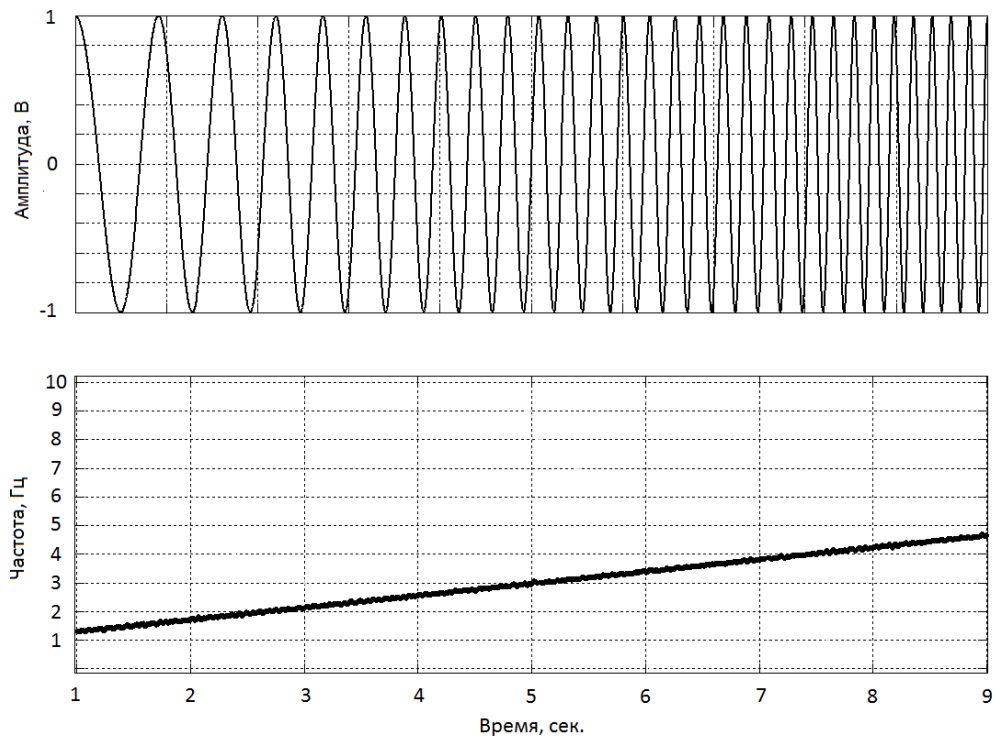
**Рисунок 2.3.1.** Модельный сигнал  $x(t)$  и модовая функция  $imf_1$



**Рисунок 2.3.2.** Модельный сигнал и его мгновенный спектр



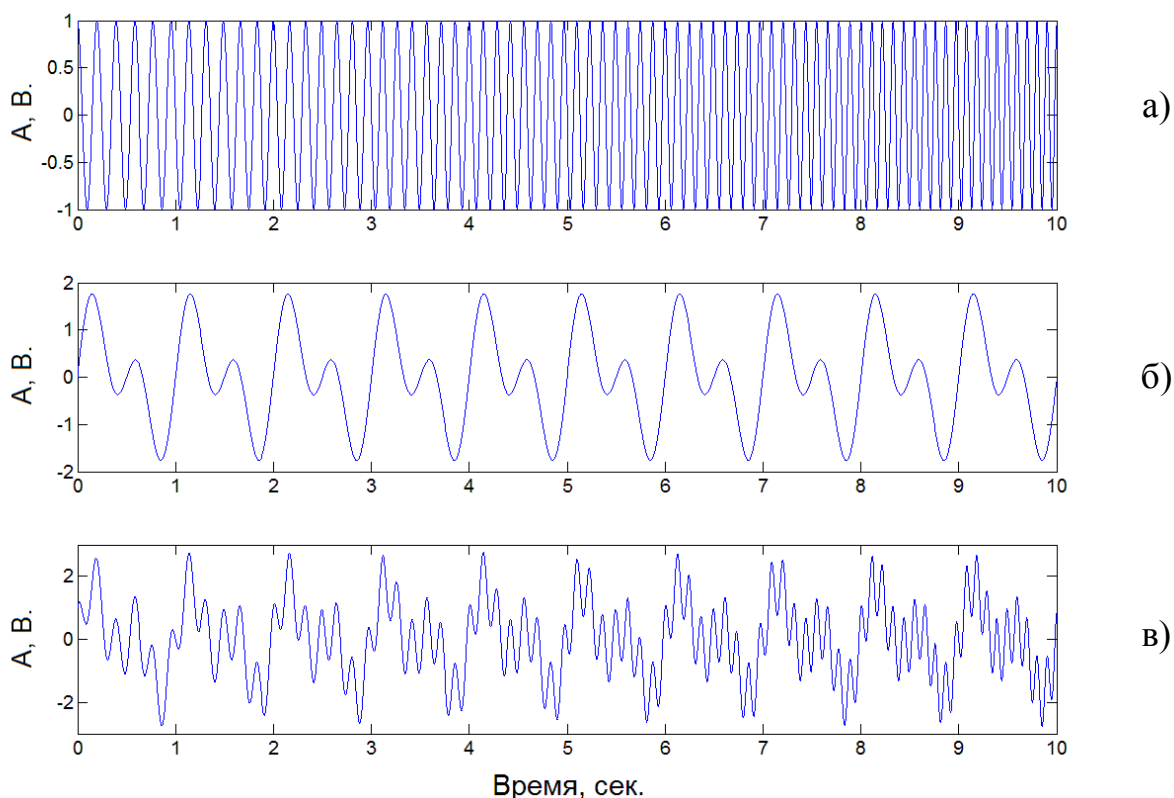
*Рисунок 2.3.3. Частотно-модулированный сигнал  $x(t)$  и модовая функция  $mf_1$*



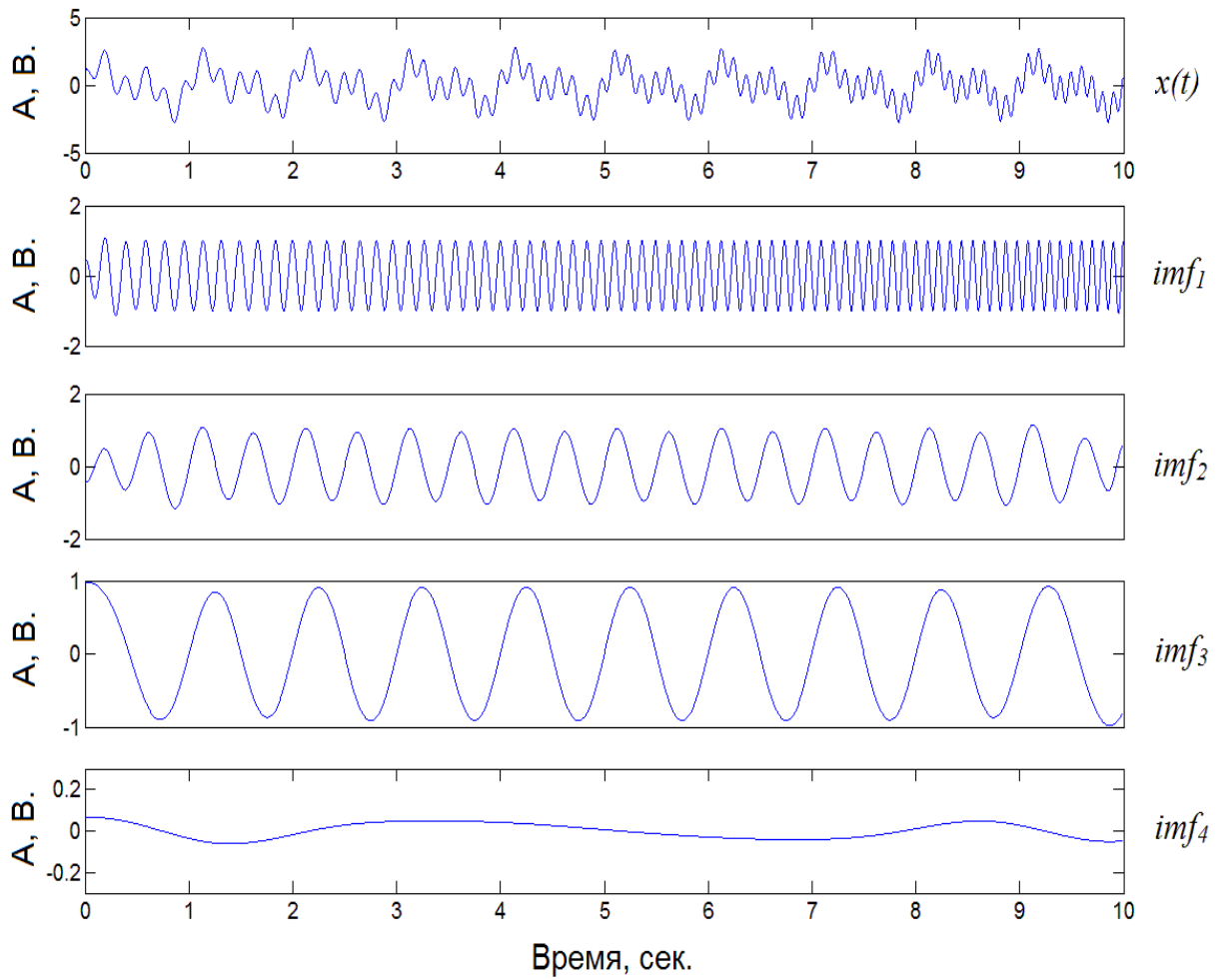
*Рисунок 2.3.4. Частотно-модулированный сигнал и его мгновенный спектр*

Рассмотрим теперь более сложный модельный сигнал, состоящий из частотно-модулированной компоненты (рис. 2.3.5а) и суммы двух синусоид с частотами  $f_1 = 1$  Гц и  $f_2 = 2$  Гц (рис. 2.3.5б), представленный на рис. 2.3.5в.

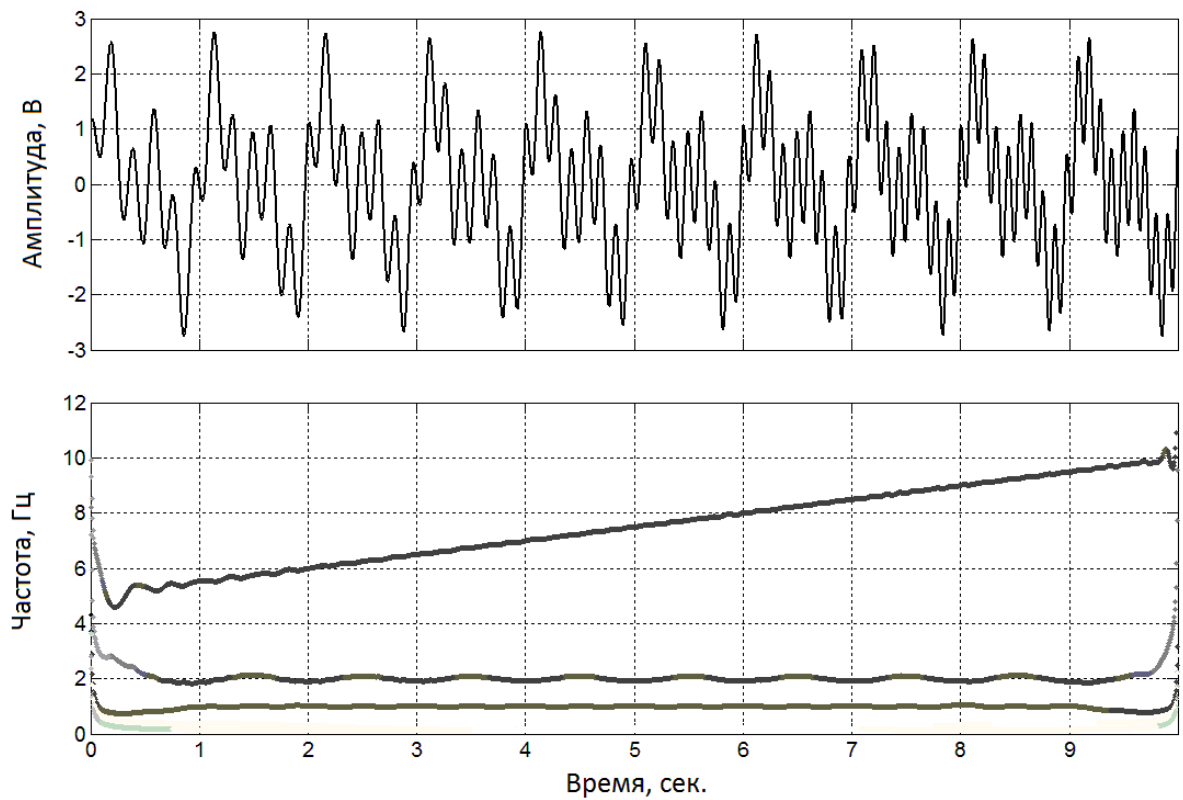
В процессе эмпирической модовой декомпозиции данный сигнал был разложен на набор из 4-х модовых функции  $imf_1 - imf_4$  (рис. 2.3.6). На графике мгновенных спектров полученных модовых функций, представленной на рис. 2.3.7, видны 3 линии, 2 из которых постоянны во времени, а третья меняется в соответствии с заданной частотой. Таким образом, показано, что преобразование Гильберта-Хуанга позволяет работать со сложными сигналами, в состав которых входят несколько гармонических функций с разными частотами и имеется частотно-модулированная компонента.



**Рисунок 2.3.5.** Частотно-модулированная кривая (а), сумма двух синусоид (б) и их общая сумма (в)



*Рисунок 2.3.6. Модовые функции суммы частотно-модулированной кривой и двух синусоид*



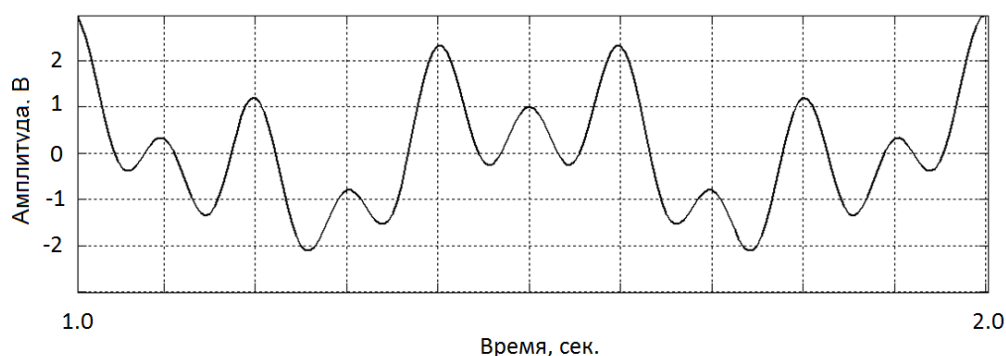
*Рисунок 2.3.7. Спектр Гильберта суммы частотно-модулированной компоненты и двух синусоид*

Рассмотрим теперь случай суммы трех гармонических функций. На рис. 2.3.8 представлен модельный сигнал, состоящий из суммы трех синусоид с частотами

$$f_1 = 2 \text{ Гц, и } f_2 = 5 \text{ Гц и } f_3 = 10 \text{ Гц,}$$

входящими в частотный диапазон импульсных сигналов:

$$x(t) = \sin(2\pi f_1 t - \varphi) + \sin(2\pi f_2 t - \varphi) + \sin(2\pi f_3 t - \varphi).$$

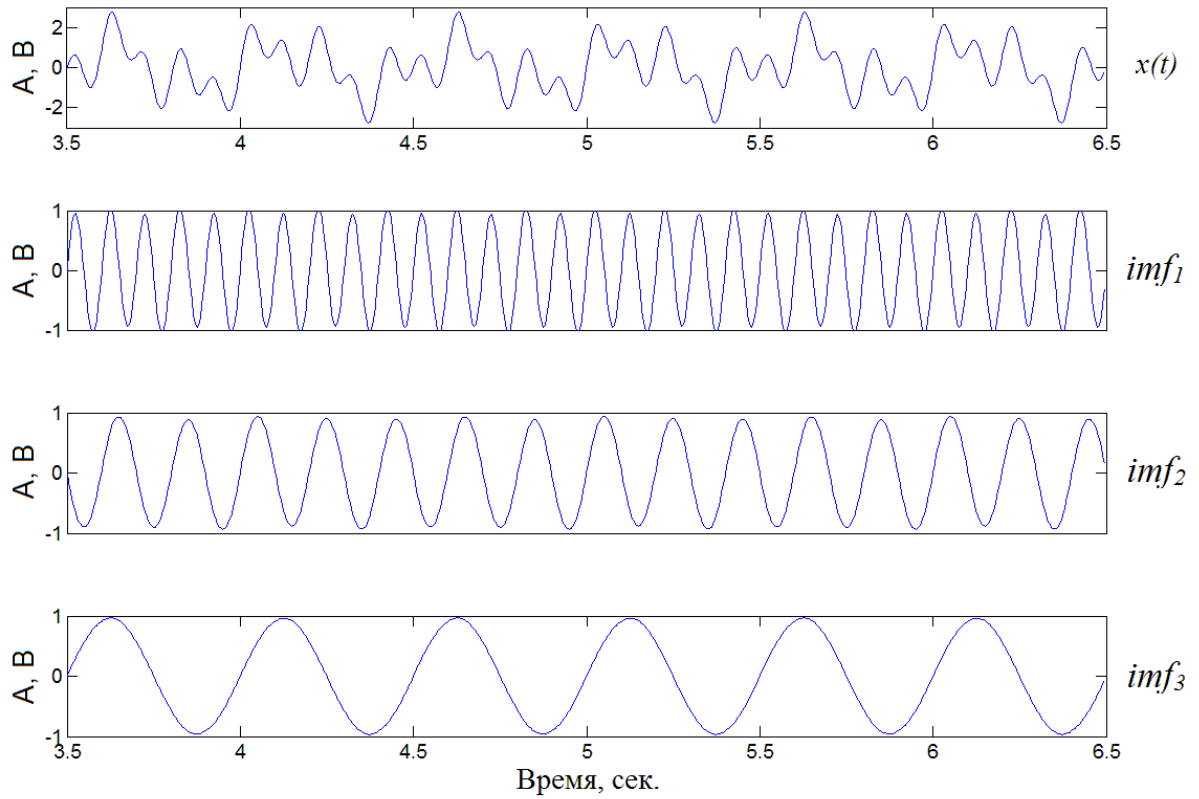


**Рисунок 2.3.8.** Кривая суммы трех синусоид  $x(t)$

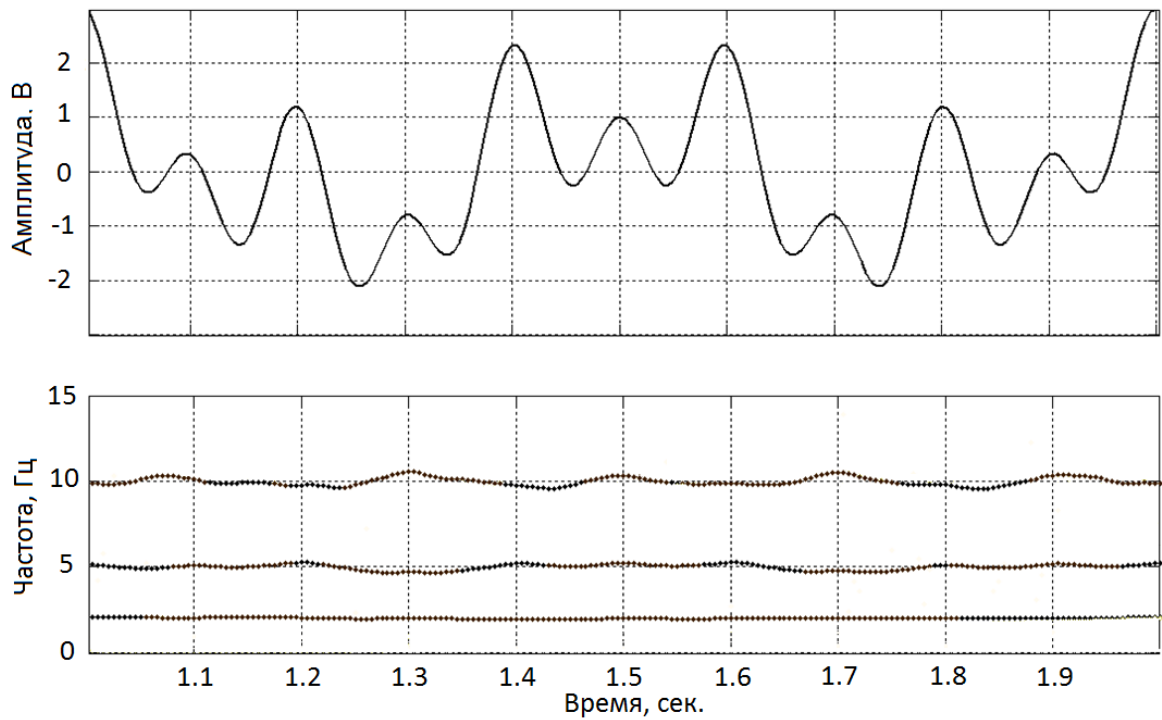
В процессе эмпирической модовой декомпозиции, алгоритм которого представлен в параграфе 2.1, данный сигнал был разложен на набор из 3-х модовых функции  $imf_1 - imf_3$ , представленных на рис. 2.3.9.

На рис. 2.3.10 представлен график мгновенных спектров, полученный с помощью преобразования Гильберта-Хуанга. Видно, что четко выделены все три частотные составляющие исходного гармонического сигнала и изменение частоты во времени является постоянным.

Таким образом, показано, что преобразование Гильберта-Хуанга позволяет корректно оценить частотно-временной состав модельных сигналов, близких по структуре к анализируемому процессу. Но поскольку записи реальных физических процессов практически всегда зашумлены, то рассмотрим в следующем параграфе устойчивость данного метода к шумам.



**Рисунок 2.3.9.** Модельный сигнал  $x(t)$  и модовые функции  $imf_1 - imf_3$



**Рисунок 2.3.10.** Модельный сигнал  $x(t)$  и график ее мгновенных спектров

## 2.4. Модовая декомпозиция модельных сигналов с шумом

Данные, получаемые при анализе реальных физических процессов, в отличие от рассмотренных модельных сигналов, содержат различного рода шумы. Поэтому в данном параграфе проведено исследование особенностей выделения модовых функций зашумленных модельных сигналов и проведена оценка погрешности декомпозиции в зависимости от уровня шума.

Для этого проведен вычислительный эксперимент, в ходе которого модельный сигнал суммировался с аддитивным белым гауссовским шумом  $\xi$ , полученным с помощью генератора случайных чисел. Амплитуда шума  $\delta$  задавалась в процентах от максимальной амплитуды модельного сигнала и варьировалась от 5% до 20% с шагом 5%.

Рассмотрим в качестве примера сумму синусоиды с гауссовским шумом  $\xi$  (рис. 2.4.1а):

$$x(t) = \sin(2\pi \cdot f \cdot t) + \xi. \quad (2.4.1)$$

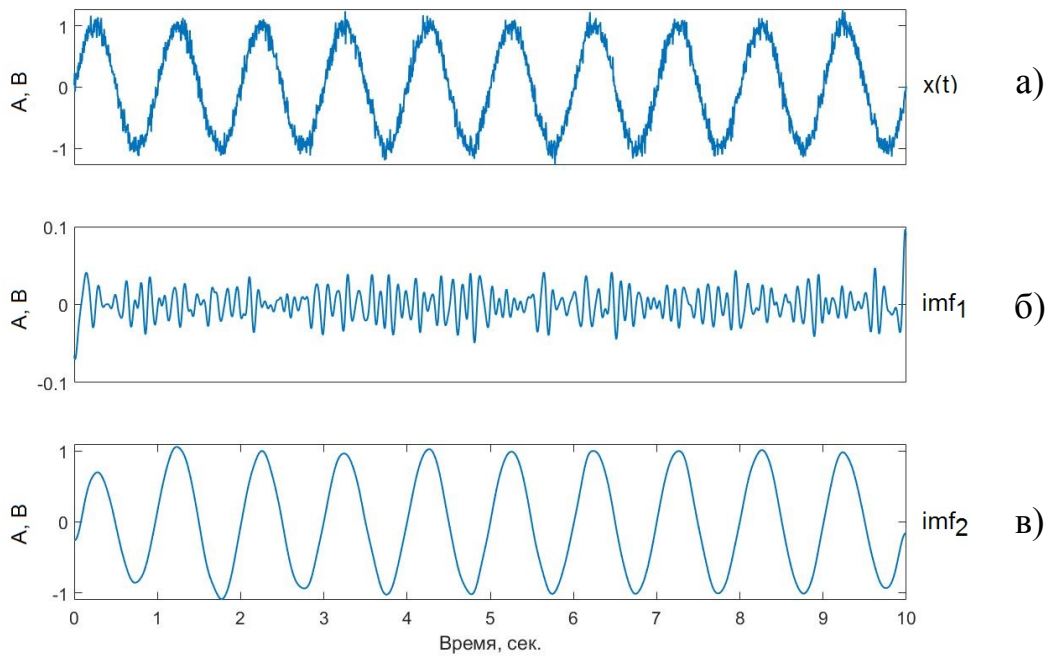
На рис. 2.4.1 показано, что в результате эмпирической модовой декомпозиции получены 2 модовые функции, первая из которых представляет собой шумовую компоненту (рис. 2.4.1б), а вторая функция является гармонической (рис. 2.4.1в):

Оценка точности декомпозиции модовой функции производилась по следующей формуле:

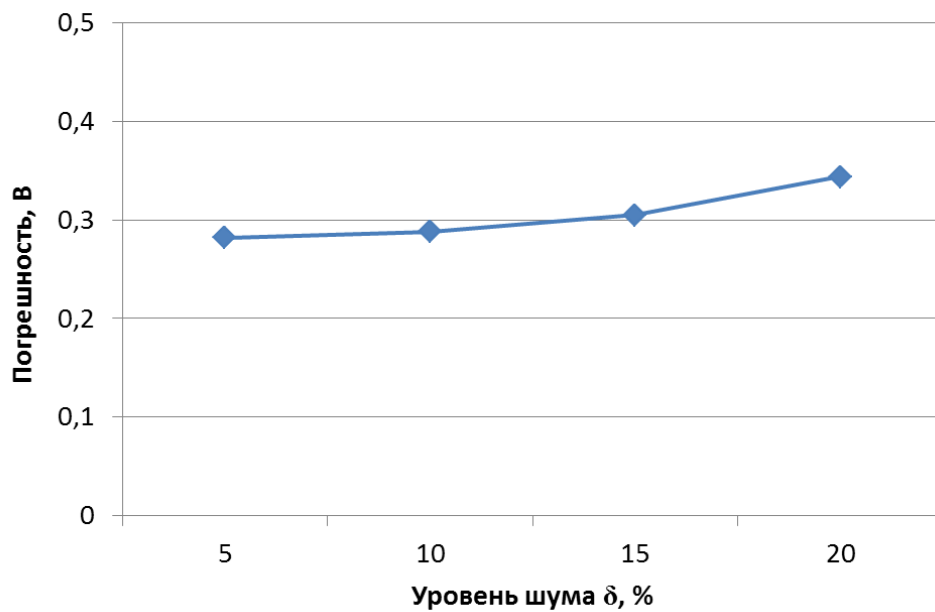
$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - imf_i)^2}{N}}$$

где  $imf_i = imf(t_i)$  - значения второй модовой функции в точках отсчета  $t_i$ ,  $x_i = \sin(t_i)$ ,  $i=1, \dots, N$ .

На рис. 2.4.2 представлена кривая зависимости погрешности декомпозиции  $\varepsilon$  от уровня шума  $\delta$  для гармонической функции вида (2.4.1). Видно, что погрешность декомпозиции линейно возрастает с ростом уровня шума в исходных данных.



**Рисунок 2.4.1.** Модовая декомпозиция гармонического сигнала с 5% шумом



**Рисунок 2.4.2.** Оценка погрешности декомпозиции гармонической функции

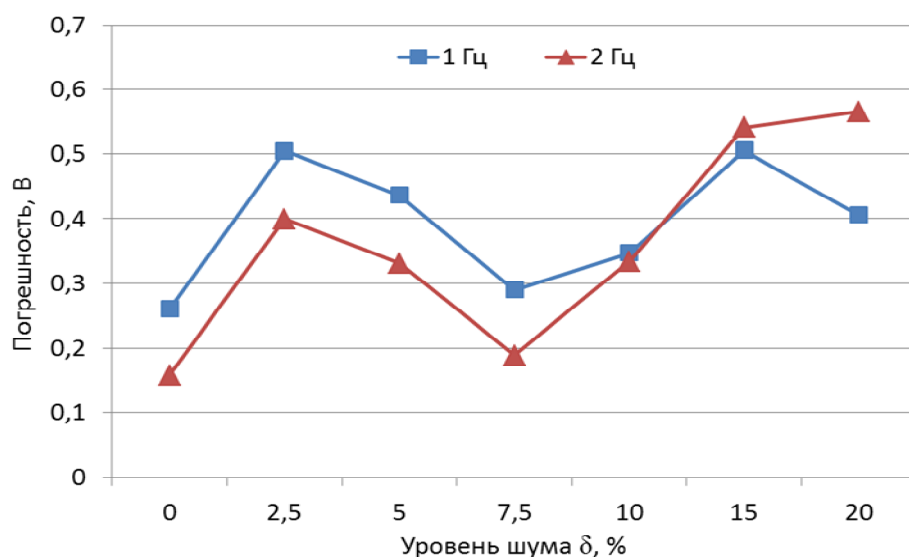
Аналогичные расчеты проведены для модельного сигнала, представляющего собой сумму двух синусоид:

$$x(t) = \sin(2\pi \cdot f_1 \cdot t) + \sin(2\pi \cdot f_2 \cdot t) + \zeta \quad (2.4.2)$$

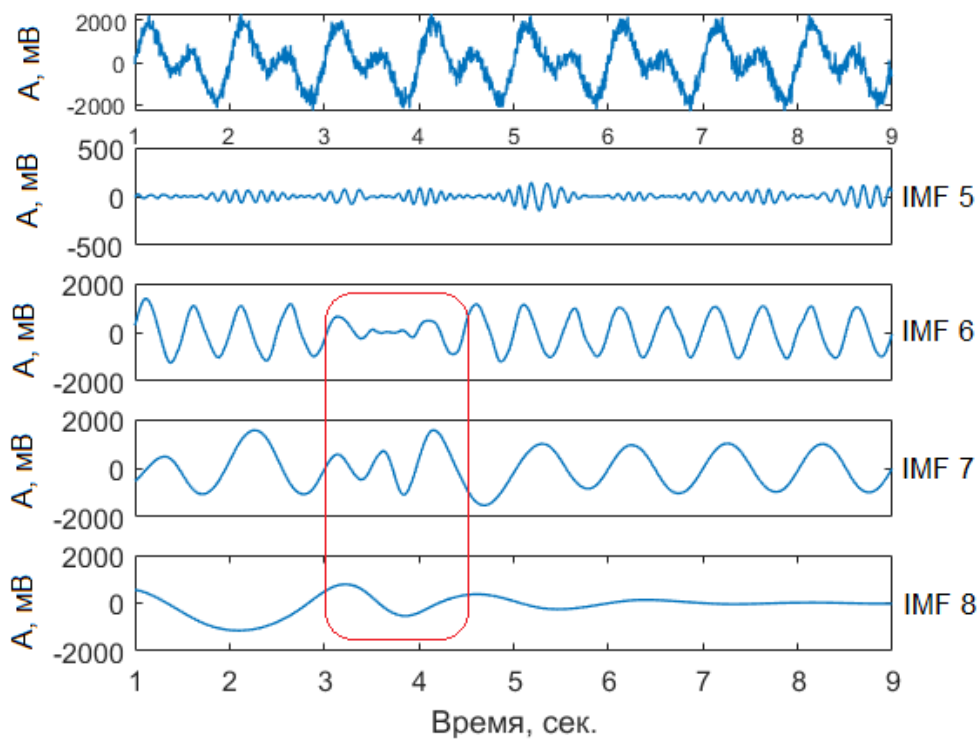
при  $f_1 = 1$  Гц и  $f_2 = 2$  Гц.

На рис. 2.4.3 показана погрешность декомпозиции обеих синусоид. Видно, что погрешность декомпозиции имеет нелинейную зависимость от уровня шума. Вначале с ростом уровня шума  $\delta$  погрешность декомпозиции  $\varepsilon$  снижается, достигая минимального уровня при  $\delta = 7.5$  %. Далее погрешность декомпозиции растет. Для объяснения такого поведения кривой погрешности было проведено дополнительное исследование. Было выявлено, что причина нелинейного роста погрешности объясняется эффектом “смешивания мод”, когда в одной конкретной моде оказывается сумма нескольких отрезков/кусков других мод, и из-за итерационного процесса эмпирической модовой декомпозиции этих же отрезков потом не хватает в последующих выделенных модах [93]. Наличие эффекта смешивания мод хотя бы в одной из компонент ведет к искажению всех следующих за ней компонент. Так, при декомпозиции модельного сигнала, представляющего собой сумму двух синусоид (рис. 2.4.4), при уровне добавляемого шума  $\delta = 15$  % на временном отрезке от 3 сек. до 4.5 сек. наблюдаются колебания с частотами, не характерными для текущей модовой функции. Из-за этого происходит увеличение погрешности выделения модовых функций.

Указанный эффект “смешивания мод”, согласно литературным данным, актуален при анализе различного рода реальных зашумленных процессов. Для минимизации данного эффекта используется алгоритм множественной эмпирической модовой декомпозиции [117, 84], алгоритм которой представлен в следующем параграфе.



*Рисунок 2.4.3. Оценка погрешности декомпозиции*



*Рисунок 2.4.4. Декомпозиция суммы двух синусоид*

## 2.5. Множественная эмпирическая модовая декомпозиция

В данном параграфе оценивается применимость в исследовании биомедицинских сигналов одного из наиболее эффективных методов снижения явления “смешивания мод” - метода множественной эмпирической модовой декомпозиции. Данный метод был предложен авторами Zhaohua Wu и Norden E. Huang и опубликован в 2009 г. [117].

Суть данного метода заключается в вычислении усредненных значений модовых функций по множеству реализаций после многократной эмпирической модовой декомпозиции. Все возможные варианты наборов модовых функций, получаемых в процессе декомпозиции, достигаются путем добавления белого шума с известными характеристиками к анализируемой кривой. Поскольку преобразование Гильберта-Хуанга предполагает определение точек экстремумов сигнала и построение гладких огибающих по этим точкам, то при добавлении белого шума появляются дополнительные узлы, которые позволяют построить огибающие сигналов таким образом, чтобы они более четко описывали контур анализируемой кривой. К сигналу каждый раз добавляется заново сгенерированный шум  $\xi_i$  с известным уровнем  $\delta$  и производится эмпирическая модовая декомпозиция.

Для этого [84]:

1. формируется массив из  $I$  реализаций:

$$x_i(t) = x(t) + \delta * \xi_i, \quad i = 1..I,$$

где  $x(t)$  – исходный сигнал,  $\xi_i$  –  $I$  реализаций белого шума,  $\delta$  – уровень шума.

2. для каждой реализации как отдельного процесса определяются модовые функции

$$imf_k^i(t), \quad i = 1..I, \quad k = 1..K,$$

где  $K$  – количество модовых функций.

3. производится расчет средней модовой функции  $\overline{imf}_k(t)$  как конечного результата:

$$\overline{imf}_k(t) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I imf_k^i(t).$$

Добавленный шум не искажает частоты в информативной части исследуемых сигналов и автоматически отсеивается при эмпирической модовой декомпозиции.

Но при использовании данного метода для декомпозиции модельных сигналов, наиболее близких по структуре к импульсным сигналам, обнаружено явление “интерференции”, в результате которой появляется дополнительная промежуточная модовая функция.

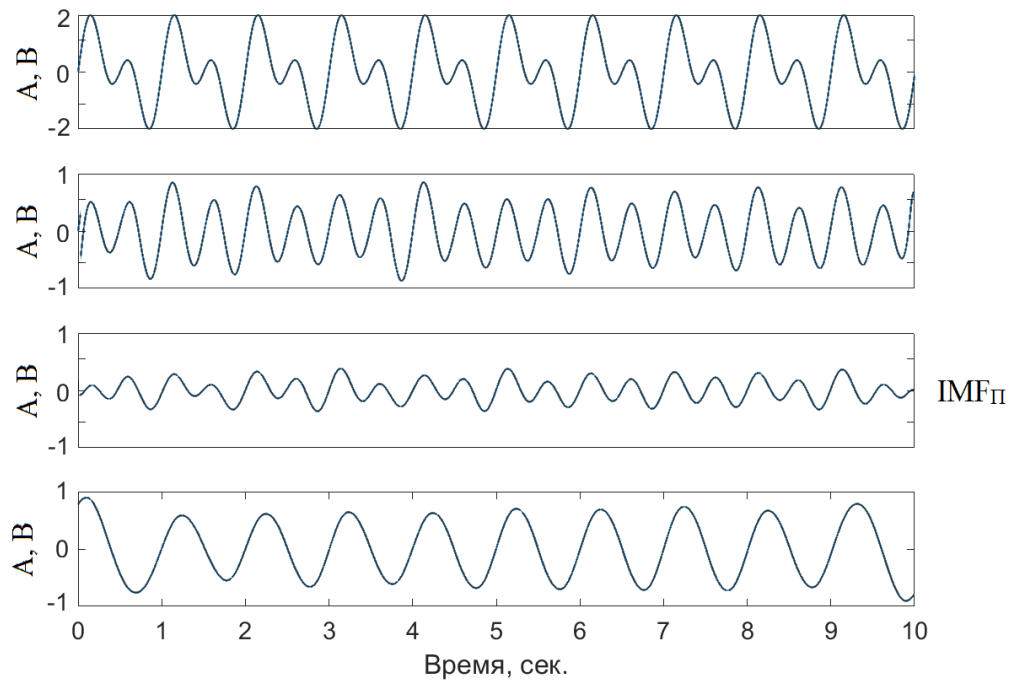
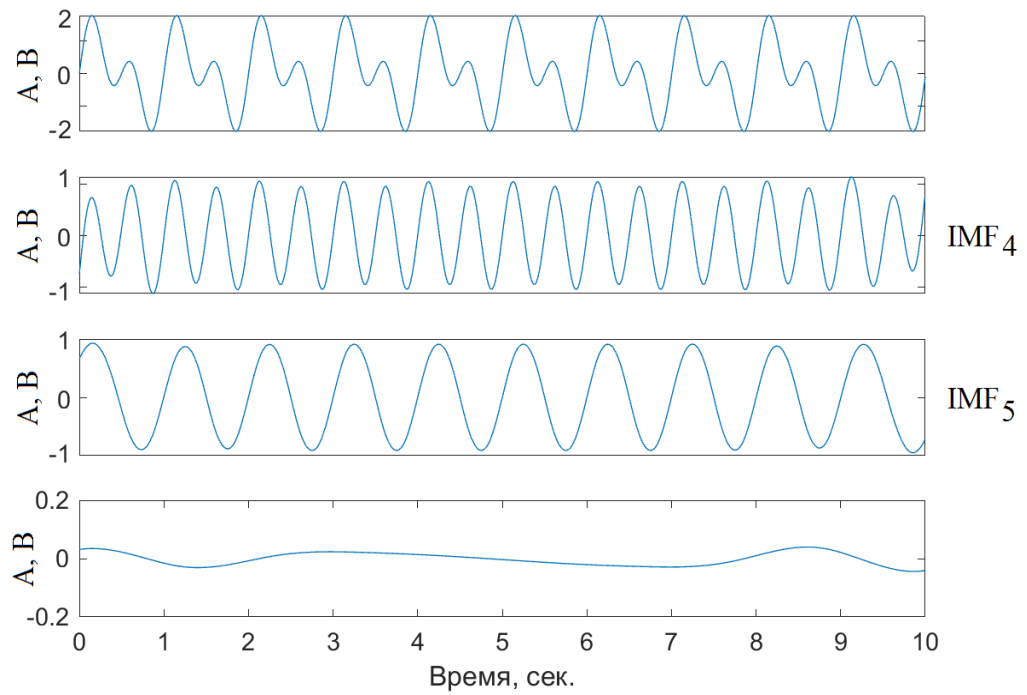
Например, при декомпозиции модельного сигнала, представляющего собой сумму двух синусоид:

$$x(t) = \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t) + \xi,$$

значащими являются функции  $imf_4$  и  $imf_5$  (рис. 2.5.2а), которые соответствуют модам анализируемой кривой.

При увеличении уровня добавляемого шума  $\delta$  происходит перетекание энергии из более высокочастотных модовых функций в более низкочастотные модовые функции, и в определенный момент появляется промежуточная модовая функция  $imf_{II}$  между функциями  $imf_4$  и  $imf_5$ , содержащая информацию об обеих модах (рис. 2.5.2б). Из-за этого происходит увеличение погрешности выделения модовых функций.

Для исключения данного явления нами предлагается использовать информацию по спектральному составу импульсных сигналов, полученную с помощью преобразования Фурье, которая представлена в следующем параграфе.



**Рисунок 2.5.2.** Декомпозиция суммы двух синусоид при:

а)  $\delta = 10\%$  и б)  $\delta = 15\%$

## 2.6. Модифицированный метод модовой декомпозиции с использованием Фурье-спектра

Поскольку преобразование Фурье является одним из основных методов спектрального анализа биомедицинских сигналов и Фурье-спектр пульсовых сигналов достаточно хорошо изучен, то для снижения влияния эффекта “смешивания мод” и явления “интерференции” на качество декомпозиции модовых функций предлагается предварительно рассчитывать Фурье-спектр сигнала.

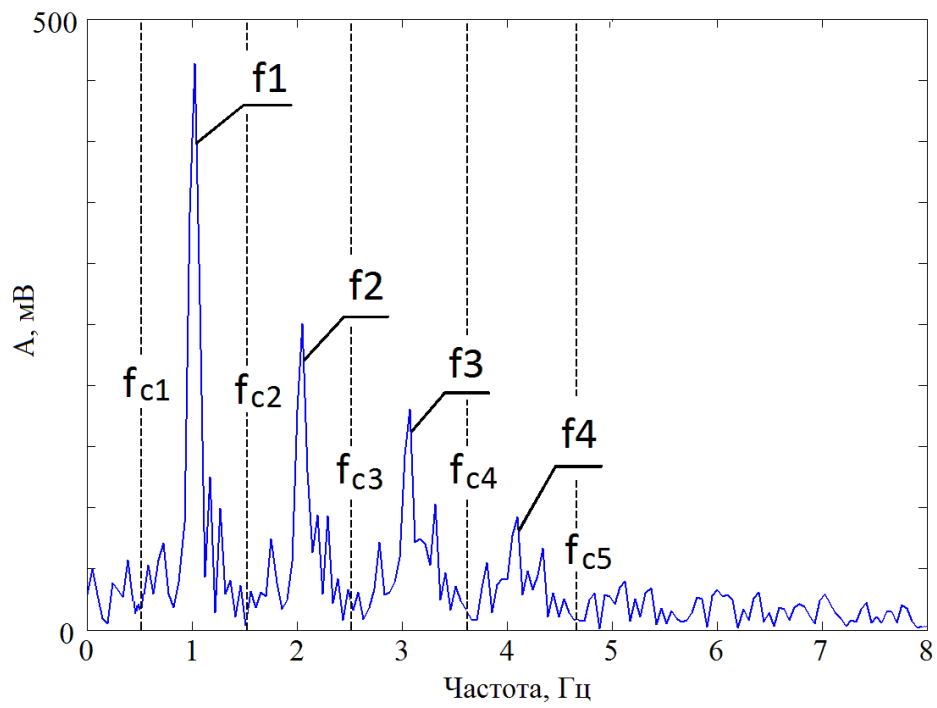
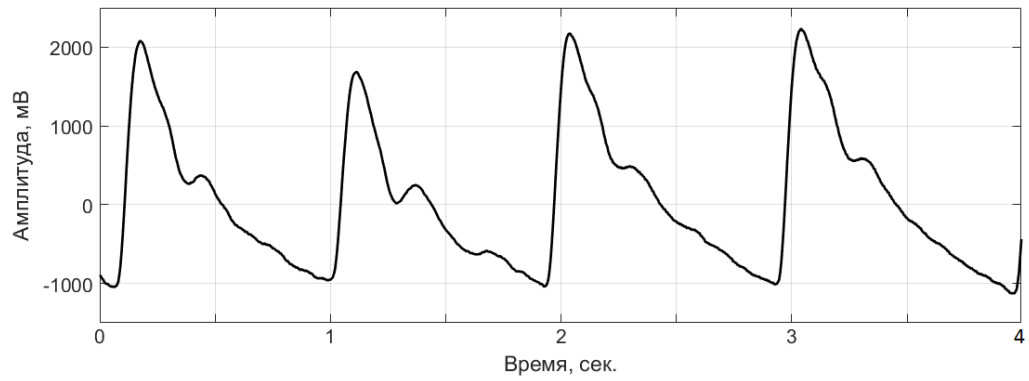
Типичная форма пульсового сигнала и его Фурье-спектр представлены на рис. 2.6.1. По мере увеличения частоты амплитуда гармоник спектра уменьшается, поэтому основная мощность пульсового сигнала (95%) лежит в полосе частот от 0.6 Гц до 8 Гц.

Поскольку пульсовой сигнал имеет квазипериодический характер, то спектр пульсового сигнала представляет собой набор гармоник  $f_i = i * f_1$ ,  $i=2..N$ , кратных основной частоте  $f_1$ , задаваемой ритмом сердца, и практически равноотстоящих друг от друга, что и наблюдается на рис. 2.6.1.

В целях повышения эффективности частотно-временного анализа пульсовых сигналов будем предварительно разделять Фурье-спектр анализируемой кривой на части с использованием полосовых частотных фильтров по границам среза  $f_{ci}$ ,  $i=1..N$ . Граничные частоты среза определяются следующим образом:

$$f_{ci} = \frac{f_i + f_{i-1}}{2}, i=2..N-1, f_0=0$$

и представлены на рис. 2.6.1б.



**Рисунок 2.6.1.** Типичный пульсовый сигнал (а) и его Фурье спектр (б)

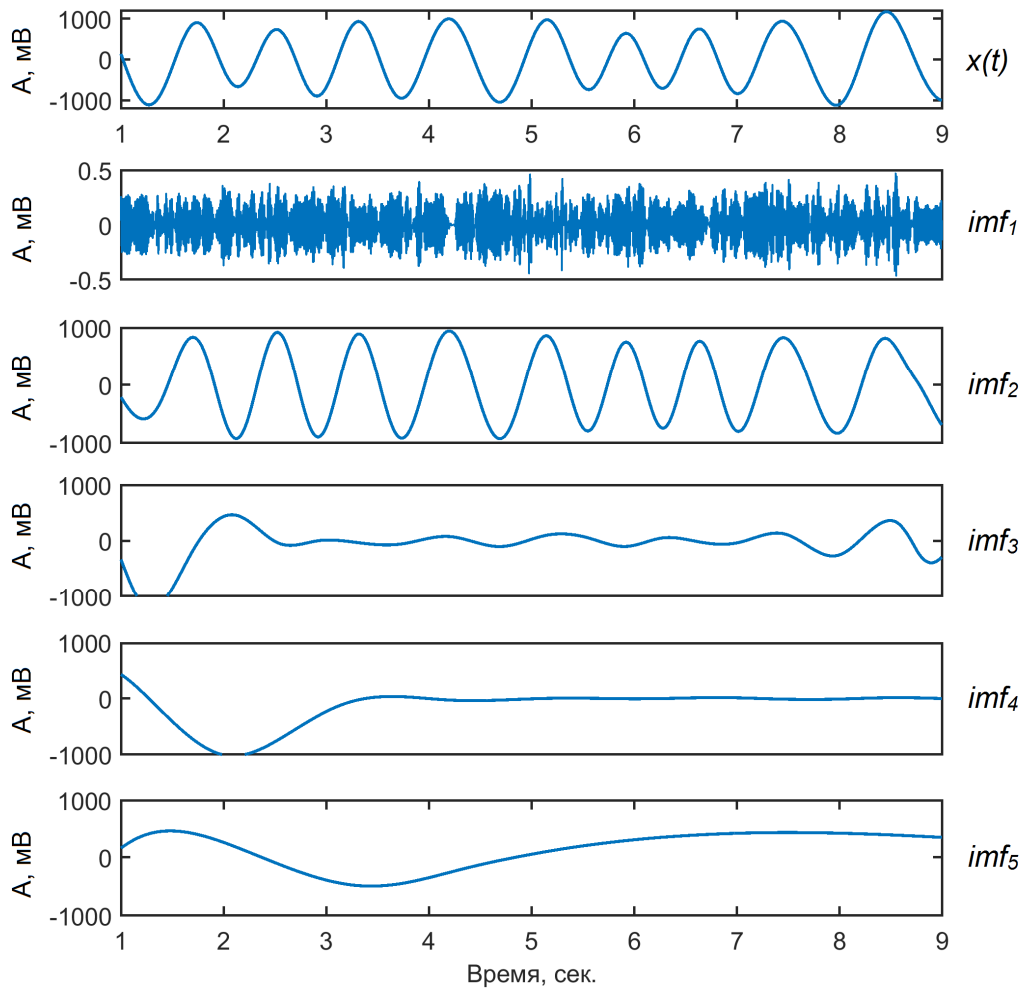
Далее, с помощью обратного преобразования Фурье, полученные спектральные полосы переводятся во временную область и используются как начальные функции итераций эмпирической модовой декомпозиции. Результат эмпирической модовой декомпозиции первой частотной составляющей  $f_1$  представлен на рис. 2.6.2.

На рис. 2.6.2 функция  $x(t)$  - результат обратного преобразования Фурье первой спектральной полосы  $[f_{c1} - f_{c2}]$ . В данном случае в выбранной спектральной полосе содержится один пик, но с ростом номера гармоники в силу специфики сигнала растет ее ширина, и в одной полосе может быть несколько спектральных пиков. Несколько пиков может появиться, в том числе и в первой спектральной полосе  $f_1$ , при анализе пульсовых сигналов людей с различными заболеваниями. Поэтому следующим шагом является эмпирическая модовая декомпозиция полученных на данном этапе составляющих сигнала.

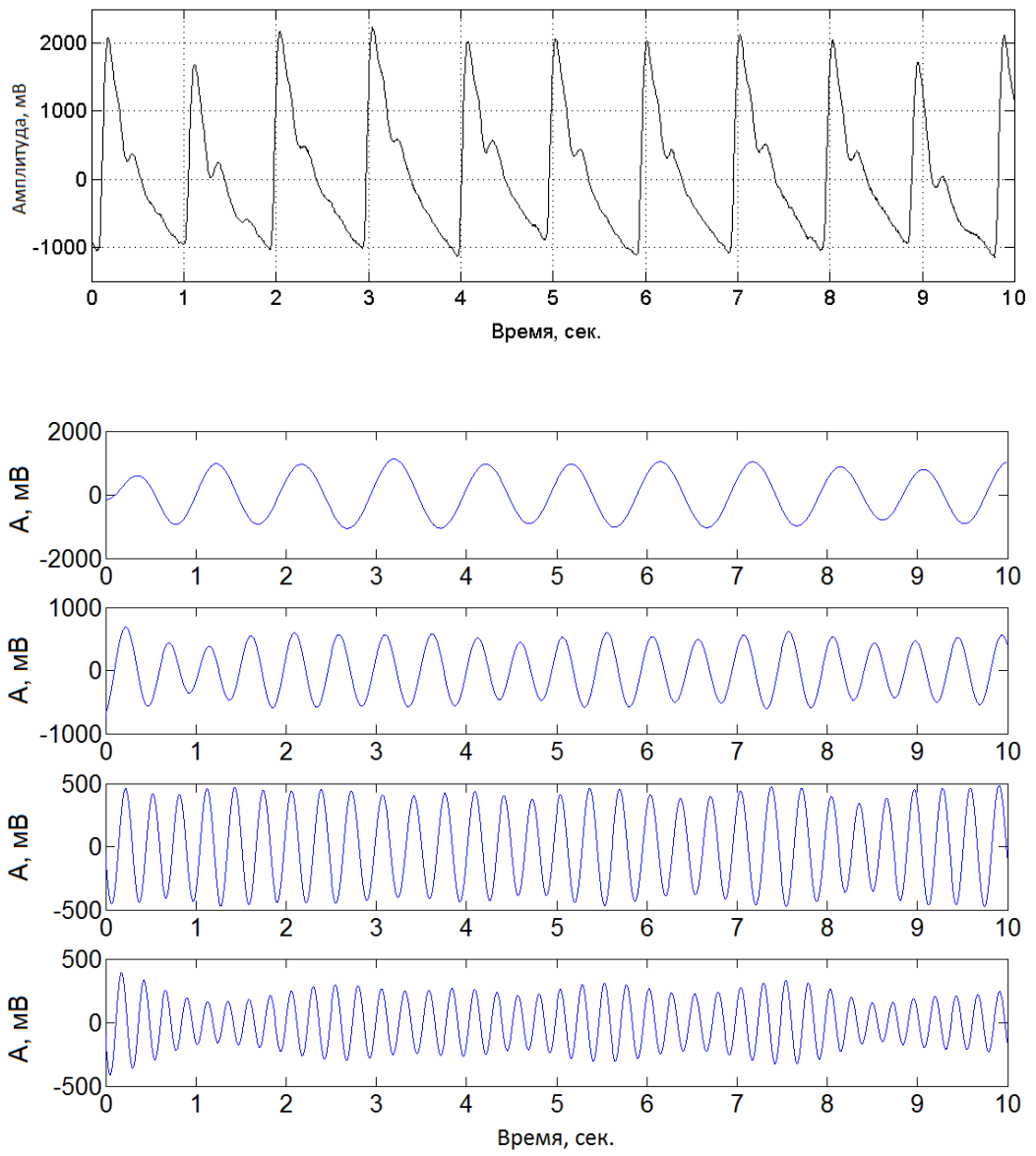
В результате применения классического алгоритма эмпирической модовой декомпозиции к первой составляющей сигнала получено 5 модовых функций  $imf_1 - imf_5$  (рис. 2.6.2). Для последующего анализа из полученного семейства модовых функций выбирается модовая функция, содержащая основную энергию. В данном случае это вторая модовая функция  $imf_2$ .

Данная процедура повторяется для всех остальных составляющих сигнала и в результате получается набор модовых компонент, представленный на рис. 2.6.3.

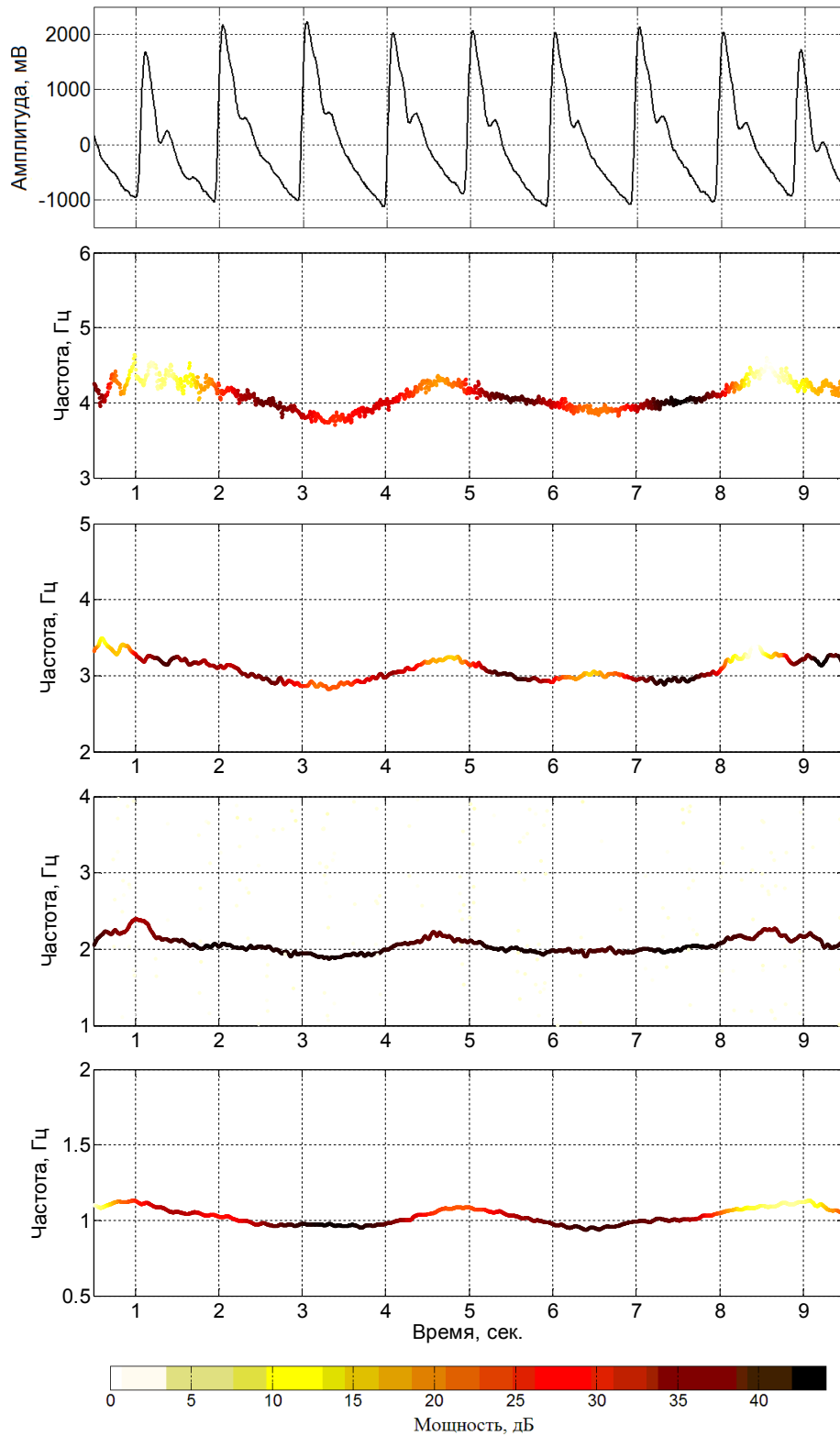
Следующим этапом является применение преобразования Гильберта к полученным модовым компонентам, в результате которой получается спектр мгновенных частот, представленный на рис. 2.6.4. На данном графике видны 4 кривые вдоль оси времени, которые характеризуют динамику изменения частот модовых компонент сигнала, что является диагностическим признаком и подробно рассмотрено в следующем параграфе.



**Рисунок 2.6.2.** Первая частотная составляющая  $x(t)$   
и его модовые функции  $imf_1$ - $imf_5$



**Рисунок 2.6.3.** Пульсовой сигнал и его модовые компоненты



*Рисунок 2.6.4. Пульсовой сигнал и частотно-временное распределение его модовых компонент*

## 2.7. Оценка погрешностей методов модовой декомпозиции

Произведем оценку эффективности предложенного метода в сравнении с классическим методом эмпирической модовой декомпозиции и методом множественной модовой декомпозиции. Для этого рассмотрим модельный сигнал, состоящий из суммы трех синусоид с частотами  $f_1 = 1$  Гц,  $f_2 = 2$  Гц и  $f_3 = 3$  Гц, наиболее близкими к частотам анализируемого процесса:

$$x(t) = \sin(2\pi \cdot f_1 \cdot t) + \sin(2\pi \cdot f_2 \cdot t) + \sin(2\pi \cdot f_3 \cdot t) + \xi \quad (2.6.1)$$

где  $\xi$  - аддитивный белый гауссовский шум.

Расчеты будут проведены для различных уровней добавляемого шума  $\xi$ : 5%, 10%, 15% и 20%.

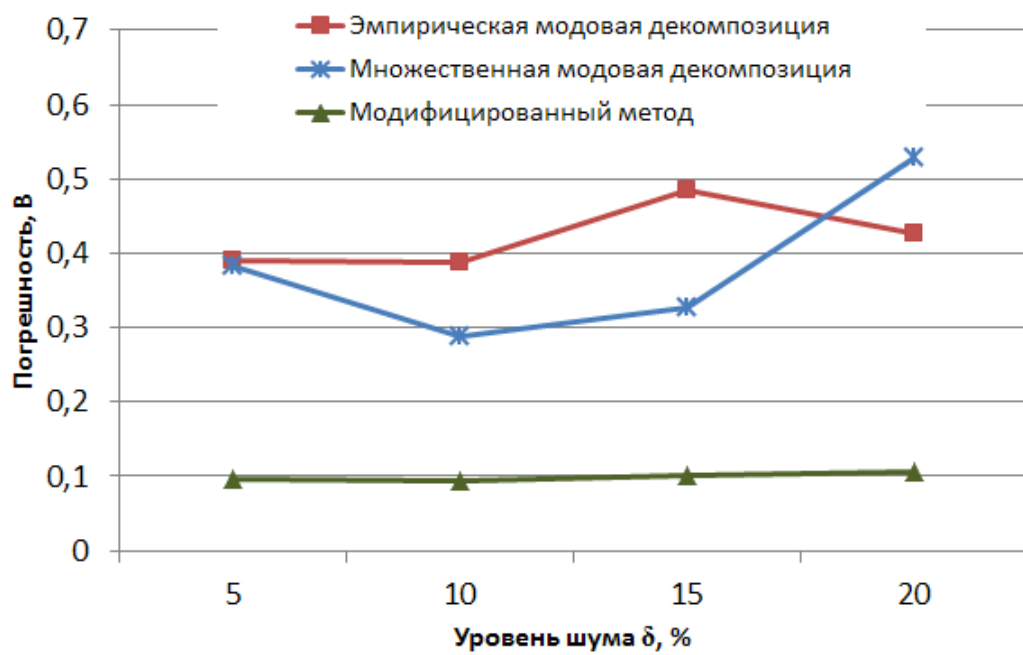
В качестве оценочного параметра будет использоваться среднеквадратическая погрешность декомпозиции модовых функций, рассчитываемая по следующей формуле:

$$\varepsilon^k = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i^k - imf_i)^2}{N}}$$

где  $x_i^k = \sin(2\pi \cdot f_k \cdot t_i)$  - значения гармонических функций в точках отсчета  $t_i$ ,  $imf_i = imf(t_i)$ ,  $i=1, \dots, N$  - значения соответствующих модовых функций.

Усредненная оценка погрешности методов модовой декомпозиции представлена на рис. 2.6.4. Из рисунка видно, что погрешность декомпозиции с помощью предложенного модифицированного метода в среднем в 4 раза ниже, чем при использовании классического метода эмпирической модовой декомпозиции и в 3 раза по сравнению с методом множественной модовой декомпозиции.

Так, на основе анализа модельных сигналов, схожих по структуре с импульсными сигналами, сделан вывод, что для анализа реальных импульсных сигналов необходимо применять предложенный модифицированный метод модовой декомпозиции с использованием Фурье-спектра.



*Рисунок 2.6.4. Оценка погрешности методов модовой декомпозиции*

## Выводы

1. Обосновано применение нового метода частотно-временного анализа сигналов, основанного на эмпирической модовой декомпозиции и преобразовании Гильберта, для изучения структуры пульсовых сигналов. Результатом декомпозиции является семейство модовых функций, характеризующих динамику изменения спектрального состава изучаемого процесса.

2. Выполненные нами теоретические и экспериментальные исследования показали, что преобразование Гильберта-Хуанга позволяет детализировать частотно-временную структуру модельных сигналов и выявлять временные и пространственные закономерности. Показано, что преобразование Гильберта-Хуанга позволяет исследовать изменение во времени мгновенных частот и их амплитуд, что особенно важно при изучении биомедицинских сигналов с меняющимися во времени характеристиками.

3. Выявлено, что при эмпирической модовой декомпозиции модельных сигналов, близких по структуре к пульсовым сигналам, проявляется эффект “смешивания мод”, когда частотный диапазон одних модовых функций пересекается с частотным диапазоном других модовых функций, что снижает эффективность частотно-временного анализа.

4. Для снижения эффекта “смешивания мод” при декомпозиции сигналов реализован метод множественной эмпирической модовой декомпозиции, заключающийся в многократном добавлении к сигналу белого шума и вычислении среднего значения модовых функций как конечного истинного результата. Показано, что данный метод позволяет более корректно оценить частотно-временной состав модельных сигналов, но при использовании данного метода характерна “интерференция” близлежащих частот, когда при декомпозиции сигналов с близлежащими частотами появляется дополнительная промежуточная модовая функция, в котором содержится информация об обеих

модах, из-за чего данный метод также не подходит для анализа пульсовых сигналов.

5. Для снижения влияния эффекта “смешивания мод” и явления “интерференции” на точность декомпозиции предложено использовать информацию по спектральному составу сигналов, полученную с помощью преобразования Фурье.

6. Проведенная оценка погрешности методов декомпозиции на модельных сигналах показала, что предложенный модифицированный метод с использованием Фурье-спектра в среднем в 4 раза эффективнее классического алгоритма эмпирической модовой декомпозиции и эффективнее в 3 раза по сравнению с методом множественной эмпирической модовой декомпозиции.

### **ГЛАВА 3. АНАЛИЗ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ ПУЛЬСОВЫХ СИГНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ МОДИФИЦИРОВАННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГИЛЬБЕРТА-ХУАНГА**

Исследование пульсовых сигналов позволяет получить важную информацию о функциональном состоянии организма в целом и различных его систем. В связи с многофакторным генезисом пульсовой волны и сложной средой ее распространения характеристики пульса обладают достаточно большой изменчивостью. Они зависят от силы и скорости сердечных сокращений, плотности и вязкости жидкости (крови), его объема и внутрисосудистого давления, эластичности и тонуса стенок сосудов и т.д.

В данной главе рассматривается анализ частотно-временной структуры пульсовых сигналов с помощью предложенного модифицированного преобразования Гильберта-Хуанга с использованием Фурье-спектра. Проведено сравнение частотно-временных характеристик в 3-х разных группах обследуемых: практически здоровых людей, спортсменов и людей с заболеванием гипертонией. Работа сердечно-сосудистой системы и организма в целом в этих группах значительно различаются, что подтверждается методом математического анализа variability сердечного ритма (Р.М. Баевский) - современной технологией оценки состояния регуляторных систем организма, активно используемой в функциональной диагностике. Установлена корреляция между информативными параметрами анализа variability сердечного ритма с информативными параметрами, получаемыми с помощью преобразования Гильберта-Хуанга.

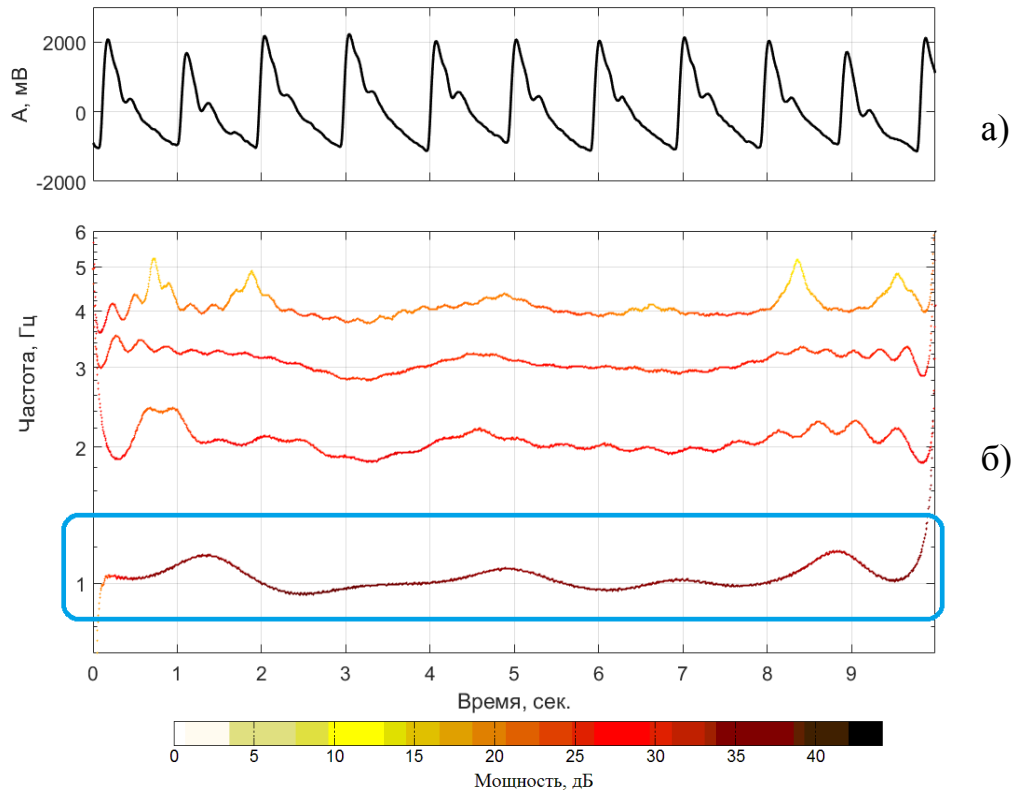
#### **3.1. Частотно-временной анализ пульсовых сигналов**

Рассмотрим частотно-временной анализ пульсовых сигналов с помощью предложенного в предыдущей главе модифицированного преобразования Гильберта-Хуанга с использованием данных Фурье-преобразования. Алгоритм данного метода выглядит следующим образом:

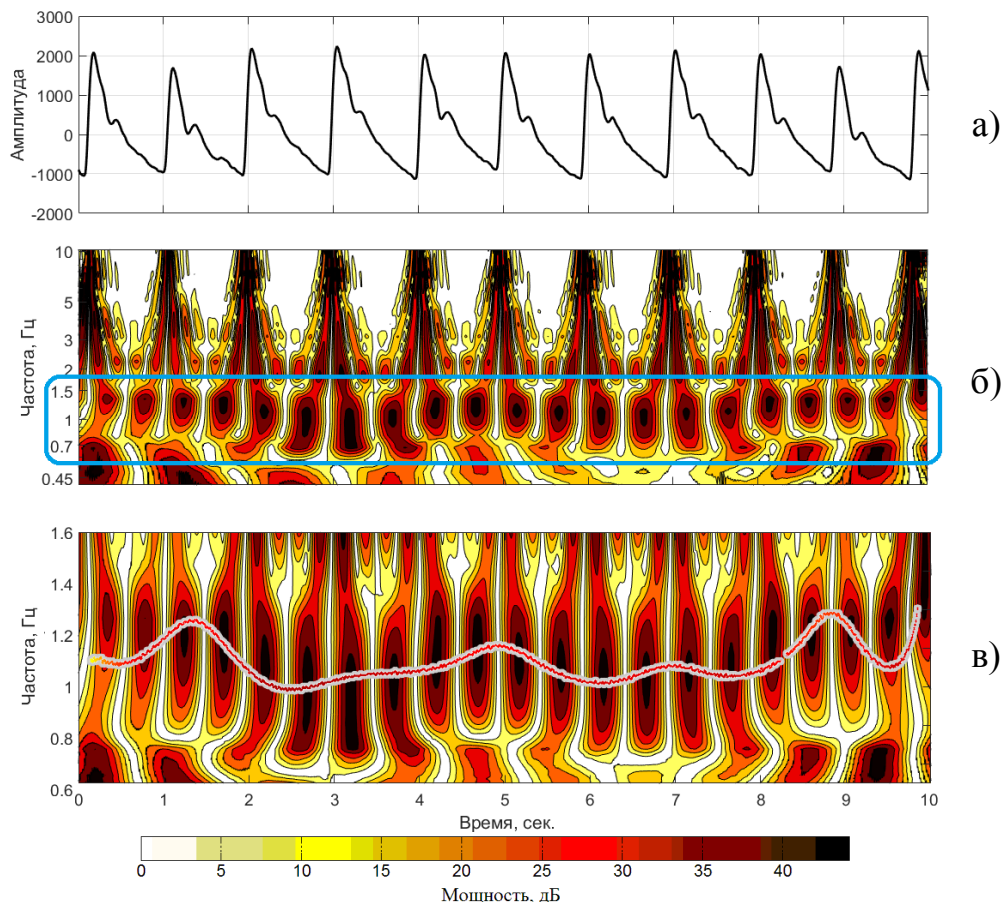
1. Производим Фурье-преобразование анализируемого сигнала.
2. С использованием полосовых частотных фильтров разделяем Фурье-спектр на части по границам среза, определяемыми характеристиками анализируемой кривой.
3. Полученные спектральные полосы переводим во временную область с помощью обратного преобразования Фурье.
4. Производим эмпирическую модовую декомпозицию кривых, полученных на третьем этапе.
5. С помощью преобразования Гильберта основных модовых функций получаем спектр мгновенных частот, который в дальнейшем и анализируется.

Рассмотрим типичный пульсовой сигнал контрольной группы здоровых людей (рис. 3.1.1а). На рис. 3.1.1б представлены кривые, полученные с помощью модифицированного преобразования Гильберта-Хуанга. По оси абсцисс указано время в секундах, по оси ординат – частота в Гц. в логарифмическом масштабе. Амплитуда мгновенной частоты в каждой точке представлена оттенками цвета, где более темные цвета соответствуют более высоким амплитудам. Из рисунка видно, что значения частот с течением времени меняются. Степень изменчивости зависит от множества факторов, воздействующих на организм человека. Причем, с ростом частоты растет и флуктуация относительно среднего значения. По основной модовой компоненте, выделенной на рисунке прямоугольником, можно определить 4 локальных максимума в районе 1.3, 5, 7 и 8.8 секунд. Локальные минимумы достигаются в районе 2.5, 6.2 и 7.7 сек.

Поскольку одним из наиболее обоснованных методов частотно-временного анализа сигналов различной природы является вейвлет-анализ, то для сравнения рассмотрим вейвлет преобразование пульсовых сигналов. На рисунке 3.1.2 представлен вейвлет-образ пульсового сигнала.



**Рисунок 3.1.1.** Пульсовой сигнал (а) и его частотно-временное распределение (б) в I контрольной группе здоровых людей



**Рисунок 3.1.2.** Пульсовой сигнал (а), его вейвлет образ (б) и наложение спектра мгновенных частот Гильберта на вейвлет образ

Среди многих вейвлетов выбран вейвлет Морле (3.1.1), который характеризуется наилучшим спектральным разрешением и представляет собой плоскую волну, промодулированную гауссианом единичной ширины. Ниже приведены выражение вейвлет-функции и ее преобразования Фурье:

$$\psi(t) = e^{j2\pi k_0 t} e^{-t^2/2} \quad (3.1.1)$$

$$\Psi(f) = \Theta(f) e^{-(f-k_0)^2/2} \quad (3.1.2)$$

где  $k_0$  – параметр,  $\Theta(f)$  – функция Хевисайда.

С увеличением параметра  $k_0$  растет частотная избирательность базиса, но ухудшается временная. Данный вейвлет используется, в основном, для частотно-временного анализа процессов, у которых спектральный состав меняется во времени.

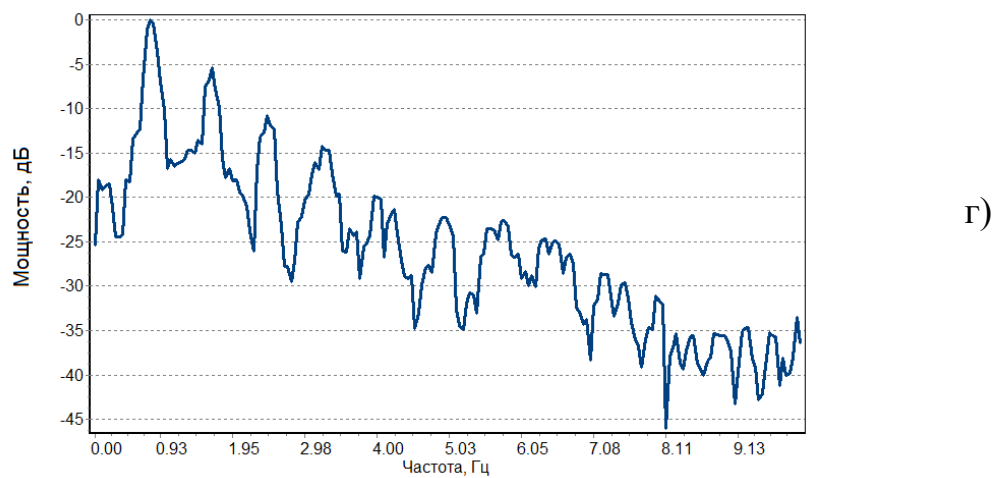
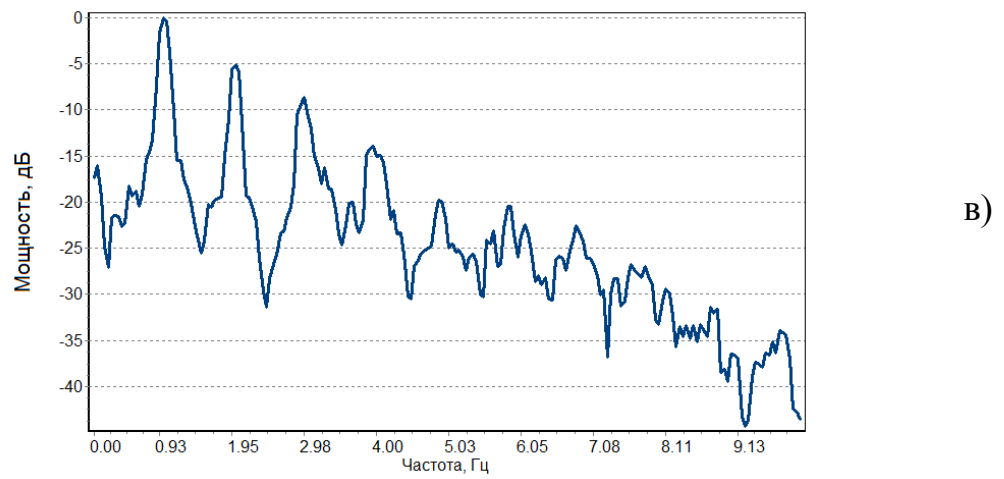
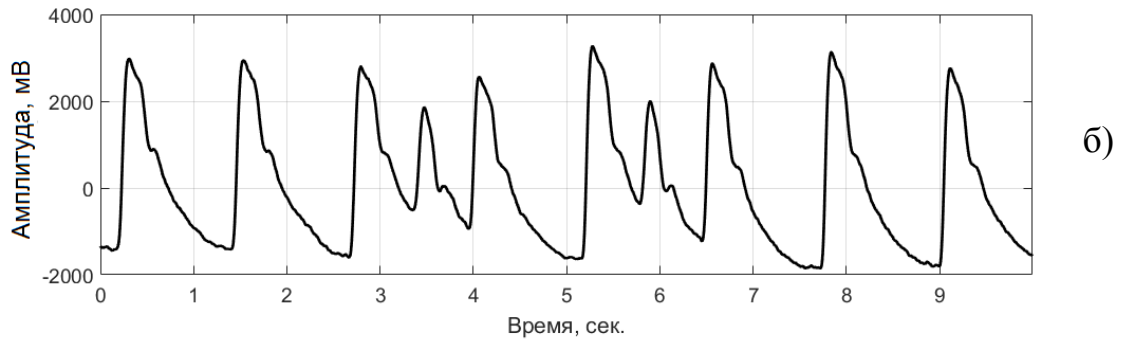
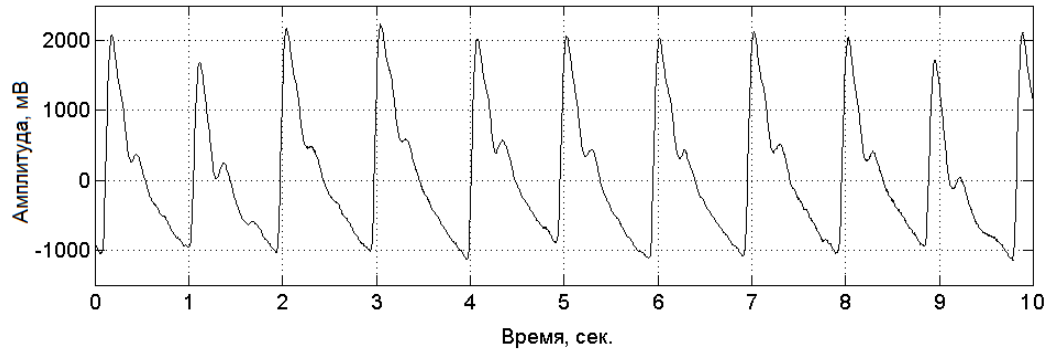
На рис. 3.1.2б и 3.1.2в по оси абсцисс указано время в сек., а по оси ординат – частота в Гц. Черные области – области с высокой амплитудой. Постоянство расстояний между линиями экстремумов и их параллельность свидетельствуют о том, что составляющие сигнала - гармонические колебания разных частот. На рис. 3.1.2б в районе 1 Гц вдоль оси времени отчетливо видны следующие друг за другом овальные черные области, положение которых соответствует максимумам и минимумам амплитуд вейвлет-коэффициентов. Это указывает на периодический характер сигнала, а их пространственное распределение показывает специфику сигнала.

На рис. 3.1.2в на картину вейвлет образа наложена кривая, полученная с помощью преобразования Гильберта-Хуанга, выделенная прямоугольником на рис. 3.1.1б. Видно, что кривая проходит по черным овальным областям, характеризующим динамику изменения основной частоты сигнала. Это подтверждает, что данные, полученные с помощью преобразования Гильберта-Хуанга, соответствует данным, полученным с помощью одного из наиболее обоснованных методов частотно-временного анализа сигналов - вейвлет преобразования.

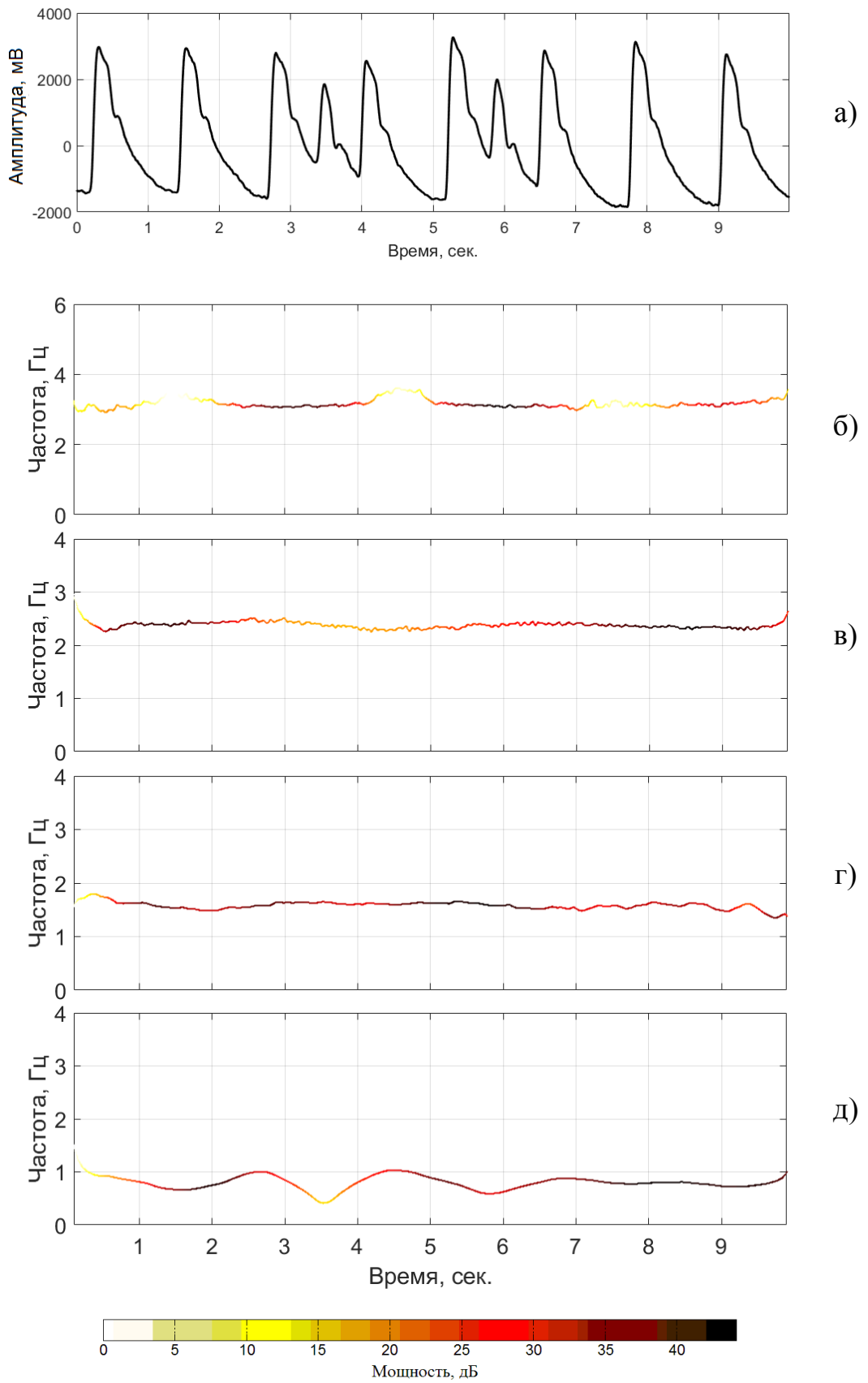
Изменение спектрального состава пульсовых сигналов во времени дает важную информацию о функционировании человеческого организма. При различных изменениях уровня функционирования организма, при нарушениях адаптационных реакций организма и при заболеваниях динамика изменения спектральных компонент является важным диагностическим признаком.

Для сравнения рассмотрим две пульсовые кривые, одна из которых соответствует нормальному функционированию человеческого организма, а вторая – при нарушении сердечного ритма (экстрасистолии). Данный вид нарушения сердечного ритма характеризуется периодическим удлинением кардиоинтервалов. На рисунке 3.1.3 представлены пульсовый сигнал без нарушения ритма (а), пульсовый сигнал с нарушением ритма (б) и их Фурье-спектры (в, г). Фурье-спектр дает интегральную оценку и в данном случае не позволяет оценить, на каких уровнях, или частотах, происходят те или иные изменения. Степень нарушения ритма сердца можно оценить по частоте появления экстрасистолий и продолжительности кардиоинтервалов. Но это не позволяет оценить внутреннюю структуру сердечного ритма, поскольку при любом нарушении происходит нарушение происходящих в организме человека колебательных процессов. Для оценки изменения спектральных компонент во времени рассмотрим его частотно-временной спектр, полученный с помощью преобразования Гильберта-Хуанга.

На рис. 3.1.4 представлен график частотно-временного распределения пульсового сигнала при нарушении сердечного ритма, полученный с помощью преобразования Гильберта-Хуанга. На рис. 3.1.4д, где представлена динамика изменения основной частоты при нарушении ритма, видно, что на отрезке от 3 сек. до 4 сек. наблюдаются резкие изменения.



**Рисунок 3.1.3.** Пульсовой сигнал без нарушения ритма (а), с нарушением ритма (б) и их Фурье-спектры (в, г)



**Рисунок 3.1.4.** График частотно-временного распределения при нарушении ритма сердца

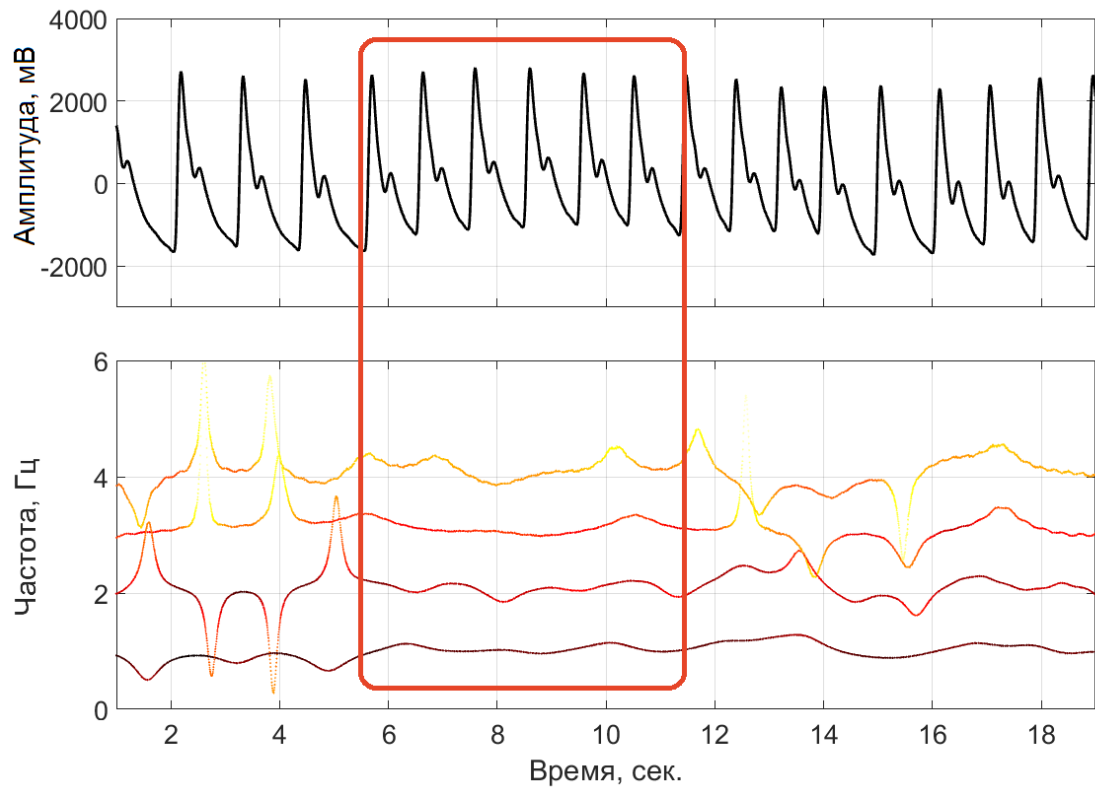
Нарушение ритма в данном случае связано с изменением частоты в первой моде (рис. 3.1.4д). Видно, что в районе  $t = 3.5$  сек. происходит снижение частоты до 0.3 Гц. На других же модовых компонентах наблюдаются изменения амплитуды колебаний, что характеризуется изменением оттенков цвета на кривых. Степень изменения частотных составляющих зависит от степени заболевания. При более сильных нарушениях сердечного ритма изменениям подвергаются все моды.

Таким образом, показано, что с помощью преобразования Гильберта-Хуанга можно определить временные отрезки, где происходят те или иные изменения и оценить спектральный состав анализируемых данных.

### **3.2. Количественная оценка данных частотно-временного анализа пульсовых сигналов**

По графику частотно-временного распределения можно определить основные частоты колебаний, формирующих сигнал и динамику их изменения. Вариация мгновенных частот и амплитуд модовых компонент пульсовых сигналов связано с тем, что организм человека является сложной динамической системой, состояние которого меняется с течением времени. Это подтверждается методом анализа ритмической структуры пульсовых сигналов, в основе которого лежат работы по оценке variability сердечного ритма (Р.М. Баевский) [95, 96, 54-59].

В связи с этим, формирование устойчивых параметров должно выполняться на основе динамического алгоритма. При наличии различного рода шумовых компонент, непременно присутствующих в сигнале, различного рода переходных процессов и т.д., необходимо выбирать для анализа такие отрезки сигналов, в которых средние значения частот и их дисперсии не превышают установленных пределов. Рассмотрим для примера 20-секундную реализацию пульсового сигнала (рис. 3.2.1), в котором присутствуют различного рода помехи.



*Рисунок 3.2.1. Частотно-временной анализ длинной реализации пульсового сигнала*

По графику мгновенных спектров (рис. 3.2.1) можно выделить достаточно устойчивый временной отрезок от 5.5 сек. до 11.5 секунд, который можно использовать для расчета статистических параметров и использовать их для характеристики процесса.

Для количественной оценки данных частотно-временного анализа для каждой модовой компоненты определялись взвешенная средняя частота  $f_t$  и взвешенное квадратическое отклонение  $f_V$  по следующим формулам:

$$f_t = \frac{\sum_{i=1}^N f_i a_i}{\sum_{i=1}^N a_i}$$

$$f_V = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (f_i - f_t)^2 a_i}{\sum_{i=1}^N a_i}}$$

где  $f_i$  –мгновенные частоты,  $a_i$  - мгновенные амплитуды.

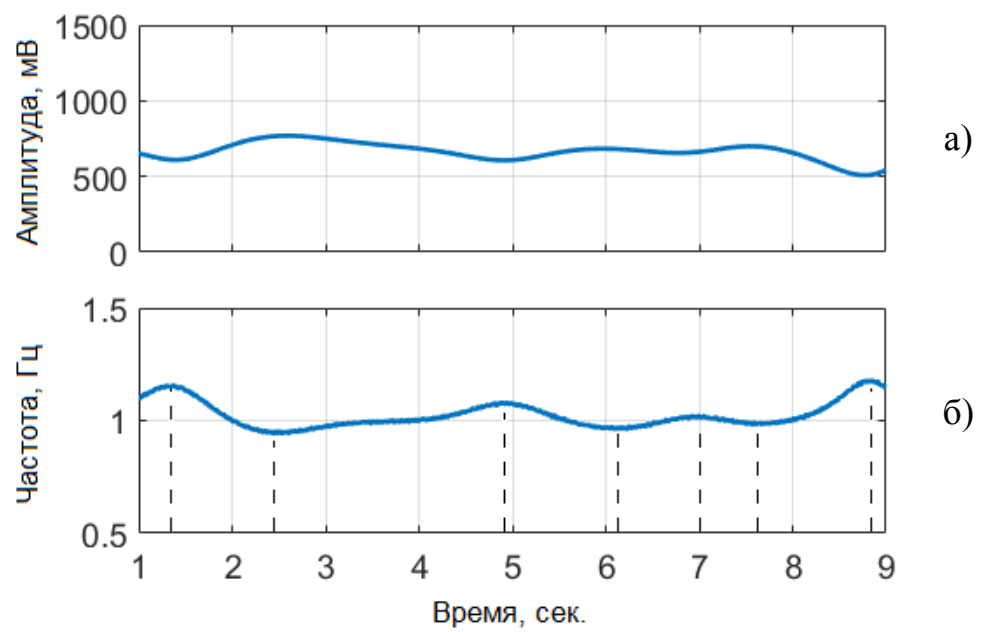
Для количественной оценки вариабельности мгновенных амплитуд рассчитывается среднее значение амплитуды  $A_t$  и среднеквадратическое отклонение  $A_V$ .

Рассмотрим частотно-временное распределение первой модовой компоненты пульсового сигнала человека I контрольной группы здоровых людей. На рис. 3.2.2б представлены мгновенные частоты, а на 3.2.2а – соответствующие мгновенные амплитуды.

Расчеты взвешенной средней частоты  $f_t$ , взвешенного квадратического отклонения  $f_V$ , среднего значения амплитуды  $A_t$  и среднеквадратического отклонения  $A_V$  показали следующие значения:

$$f_t = 1.02 \text{ Гц.}, f_V = 0.051 \text{ Гц.}, A_t = 664 \text{ мВ. и } A_V = 59 \text{ мВ.}$$

Особенности частотно-временного распределения в других группах и их сравнительная количественная оценка рассмотрены в следующем параграфе.



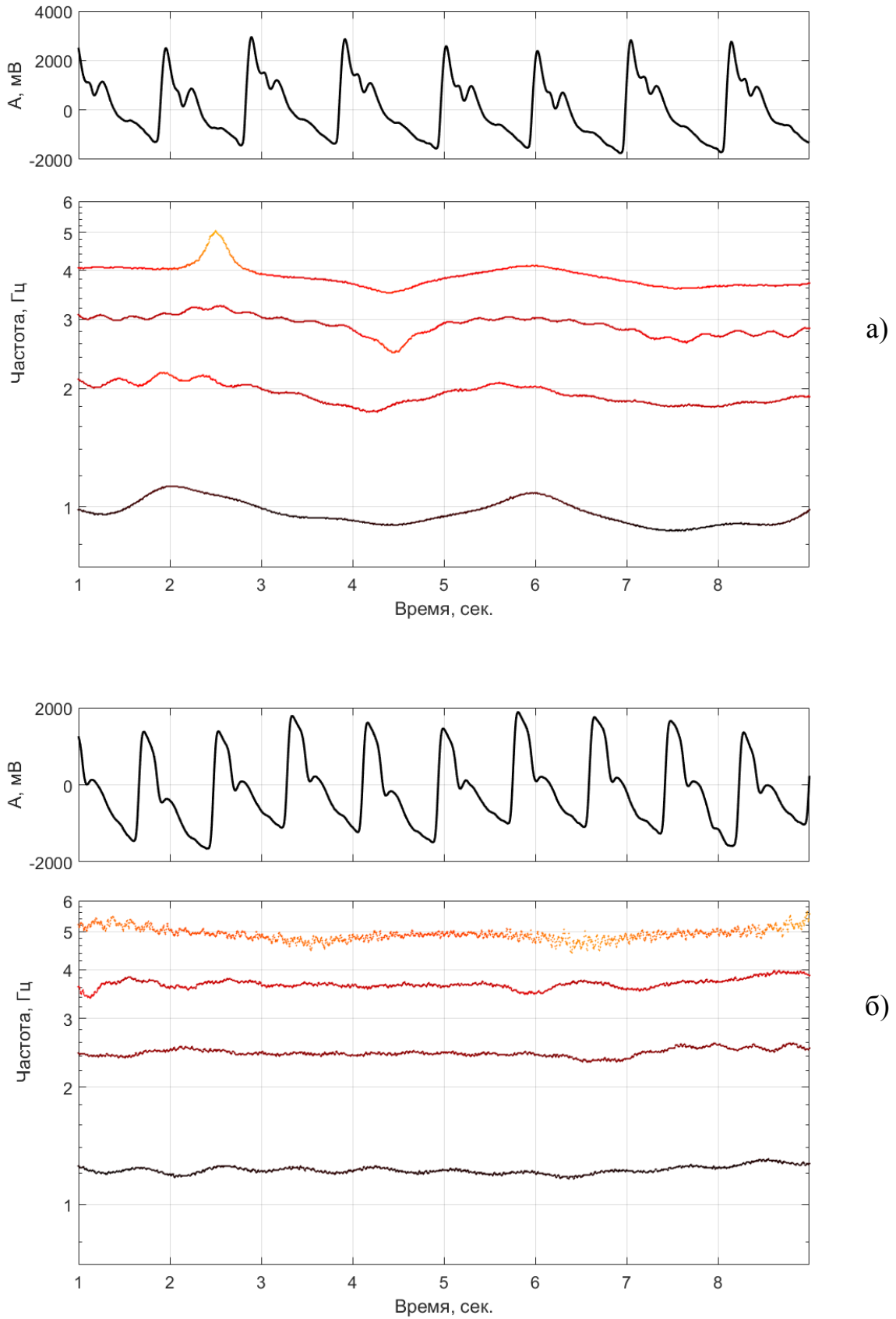
*Рисунок 3.2.2. Распределение мгновенной амплитуды (а) и мгновенной частоты (б) основной модовой компоненты*

### **3.3. Особенности частотно-временных распределений пульсовых сигналов в разных группах**

В данном параграфе проведено сравнение частотно-временных характеристик пульсовых сигналов в 3-х группах обследуемых: группа 1 – контрольная группа – практически здоровые люди в возрасте от 20 до 25 лет в количестве 27 человек; группа 2 – спортсмены (вольная борьба) в возрасте от 18 до 27 лет в количестве 23 человек, группа 3 – люди с заболеванием артериальной гипертонией в возрасте от 42 до 59 лет в количестве 26 человек.

Рассмотрим результаты анализа пульсовых сигналов спортсменов с помощью преобразования Гильберта-Хуанга. Изучение пульсовых сигналов спортсменов и лиц с повышенным режимом двигательной активности позволяет более правильно оценить изменения, происходящие в организме человека при постоянных физических нагрузках. Характер изменений деятельности сердечно-сосудистой системы находится в строгой зависимости как от вида физической нагрузки, так и от функционального состояния организма и уровня его работоспособности. Типичный пульсовой сигнал спортсмена и его частотно-временное распределение представлены на рисунке 3.3.1а. Сравнение полученных данных с данными, рассчитанными для контрольной группы обследуемых, показывает значительное различие параметров. Для спортсменов характерна большая флуктуация спектральных компонент сигнала при более низких значениях самих частот.

При анализе данных частотно-временного анализа пульсовых сигналов людей из третьей группы с заболеванием гипертонией, типичный пульсовой сигнал и частотно-временное распределение которых представлены на рисунке 3.3.1б, видно, что флуктуаций частоты значительно меньше. Также для этой группы характерны более высокие значения самих частот.



**Рисунок 3.3.1.** Типичный пульсовый сигнал и частотно-временное распределение: а) спортсмена, б) при заболевании гипертонией

Результаты расчетов статистических характеристик модовых компонент для всех трех групп представлены в таблицах 3.3.1 и 3.3.2:

Табл.3.3.1. Статистические характеристики частоты

	$f_t, \text{Гц}$			$f_V, \text{Гц}$		
	<i>1 группа</i>	<i>2 группа</i>	<i>3 группа</i>	<i>1 группа</i>	<i>2 группа</i>	<i>3 группа</i>
<i>1 мода</i>	1.07±0.07	0.92±0.05	1.17±0.06	0.044±0.014	0.062±0.008	0.030±0.004
<i>2 мода</i>	2.14±0.14	1.84±0.08	2.38±0.11	0.070±0.026	0.096±0.016	0.054±0.016
<i>3 мода</i>	3.21±0.19	2.80±0.13	3.57±0.17	0.097±0.035	0.142±0.024	0.081±0.017
<i>4 мода</i>	4.27±0.26	3.70±0.19	4.76±0.24	0.137±0.040	0.192±0.019	0.101±0.018

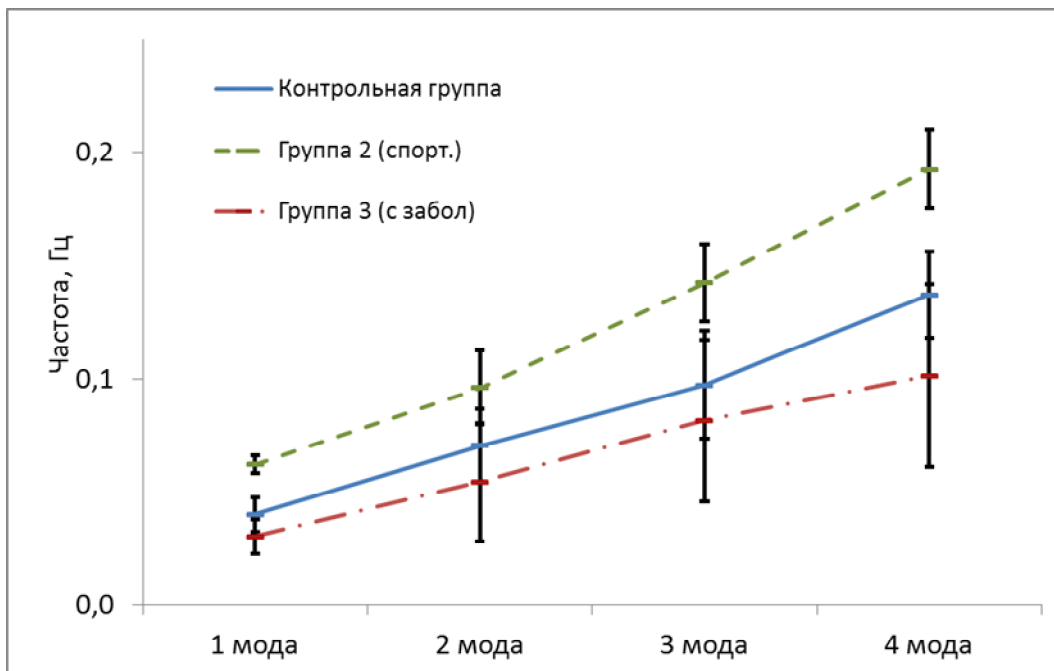
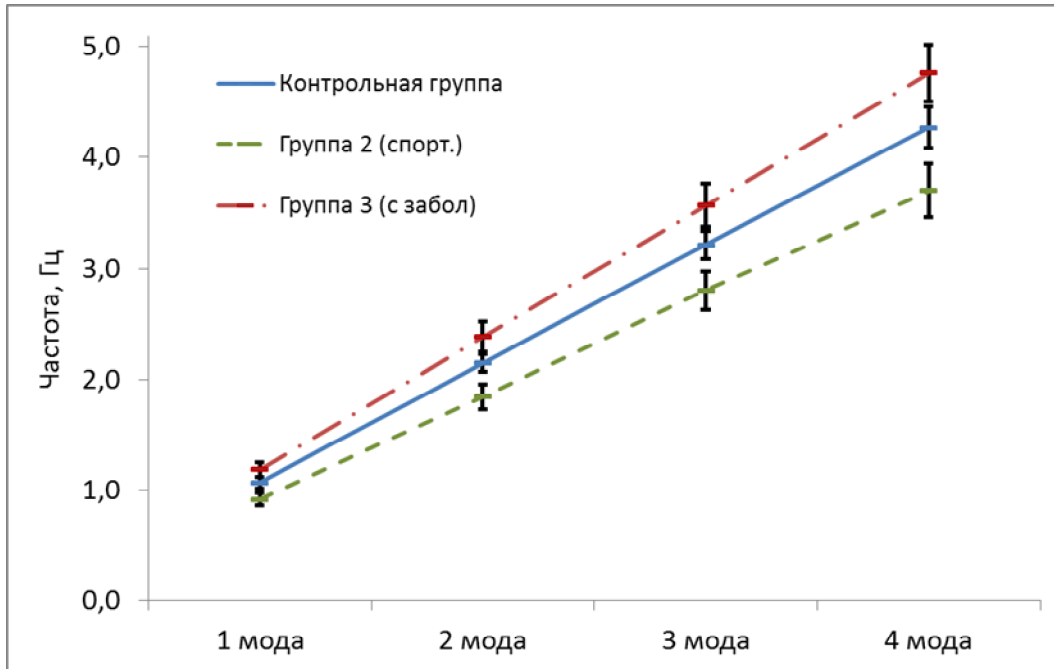
Табл.3.3.2. Статистические характеристики амплитуды

	$A_t, \text{мВ.}$			$A_V, \text{мВ.}$		
	<i>1 группа</i>	<i>2 группа</i>	<i>3 группа</i>	<i>1 группа</i>	<i>2 группа</i>	<i>3 группа</i>
<i>1 мода</i>	773±80	1081±66	585±147	60±13	126±26	34±14
<i>2 мода</i>	421±76	545±136	359±79	33±9	80±16	24±6
<i>3 мода</i>	421±98	447±95	244±71	26±6	83±16	18±5
<i>4 мода</i>	224±54	286±41	68±31	31±8	76±11	11±5

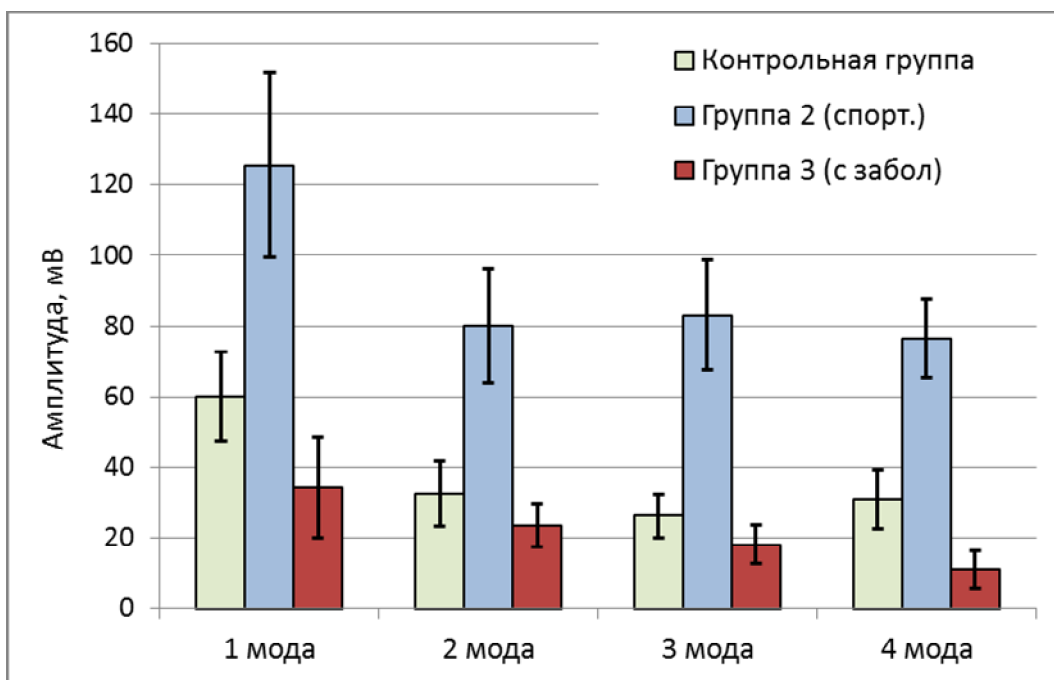
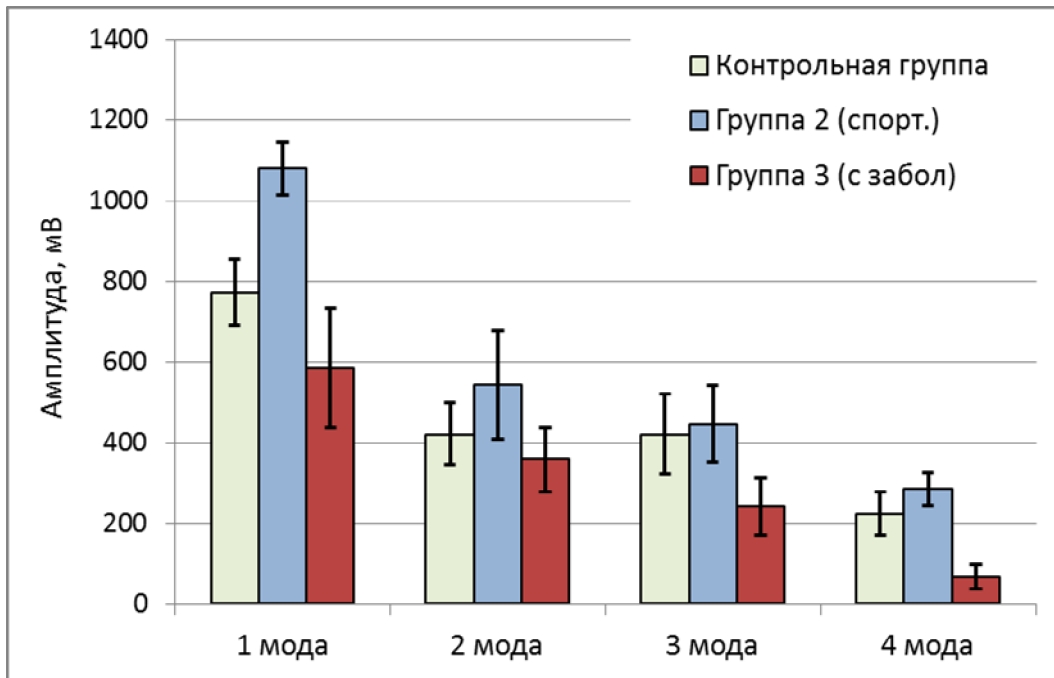
Результаты расчетов наглядно представлены на рис. 3.3.2. Сравнение полученных данных с данными, рассчитанными для контрольной группы, показывает значительное различие параметров. Видно, что для второй группы (спортсмены) характерны более низкие значения показателей частоты  $f_t$  и высокие значения показателей флуктуации частоты  $f_V$ , показателей амплитуды  $A_t$  и  $A_V$ .

Для пульсовых сигналов из третьей группы (с заболеванием) характерны более высокие значения показателей частоты  $f_t$  и низкие значения показателей флуктуации частоты  $f_V$ , показателей амплитуды  $A_t$  и  $A_V$ .

Полученные данные можно использовать для целей классификации пульсовых сигналов по нозологическим группам.



**Рисунок 3.3.2.** Значения показателей  $f_i$  (а) и  $f_v$  (б) для разных групп



**Рисунок 3.3.3.** Показатель амплитуды  $A_t$  (а) и показатель изменчивости амплитуды  $A_V$  (б) для разных групп

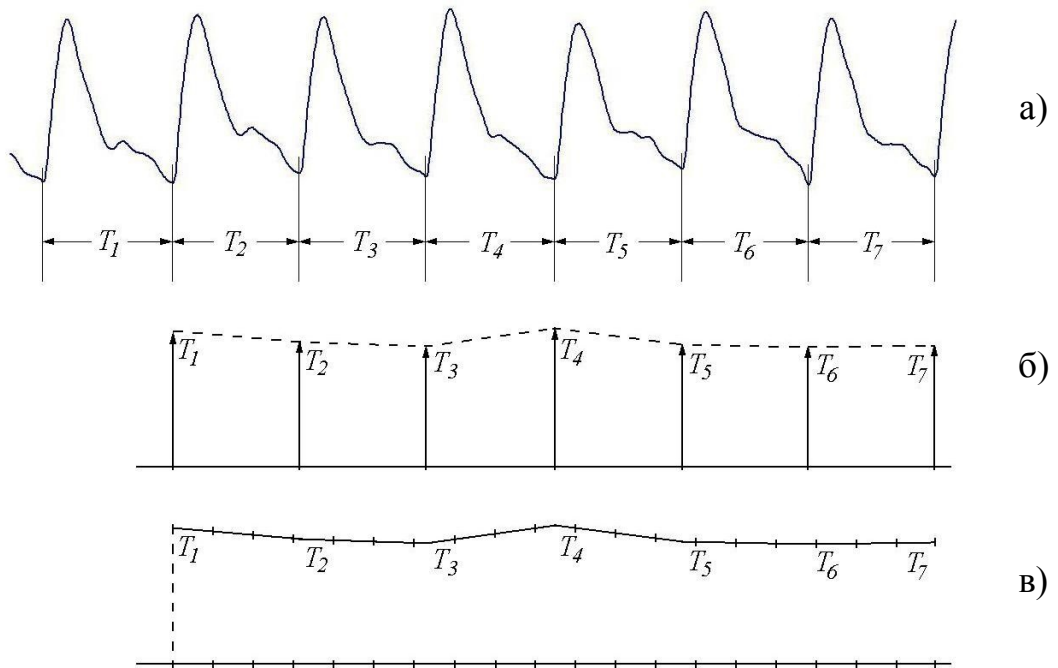
Таким образом, взвешенные средние частоты модовых функций  $f_t$  для людей с заболеванием гипертонией выше, чем в контрольной группе, а у спортсменов - ниже. Значение показателя флуктуации частоты  $f_V$  модовых функций для людей с гипертонией ниже, чем в контрольной группе, а у спортсменов - значительно выше. Это говорит о том, что частота сердечных сокращений у спортсменов (*группа 2*) ниже и в значительной мере более переменчива. Данные зависимости хорошо согласуются с современными представлениями о деятельности организма человека и подтверждаются данными анализа ритмической структуры пульсовых сигналов, представленными ниже.

### **3.4. Сравнение с методом анализа variability сердечного ритма**

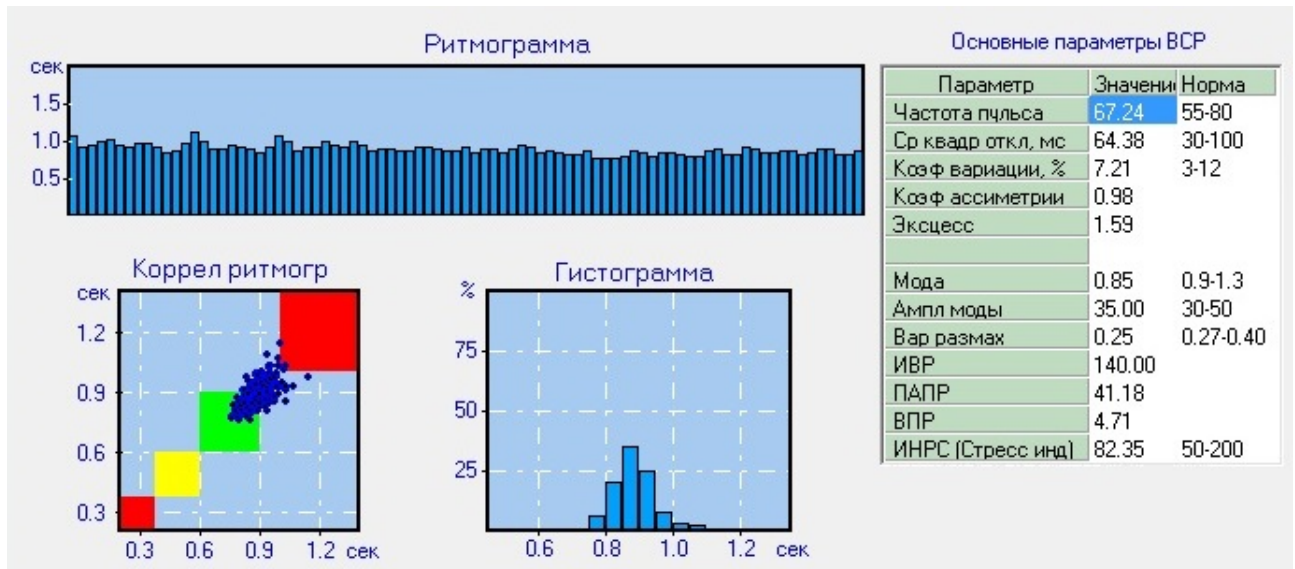
Математический анализ variability сердечного ритма (ВСР) – это современная методология и технология исследования и оценки состояния регуляторных систем организма. Этот метод активно используется в функциональной диагностике, поскольку анализ ВСР отражает работу сердечно-сосудистой системы и работу механизмов регуляции всего организма.

Космическая медицина была одной из первых областей науки и практики, где математический анализ ВСР был использован для получения новой научной информации и решения задач медицинского контроля за космонавтами (Баевский Р.М., 1970). При этом реакции системы кровообращения и, в частности, ее регуляторных механизмов рассматривались как результат адаптации организма к большому числу разнообразных факторов внешней среды. В связи с этим почти полвека назад сформировалась концепция о сердечно-сосудистой системе как индикаторе адаптационных реакций всего организма (В.В. Парин и др., 1967).

Рассмотрим основные принципы данного подхода. На рис. 3.4.1 представлен пульсовый сигнал, где размечены кардиоинтервалы  $T_i$  (рис. 3.4.1а), по которым формируется ритмограмма (рис. 3.4.1в) для последующего анализа степени ее variability.



**Рисунок 3.4.1.** Формирование кривой для анализа ритмической структуры пульсового сигнала



**Рисунок 3.4.2.** Анализ variability сердечного ритма. Контрольная группа

Получаемая ритмограмма (рис. 3.4.1в) подвергается статистическому и спектральному анализу по рекомендациям Европейского сообщества кардиологов [96, 97], что позволяет определить степень адаптации сердечно-сосудистой системы к случайным или постоянно действующим факторам внешней среды. Наиболее показательными параметрами анализа ВСР являются среднеквадратическое отклонение  $СКО$ , мода  $Мо$ , амплитуда моды  $АМо$  и индекс напряжения  $ИН$ , рассчитываемый по совокупности параметров.

Среднеквадратическое отклонение  $СКО$  является суммарным показателем variability ритмограммы за весь рассматриваемый период, который рассчитывается только для “нормального” ряда с исключением экстрасистол. Амплитуда моды  $АМо$  соответствует значению максимума функции плотности распределения, а значение аргумента в точке максимума – моде  $Мо$ .

Индекс напряжения  $ИН$  отражает степень напряжения регуляторных систем и рассчитывается по следующей формуле:

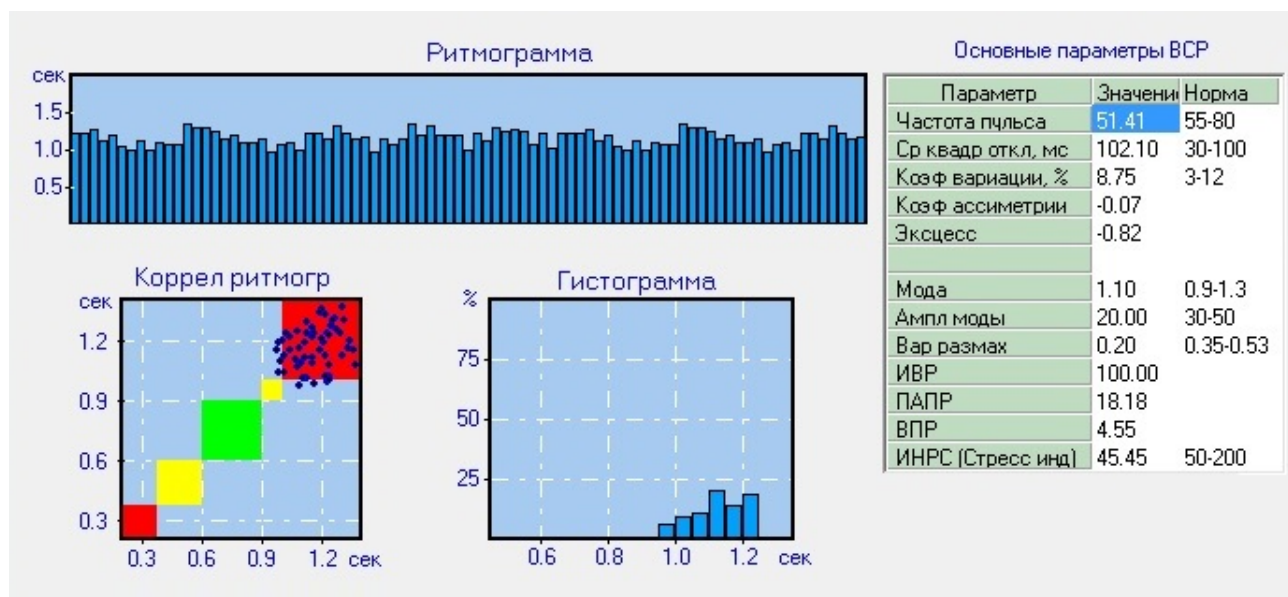
$$ИН = \frac{АМо * 100\%}{2 * Мо * ВР},$$

где  $ВР$  – вариационный размах.

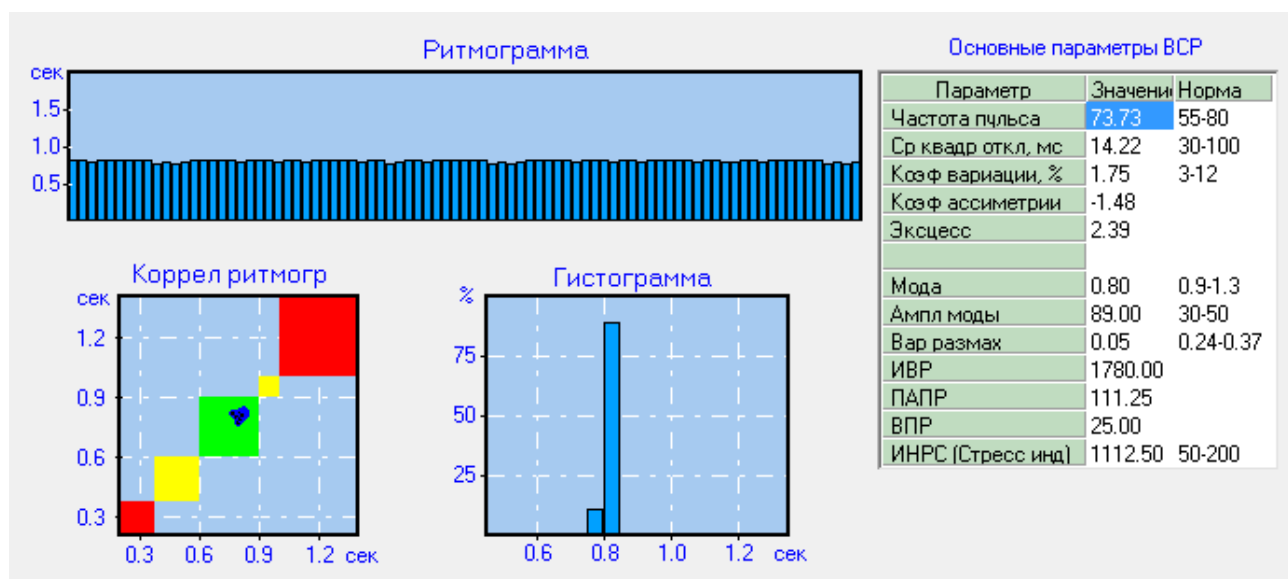
Вариационный размах  $ВР$  является разницей между наименьшим и наибольшим значениями ритмограммы.

Нами были проведены экспериментальные исследования по оценке данных параметров в рассмотренных выше группах людей: спортсменов и людей с функциональными отклонениями (гипертонией) в сравнении с данными, полученными в контрольной группе здоровых людей (рис. 3.4.2).

Публикаций по исследованию variability сердечного ритма спортсменов достаточно много [35, 36, 99 - 106]. Нами также были проведены подобные расчеты [107-116]. На рис. 3.4.3 в качестве примера представлены результаты расчетов параметров variability ритма спортсмена.



*Рисунок 3.4.3. Анализ вариабельности сердечного ритма. 2 группа*



*Рисунок 3.4.4. Анализ вариабельности сердечного ритма. 3 группа*

Результаты расчетов значительно отличаются от данных, полученных для случая относительно здорового человека. Обращают на себя внимание значительная вариация ритмограммы ( $CKO = 102.10$  мс.), низкие значения  $AMo$  (20.00 %) и  $ИН$  (45.45 ед.). Это указывает на снижение централизации управления ритмом сердца и является благоприятным фактором. Полученные результаты согласуются с данными, полученными другими авторами [35, 36, 99 - 106].

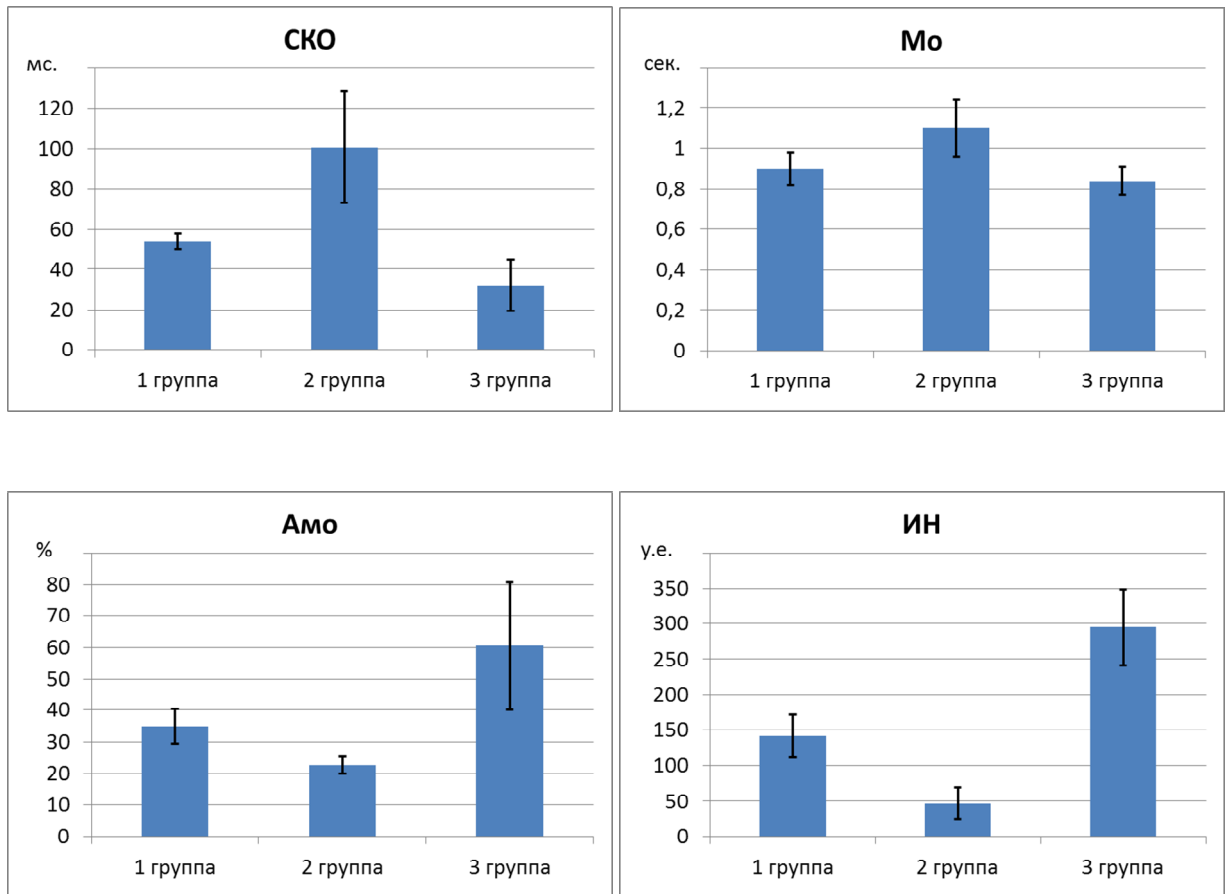
Рассмотрим теперь данные ВСП, получаемые при анализе пульсового сигнала при заболевании гипертонией. Результаты представлены на рис. 3.4.4. Видно, что вариабельность ритма достаточно низкая ( $CKO = 14.22$  мс.). По сравнению со значением во второй группе ( $CKO = 102.10$  мс.) уменьшение составляет несколько порядков.

В таблице 3.4.1 представлены параметры вариабельности сердечного ритма, рассчитанные для всех 3-х групп.

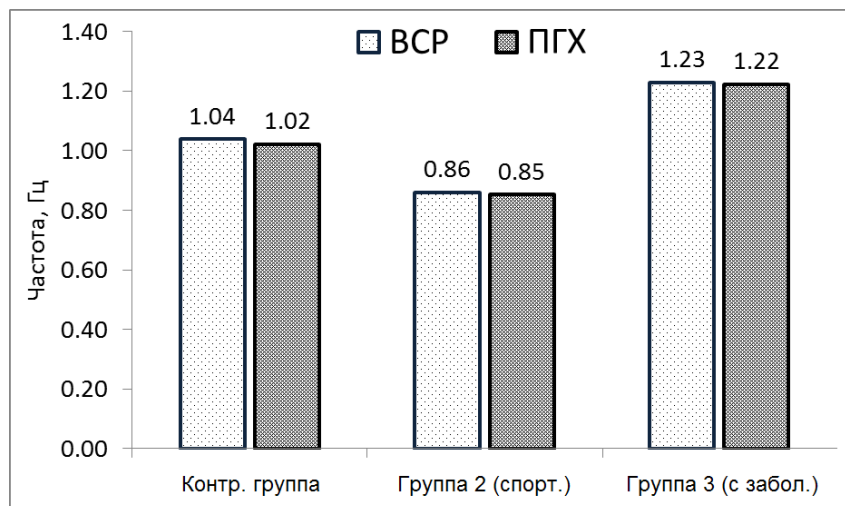
Табл.3.4.1. Основные показатели вариабельности сердечного ритма

	<i>1 группа</i>	<i>2 группа</i>	<i>3 группа</i>
<i>CKO, мс.</i>	54.1±4.1	100.9±27.9	32.2±12.7
<i>Mo, сек.</i>	0.90±0.08	1.10±0.14	0.84±0.07
<i>AMo, %</i>	34.8±5.5	22.7±2.7	60.5±20.4
<i>ИН, ед.</i>	141.3±30	46.2±23	295.1±53.6

Более наглядно данные зависимости представлены на рис. 3.4.5.



*Рисунок 3.4.5. Основные показатели variability сердечного ритма*



*Рисунок 3.4.6. Средние значения частот, полученные разными методами*

Видно, что характеристики variability сердечного ритма в данных группах значительно различаются. Так, среднеквадратическое отклонение динамического ряда кардиоинтервалов и значение моды во второй группе значительно выше, а значения амплитуды моды  $AMo$  и индекса  $ИН$ , наоборот, ниже данных контрольной группы. Это указывает на снижение централизации управления ритмом сердца и является благоприятным фактором. В третьей группе наблюдается более выраженная активация симпатoadренальной системы и снижение активности парасимпатической системы, о чем свидетельствуют низкие значения показателей  $CKO$ ,  $Mo$  и значительно высокие значения  $AMo$  и  $ИН$ .

На рис. 3.4.6 представлены средние значения частот, полученные разными методами: с помощью анализа variability сердечного ритма и преобразования Гильберта-Хуанга. Видно, что данные, полученные с помощью анализа variability сердечного ритма и преобразования Гильберта-Хуанга, хорошо согласуются между собой. Отличия составляют 1.9%, 0.8% и 1.2% соответственно.

Таким образом, из вышесказанного следует, что использование преобразования Гильберта-Хуанга при обработке и анализе биомедицинских сигналов открывает новые возможности в детальном анализе их частотной и временной структуры. Исследование полученных мод и их частотно-временных характеристик позволяет оценить изменение спектрального состава сигнала и определить, какие процессы привели к такого рода изменениям. Получаемые результаты подтверждены методически обоснованным и клинически используемым методом оценки функционального состояния организма человека – анализом variability сердечного ритма.

## Выводы

1. Разработанный метод анализа частотно-временной структуры позволяет оценить динамику изменения спектральных компонент пульсовых сигналов во времени, что дает возможность определить уровень функционального состояния и адаптационные возможности организма человека.

2. Исследованы количественные показатели вариации спектральных компонент пульсовых сигналов во времени, которые можно использовать для классификации сигналов по группам, относящихся к различным уровням функционирования организма. При этом наблюдается высокая степень соответствия данных показателей с функциональным состоянием организма.

3. Анализ частотно-временных характеристик спортсменов показал более низкие значения показателя частоты  $f_t$  и более высокие значения показателей флуктуации частоты  $f_V$ , амплитуды  $A_t$  и  $A_V$ , чем в контрольной группе.

4. Сравнение спектров Гильберта модовых компонент практически здоровых людей и людей с гипертонией показало, что показатель частоты  $f_t$  у людей с функциональными отклонениями выше, чем в контрольной группе, а показатель флуктуации частоты  $f_V$ , показатели амплитуды  $A_t$  и  $A_V$  - ниже.

5. Получаемые результаты подтверждены методически обоснованным и клинически используемым методом оценки функционального состояния организма человека – методом математического анализа variability сердечного ритма. Установлена высокая корреляция между информативными параметрами анализа variability сердечного ритма с информативными параметрами, получаемыми с помощью преобразования Гильберта-Хуанга.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключении сформулируем основные результаты работы:

1. Обосновано применение нового метода частотно-временного анализа сигналов, основанного на эмпирической модовой декомпозиции и преобразовании Гильберта, для изучения структуры пульсовых сигналов. Разработана методика оценки динамики изменения спектральных компонент пульсовых сигналов во времени.

2. Произведена оценка погрешности декомпозиции модельных сигналов, близких по структуре к пульсовым сигналам, в зависимости от уровня шума. Выявлены эффект “смешивания мод” и явление “интерференции” близлежащих частот при эмпирической модовой декомпозиции, снижающие точность выделения модовых функций.

3. Разработан модифицированный метод с использованием Фурье-преобразования и эмпирической модовой декомпозиции для минимизации влияния эффекта “смешивания мод” и явления “интерференции” частот. Предложенный метод эффективнее классического алгоритма эмпирической модовой декомпозиции и множественной модовой декомпозиции при исследовании квазипериодических сигналов.

4. Исследованы количественные показатели вариации модовых компонент пульсовых сигналов во времени, которые можно использовать для классификации пульсовых сигналов по группам, относящимся к различным уровням функционирования организма. При этом наблюдается высокая степень соответствия данных показателей с функциональным состоянием организма.

5. Установлена высокая корреляция между информативными параметрами, получаемыми с помощью преобразования Гильберта-Хуанга и характеристиками методически обоснованного и клинически используемого метода оценки функционального состояния организма человека - метода математического анализа variability сердечного ритма.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы / С.И. Баскаков. – М.: Высшая школа, 2003. – 462 с.
2. Нефедов В.И. Основы радиоэлектроники / В.И. Нефедов. – М.: Высшая школа, 2000. – 400 с.
3. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы / И.С. Гоноровский. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.
4. Иванов М.Т. Теоретические основы радиотехники / М.Т. Иванов, А.Б. Сергиенко, В.Н. Ушаков. – М.: Высшая школа, 2002. – 312 с.
5. Зиновьев А.Л. Введение в теорию сигналов и цепей: учеб. пособие / А.Л. Зиновьев, Л.И. Филиппов. – М.: Высшая школа, 1968. – 280 с.
6. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. Часть 1. Случайные процессы / С.М. Рытов. – М.: Наука, 1976. - 484 с.
7. Якубов В.П. Статистическая радиофизика: учеб. пособие / В.П. Якубов. - Томск: НТЛ, 2006. - 132 с.
8. Орлов И.И. Прохождение сигналов через линейные нестационарные системы / И.И. Орлов, А.В. Ойнац // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2012. – Т. 17, № 9. – С. 22-27.
9. Norden E. Huang. The Hilbert-Huang transform and its applications / Norden E. Huang, Samuel S.P. Shen. - World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2005. - 311 p.
10. Norden Huang. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis / Norden Huang et al. // Proceedings of the Royal Society of London. – 1998. - A 454, p. 903–995.
11. Ville J. Theorie et Applications de la Notion de Signal Analytique / J. Ville // Cables et Transmission. - 1948. - no. 2A. - P. 61–74.
12. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. Т. 1. / Макс Ж. – М.: Мир, 1983. – 312 с.
13. Morlet J. Sampling theory and wave propagation / Morlet J., Grossmann A. // Issues in Acoustic signal / Image processing and recognition. - 1983. – Vol. 1. - P. 233–261.
14. Новиков Л.В. Основы вейвлет-анализа сигналов: учеб. пособие / Л.В. Новиков. - СПб.: Изд-во ООО "МОДУС", 1999. - 152 с.

15. Воробьёв В.И. Теория и практика вейвлет-преобразования / В.И. Воробьёв, В.Г. Грибунин. – СПб.: ВУС, 1999. - 145 с.
16. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам / И. Добеши. - Москва-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001. - 464 с.
17. Grossman A. Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape / A. Grossman, J. Morlet // SIAM J. Math. Anal. - 1984. - Vol. 15. - P. 723.
18. Meyer Y. Wavelets: Algorithms and applications. / Meyer Y. - Philadelphia: S.I.A.M., 1993.
19. Meyer Y. Wavelets and operators. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.
20. Daubechies I. Ten lectures on wavelets / I. Daubechies. - Philadelphia: S.I.A.M. - 1992. – P. 378.
21. Gabor D., Theory of Communication / Gabor D. // J. IEE. - 1946. - vol. 93, pt. III. - pp. 429-457.
22. Ville J. Theory and applications of notion of the analytic signal / Ville J. // Cables & Telecommunications. - 1948. No 1. - pp. 61-77.
23. Wigner E. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium / Wigner E. // Physical review. – 1932. Vol. 40. - pp.749-759.
24. Szumski A. Finding the interference. Karunen-Loeve transform as an instrument to detect weak RF signals / Szumski A. // Inside GMSS. – 2011. - pp. 56-64.
25. Mallat S.G. A wavelet tour of signal processing / S.G. Mallat. - New York: Academic Press, 1998.
26. Robi Polikar. The Wavelet Tutorial / Robi Polikar. - Rowan University. 1996.
27. Robi Polikar. Введение в вейвлет-преобразование. Перевод Грибунина В.Г. / Robi Polikar. – СПб: АВТЭКС. – (<http://www.autex.spb.ru>).
28. Дьяконов В. П. Вейвлеты. От теории - к практике / В. П. Дьяконов. - М.: СОЛОН-Р, 2002. - 448 с.
29. Дьяконов В. МАТЛАВ 6: учебный курс / В.Дьяконов. - СПб.: Питер, 2001. - 592 с.
30. Дьяконов В.П. МАТЛАВ. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник / В.П. Дьяконов, И.В. Абраменкова. – СПб.: Питер, 2002. - 608 с.
31. Годик Э.Э. Человек «глазами радиофизики» / Э.Э. Годик, Ю.В. Гуляев // Биомедицинская радиоэлектроника. - 1991. - № 1. - С. 51-62.

32. Годик Э.Э. Физические поля человека и животных / Э.Э. Годик, Ю.В. Гуляев // В мире науки. - 1990. - № 5. - С. 75-83.
33. Рангайян Р.М. Анализ биомедицинских сигналов. Практический подход / Р.М. Рангайян. – М.: Физматлит, 2007. - 440 с.
34. Карпман В.Л. Фазовый анализ сердечной деятельности / В.Л. Карпман. - М.: Медицина, 1965. - С. 88-96.
35. Баевский Р.М. Математический анализ изменений сердечного ритма при стрессе / Р.М. Баевский, О.И. Кириллов, С.З. Клецкин. – М.: Наука, 1984. - 50 с.
36. Валтнерис А.Д. Сфигмография как метод оценки изменений гемодинамики под влиянием физической нагрузки / А.Д. Валтнерис, Я.А. Яуя. - Рига: Зинатне, 1988. - с. 35-42.
37. Бороноев В.В. Пульсовая диагностика заболеваний в тибетской медицине: физические и технические аспекты / В.В. Бороноев. - Улан-Удэ: Изд. БНЦ СО РАН, 2005. – 165 с.
38. Шабанова Е.В. Амплитудно-временные характеристики пульсограммы лучевой артерии: дис... канд. физ.-мат. наук / Е.В. Шабанова. - Иркутск, 1994. - 107 с.
39. Ринчинов О.С. Радиофизические исследования пульсовых сигналов: дис... канд. физ.-мат. наук / О.С. Ринчинов. - Улан-Удэ, 2000. - 144 с.
40. Гармаев Б.З. Вейвлет-анализ локальной структуры пульсовых сигналов: дис... канд. физ.-мат. наук / Б.З. Гармаев. - Иркутск, 2013. - 116 с.
41. Оболонкин В.В. Применение методов идентификации систем в анализе пульсовых сигналов: дис... канд. тех. наук / В.В. Оболонкин. - СПб., 1992. - 94 с.
42. Chun T. Lee. Spectrum Analysis of Human Pulse / Chun T. Lee, Ling Y. Wei // IEEE Transactions on Biomedical Engineering. - 1983. - V. 30, No 6. - p. 348-352.
43. Новиков Л.В. Адаптивный вейвлет-анализ сигналов / Л.В. Новиков // Научное приборостроение. - 1999. - Т. 9. № 2. - С. 30-37.
44. Уэлстид С. Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений в действии / С. Уэлстид. - М.: Изд-во Триумф, 2003. - 320 с.
45. Афанасьев А.Л. Применение вейвлет-преобразования для анализа пространственно-временной структуры поля скорости ветра / А.Л. Афанасьев, В.А. Банах // Оптика атмосферы и океана. - 2006. - Т. 19. № 7. - С. 604-610.

46. Чуй К. Введение в вейвлеты. Пер. с англ. Я. М. Жилейкина. / К. Чуй. - М.: Мир, 2001. - 203 с.
47. Захаров В.Г. Разработка и применение методов вейвлет-анализа к нелинейным гидродинамическим системам: дис... канд. физ.-мат. наук / В.Г. Захаров. – Пермь, 1997. – 92 с.
48. Афанасьев А. Л. Локализация турбулентных потоков по флуктуациям интенсивности просвечивающего лазерного излучения / А. Л. Афанасьев, В. А. Банах, А. П. Ростов // Оптика атмосферы и океана. - 2008. - Т 21. № 7. - С. 640-647.
49. Афанасьев А. Л. Вейвлет профилирование скорости ветра по флуктуациям интенсивности лазерного пучка, распространяющегося в атмосфере / А. Л. Афанасьев, В. А. Банах, А. П. Ростов // Оптика и спектроскопия. - 2008. - Т. 105. № 4. - С. 696-703.
50. Логвинов В.С. Метод диагностики по параметрам колебательных и волновых процессов в сердечно-сосудистой системе / В.С. Логвинов // Пульсовая диагностика тибетской медицины. - Новосибирск: Наука, 1988. - С. 90-108.
51. Струмските О.К. Математические способы определения минутного, ударного и фазовых объемов сердца по длительностям фаз сердечного цикла / О.К. Струмските // Развитие новых неинвазивных методов исследования в кардиологии. - Воронеж, 1983. - С. 16-35.
52. Мартуганова Е.Р. Модель веб-сервиса по специализированной обработке данных на основе жадных алгоритмов / Е.Р. Мартуганова // Магистерская диссертация. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова. - 2014. – 86 с.
53. Кузнецов А.А. Связь показателей variability сердечного ритма в норме с его энтропией / А.А. Кузнецов // Биомедицинская радиоэлектроника. - 2012. - №9. - С. 3-9.
54. Северин А.Е. Одновременный анализ сердечного ритма и дыхания для расширения возможностей функциональной диагностики / А.Е. Северин, В.В. Розанов, В.И. Торшин, С.И. Щукин // Биомедицинская радиоэлектроника. - 2011. - № 10. - С. 96-102.
55. Кузнецов А.А. Метод оценки variability ритма сердца и его интерпретации при определении функционального состояния организма / А.А. Кузнецов // Биомедицинская радиоэлектроника. - 2011. - № 12. - С. 11-18.

56. Алехин М.Д. Методы взаимного корреляционно-спектрального анализа в сравнении данных биорадиолокации и респираторной плетизмографии / М.Д. Алехин, Л.Н. Анищенко, А.В. Журавлев, А.И. Дьяченко // Биомедицинская радиоэлектроника. - 2012. - № 8. - С. 3-10.
57. Фролов А.В. Прямая и отраженная пульсовые волны: методы исследования / А.В. Фролов, Г.И. Сидоренко, А.П. Воробьев, О.П. Мельникова, Л.М. Гуль // Кардиология в Беларуси. - 2009. - № 5. - С. 99-108.
58. Короновский А.А. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения / А.А. Короновский, А.Е. Храмов. - М.: Физмалит, 2003. - 176 с.
59. Stankovic R.S. The Haar wavelet transform: its status and achievements / R.S. Stankovic, B.J. Falkowski // Computers and Electrical Eng. - 2003. - № 29. - pp. 25-44.
60. Залманзон Л.А. Преобразование Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях / Залманзон Л.А. - М.: Наука, 1989. - 256 с.
61. Ososkov G. Gaussian wavelet features and their applications for analysis of discretized signals / Ososkov G., Shitov A. // Computer physics communications. - 2000. - №1-2. - pp. 149-157.
62. Патрикеев И.А. Вейвлет-регуляризация операции дифференцирования сигналов с шумом / Патрикеев И.А., Степанов Р.А., Фрик П.Г. // Вычислительные методы и программирование. - 2005. - Т. 6. - С. 35-42.
63. Зубенко В.Г. Исследование индивидуальной вариабельности параметров насосной функции сердца с учетом нестабильности кардиодинамики / Зубенко В.Г., Морозов А.А., Петров В.И., Сергеев И.К., Стрелков В.Б., Щукин С.И. // Биомедицинская радиоэлектроника. - 2003. - № 9. - С. 26-35.
64. Щукин С.И. Средства и методы измерения параметров кровообращения. Реокардиомониторные системы. / Щукин С.И., Зубенко В.Г., Беляев К.Р., Морозов А.А. // Биомедицинская радиоэлектроника. - 1999. - №3. - С. 46-60.
65. Патрикеев И.А. Вейвлет-томография в условиях шума / Патрикеев И.А., Фрик П.Г. // Математическое моделирование систем и процессов. Вып. 5. - 1997. - С. 86-92.
66. Степанов Р.А. Двумерная вейвлет-томография галактических полей / Степанов Р.А. // Математическое моделирование систем и процессов. Вып. 7. - 1999. - С. 86-91.

67. Мухин Д.Н. Статистический подход к реконструкции динамических систем по зашумленным данным :Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук / Д.Н. Мухин. – Н.Новгород, 2007. - 20 с.
68. Наточин Ю.В. Новое о природе регуляций в организме человека / Ю.В. Наточин // Вестник Российской Академии наук. - 2000. - Т.70. № 1. - С. 21-35.
69. Соколова И.В. Гемодинамический ЭКГ-портрет функционального состояния миокарда / И.В. Соколова // Биомедицинская радиоэлектроника. - 2012. - № 8. - С. 20-28.
70. Майзинов М. Численные методы анализа случайных процессов / М. Майзинов. - М.: Наука, 1976. - 128 с.
71. Левин Б.Р. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике / Б.Р. Левин. - М.: Советское радио, 1957. - 496 с.
72. Рябиков А.Н. Жесткость артериальной стенки и отражение пульсовой волны: связь с установленными и обсуждаемыми детерминантами сердечно-сосудистых заболеваний / А.Н. Рябиков, С.К. Малютина, С.В. Иванов // Новые возможности оценки артериальной ригидности–раннего маркера развития сердечно-сосудистых заболеваний. Материалы симпозиума. - М.: Издательский дом «Русский врач», 2007. - 48 с.
73. Семенкин А.А. Возможности применения контурного анализа пульсовой волны при неинвазивной оценке структурных изменений сонных и коронарных артерий / А.А. Семенкин // Новые возможности оценки артериальной ригидности – раннего маркера развития сердечно-сосудистых заболеваний. Материалы симпозиума. - М.: Издательский дом «Русский врач», 2007. - 48 с.
74. Шитов А. Б. Разработка численных методов и программ, связанных с применением вейвлет-анализа для моделирования и обработки экспериментальных данных: дисс... канд. физ.-мат. наук / А. Б. Шитов. – Иваново, 2001. - 125 с.
75. Григорьев Д.С. Система анализа и классификации электрокардиограмм на основе вейвлетов и нейронной сети / Д.С. Григорьев, В.Г. Спицын // Электромагнитные волны и электронные системы. - 2012. - т. 17. № 10. - С. 33-38.
76. Наумкина Д.Д. Применение вейвлет-анализа для распознавания типов функциональных реакций variability сердечного ритма / Д.Д. Наумкина, В.Б. Парашин, В.С. Кубланов // Биомедицинская радиоэлектроника. - 2011. - № 10. - С. 89-94.

77. Кривоногов Л.Ю. Анализ и обработка эмпирических мод с целью подавления помех в электрокардиосигналах / Л.Ю. Кривоногов // Известия южного федерального университета. Технические науки. – 2012. - Т. 134. № 9. - С. 119-125.
78. Меркушева А.В. Классы преобразований нестационарного сигнала в информационно-измерительных системах. III. Время-масштабные (вейвлет-) преобразования для спектрально-временного анализа / А.В. Меркушева // Научное приборостроение. - 2002. - Т. 12. № 3. - С. 68–82.
79. Павлов А.Н. Вейвлет-анализ в нейродинамике / А.Н. Павлов, А.Е. Храмов, А.А. Короновский, Е.Ю. Ситникова, В.А. Макаров, А.А. Овчинников // Успехи физических наук. - 2012. - Т. 182. - С. 905-939.
80. Акулов Л.Г. Вейвлет-фильтрация в полианализаторах реального масштаба времени / Л.Г. Акулов, Р.В. Литовкин, Ю.П. Муха // Биомедицинская радиоэлектроника. - 2011. - № 6. - С. 33-40.
81. Zhang, D.Y. Wavelet based analysis of Doppler ultrasonic wrist pulse signals / Zhang, D.Y., Zhang L., Zhang D. and Zheng Y. // Proceedings of the IEEE international Conference on Biomedical Engineering and Informatics. - 2008. - № 2. - pp. 539-543.
82. Xu L.S. Wavelet-based cascaded adaptive filter for removing baseline drift in pulse waveforms / Xu L.S., Zhang D. and Wang K.Q. // IEEE Transactions on Biomedical Engineering. - 2005. - № 52. - pp.1973-1975.
83. Guo Q.L. A wavelet packet based pulse waveform analysis for cholecystitis and nephritic syndrome diagnosis / Guo Q.L., Wang K.Q., Zhang D.Y., Li N.M. // Proceedings of the 2008 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition. - 2008. - № 2. - pp.513-517.
84. María E. Torres. A complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise / María E. Torres, Marcelo A. Colominas; Gastón Schlotthauer, Patrick Flandrin // 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). – Prague, 2011, P. 4144-4147.
85. P. Flandrin. Empirical mode decompositions as data-driven wavelet-like expansions / P. Flandrin and P. Goncalves // International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing. – 2004. - vol. 2, no. 04. - pp. 477–496.
86. Давыдов В.А. Очистка геофизических данных от шумов с использованием преобразования Гильберта-Хуанга / В.А. Давыдов, А.В. Давыдов // Электронное

научное издание "Актуальные инновационные исследования: наука и практика". – 2010. - № 1. - (<http://www.actualresearch.ru>).

87. Филатова А.Е. Частотно-временной анализ нестационарных геофизических процессов на основе вейвлетов и эмпирических мод / А.Е. Филатова, А.Н. Павлов, А.Е. Храмов и др // Вестник ТГУ. - 2012. - Т. 17, вып. 5. - С. 1428-1432.

88. Павлов А.Н. Частотно-временной анализ нестационарных процессов: концепции вейвлетов и эмпирических мод / А.Н. Павлов, А.Е. Филатова, А.Е. Храмов // Изв. Вузов "ПНД". - 2011. - Т. 19, № 2. - С. 141-157.

89. Миронов Д.С. Экспериментальное исследование пульсаций давления, генерируемых мелкой открытой каверной, с применением частотно-временных методов обработки данных / Д.С. Миронов // Теплофизика и аэромеханика. - 2011. - Т. 18, №3. - С. 385-395.

90. Станкус А. Выделение частотных полос преобразованием Гильберта-Хуанга суточной последовательности сердечного ритма / А. Станкус, В. Станкус, О.Г. Киселева, Г. Варонецкас // Кибернетика и системный анализ. - 2014. - Том 50, № 2. - С. 153-160.

91. Давыдов А.В. Цифровая обработка сигналов: Тематические лекции. / А.В. Давыдов // Екатеринбург: УГГУ, ИГиГ. – 2007-2010. - <http://www.prodav.narod.ru/dsp/index.html>.

92. Тычков А.Ю. Системы и алгоритмы помехозащищенной обработки кардиографической информации на основе преобразования Гильберта – Хуанга: автореф. дис... канд. техн. наук / А.Ю. Тычков. – Пенза, 2012. - 21 с.

93. Сафиуллин Н.Т. Разработка методики анализа временных рядов с помощью преобразования Хуанга-Гильберта: дисс. ... канд. техн. наук / Н.Т. Сафиуллин. – Новосибирск, 2015. - 193 с.

94. Chin-Feng Lin. A PPE-based time frequency analysis scheme in clinical alcoholic EEG signals / Chin-Feng Lin, Shan-Wen Yeh, Yu-Yi Chien, Tsung-Ii Peng. // WSEAS transactions on biology and biomedicine. - 2008. - Issue 10, volume 5. - pp. 249-260.

95. Баевский Р.М. Математический анализ ритма сердца / Р.М. Баевский. – М.: Наука, 1984. - 221 с.

96. Вариабельность сердечного ритма: стандарты измерения, физиологической интерпретации и клинического использования. – Рабочая группа Европейского

Кардиологического Общества и Северо-Американского общества стимуляции и электрофизиологии. – Вестник аритмологии. – 1999. - № 11. – 26 с.

97. Анализ вариабельности сердечного ритма при использовании различных электрокардиографических систем (Методические рекомендации). - Вестник аритмологии. 2001. № 24. С. 65-86.

98. Бендат Дж. Измерение и анализ случайных процессов / Дж. Бендат, А. Пирсол - М.: Мир, 1971. - 408 с.

99. Баевский Р.М. Ритм сердца у спортсменов / Р.М. Баевский, Р.Е. Мотылянская. - М.: ФиС, 1986. - 143 с.

100. Граевская Н.Д. Влияние спорта на сердечно-сосудистую систему / Н.Д. Граевская. - М.: Медицина, 1975. – 278 с.

101. Земцовский Э.В. О частоте и характере нарушений сердечного ритма у спортсменов. В кн.: Вопросы спортивной кардиологии / Э.В. Земцовский. - М., 1977. - с. 60-67.

102. Баевский Р.М. Вариабельность сердечного ритма в условиях космического полета / Р.М. Баевский // Физиология человека. - 2002. - Т. 28, №1. - С. 55-58.

103. Лебедев В.Б. Вариабельность параметров кровообращения при интеллектуальных тестах и физической нагрузке / В.Б. Лебедев, В.Б. Парашин, И.К. Сергеев // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. - 2005. - № 10. - С. 60-64.

104. Викулов А.Д. Вариабельность сердечного ритма у лиц с повышенным режимом двигательной активности и спортсменов / А.Д. Викулов, А.Д. Немиров, Е.Л. Ларионова, А.Ю. Шевченко // Физиология человека. - 2005. - том 31. № 10. - С. 54-59.

105. Кузнецов А.А. Фазовая структура ритма сердца при физических нагрузках / А.А. Кузнецов // Биомедицинская радиоэлектроника. - 2009. - № 3. - С. 3-7.

106. Полатайко Ю.А. Вариабельность сердечного ритма у спортсменов в годичном цикле подготовки / Ю.А. Полатайко, И.В. Радыш // Вестник ОГУ.-2005.-№2.- С. 138-140.

107. Бороноев В.В. Корреляция спектральных и статистических характеристик пульсового сигнала при заболеваниях сердца / В.В. Бороноев, Б.З. Гармаев, В.Д. Омпоков // Вестник Бурятского государственного университета.-2012.-№ 3.-С. 221-223.

108. Бороноев В.В. Оценка уровня тренированности организма человека на основе спектрального анализа пульсовых сигналов / В.В. Бороноев, А.Е. Павлов, В.Д. Омпоков // Биомедицинская радиоэлектроника. - 2013. - № 2. - С. 13-16.

109. Бороноев В.В. Спектральный анализ variability сердечного ритма по пульсовой волне при нагрузочных пробах / В.В. Бороноев, В.Д. Омпоков, А.Е. Павлов // Вестник Бурятского государственного университета. - 2012. - № 3. - С. 223-226.

110. Бороноев В.В. Исследование спектральных характеристик пульсового сигнала для оценки функциональных резервов организма // В.В. Бороноев, В.Д. Омпоков / Сборник докладов VII конференции по фундаментальным и прикладным проблемам физики (молодых ученых, аспирантов и студентов). ОФП БНЦ СО РАН. - Улан-Удэ, 2010. - С. 38-41.

111. Омпоков В.Д. Оценка функциональных резервов спортсменов на основе обработки и анализа пульсовых сигналов. / В.Д. Омпоков, В.В. Бороноев, Л.В. Косыгина // В сборнике: Вычислительная математика, дифференциальные уравнения, информационные технологии. Материалы международной конференции. – Улан-Удэ, 2009. - С. 173-178.

112. Бороноев В.В. Spectral analysis of the heart rate variability in a state of exercise stress / В.В. Бороноев, Л.В. Косыгина, В.Д. Омпоков // В сборнике: Оптика атмосферы и океана. Атмосферная физика. Buryatiya 2007: XIV International symposium. - Томск, 2007. - С. 140-141.

113. V. V. Boronoev. The estimation of optical radiation influence on human pulse waves / V. V. Boronoev, V. D. Ompokov, N. V. Pupyshva, B. Z. Garmaev // Proceedings of SPIE. 24th International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics. – 2018. - Vol. 10833. doi: 10.1117/12.2501927.

114. Azargaev L.N. Statistical and spectral analysis of the rhythmic structure of pressure signals under exercise stress / L.N. Azargaev, V.V. Boronoyev, V.D. Ompokov, L.V. Kosygina // Proceedings of SPIE. Fourteenth International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics/Atmospheric Physics. - 2007. - Vol: 6936. - p. 69360W-6.

115. Омпоков В.Д. Изменение статистических параметров ритмограммы при динамических нагрузках // В.Д. Омпоков, В.В. Бороноев, Л.В. Косыгина // Вестник Бурятского государственного университета. - 2007. - № 6. - С. 108-110.

116. Омпоков В.Д. Математический анализ сердечного ритма на АПДК для оценки функционального состояния спортсменов / В.В. Бороноев, Л.В. Косыгина // В сборнике: Цифровые методы и технологии. Материалы международной научной конференции. – Таганрог, 2005. - С. 58-60.

117. Zhaohua Wu. Ensemble Empirical Mode Decomposition: A Noise Assisted Data Analysis Method / Zhaohua Wu, Norden E. Huang // *Advances in Adaptive Data Analysis*. - 2009. - Vol. 1, No. 1. – P. 1–41.

118. Омпоков В.Д. Частотно-временной анализ пульсовых сигналов / В.Д. Омпоков // В книге: Россия – Монголия Материалы Международной молодежной научно-практической конференции. – Иркутск, 2016. - С. 171-172.

119. Омпоков В.Д. Комплементарная множественная декомпозиция на эмпирические моды с адаптивным шумом СЕЕМDAN как метод решения основных проблем применения преобразования Гильберта-Хуанга / В.Д. Омпоков, В.В. Бороноев // *Журнал радиоэлектроники*. - 2016. - № 9. – 7 с.

120. Бороноев В.В. Дифференциально-интегральные преобразования модельных сигналов / В.В. Бороноев, Б.З. Гармаев, В.Д. Омпоков // *Радиотехника*. - 2015. - № 3. - С. 122-127.

121. Бороноев В.В. Эмпирическая модовая декомпозиция пульсовых сигналов / В.В. Бороноев, В.Д. Омпоков, В.А. Козин // *Вестник ВСГУТУ*. - 2015. - № 1. - С. 40-43.

122. Омпоков В.Д. Преобразование Гильберта-Хуанга в задаче обработки и анализа биомедицинских сигналов / В.Д. Омпоков, В.В. Бороноев / Тезисы докладов 16 международной конференции: «Цифровая обработка сигналов и ее применение - DSPA-2014». Том 1. – Москва, 2014. - С. 183-186.

123. Boronoev V.V. The Hilbert-Huang Transform for biomedical signals processing / V.V. Boronoev, V.D. Ompokov // 2014 International conference on computer technologies in physical and engineering applications (ICCTPEA). Saint Petersburg State University; IEEE (IEEE Catalog number CFP14BDA-USB). - 2014. - p. 21-22.

124. Бороноев В.В. Возможности преобразования Гильберта-Хуанга в задаче обработки и анализа биомедицинских сигналов / В.В. Бороноев, В.Д. Омпоков // *Биомедицинская радиоэлектроника*. - 2014. - № 3. - С. 40-44.

125. Омпоков В.Д. Информативность частотного спектра пульсовой волны в системе кровообращения человека // В.Д. Омпоков, В.В. Бороноев // Тезисы докладов 14 международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA 2012». Том 2. – Москва, 2012. - С. 344-346.

126. Бороноев В.В. Оценка функции когерентности пульсовых сигналов при многоканальной пульсометрии / В.В. Бороноев, В.Д. Омпоков, Б.З. Гармаев // Вестник Бурятского государственного университета. - 2012. - № 3. - С. 219-221.

127. Бороноев В.В. Вариабельность характеристик пульсовой волны при воздействии электромагнитного излучения оптического диапазона / В.В. Бороноев, В.Д. Омпоков, Н.В. Пупышева, Э.А. Трубочеев // Вестник Бурятского государственного университета. - 2006. - № 5. - С. 56-63.

128. Zhaopeng Fan. Pulse Wave Analysis / Zhaopeng Fan, Gong Zhang, Simon Liao // Advanced Biomedical Engineering. - 2011, PP. 21-40.

129. Десова А.А. Выявления артериальной гипертензии в детском и подростковом возрасте на основе анализа пульсового сигнала лучевой артерии / А.А. Десова, А.А. Дорофеюк, А.М. Анохин // Медицинская техника. - 2016. - №5. - С. 37-40.

130. Десова А.А. Comparative Analysis of the Clinical Significance of Oscillatory Components in the Rhythmic Structure of Pulse Signal in the Diagnosis of Psychosomatic Disorders in School Age Children / А.А. Десова, А.А. Дорофеюк, А.М. Анохин // Human Physiology. - 2017. - Vol. 43, No. 1. - С. 28-34.

131. Десова А.А. Интеллектуальный анализ характеристик пульсового сигнала лучевой артерии в задачах медицинской диагностики. 1-ое изд. Научное издание / А.А. Десова, В.В. Гучук, А.А. Дорофеюк. - М.: ИПУ РАН, 2013. – 120 с.

132. Десова А.А. Типологический анализ спектральных характеристик пульсового сигнала лучевой артерии / А.А. Десова, В.В. Гучук, А.А. Дорофеюк, Ю.А. Дорофеюк // Биомедицинская радиоэлектроника. - 2012. - № 2. - С. 33-38.