

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Иркутский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)

На правах рукописи

Лукьянцев Дмитрий Сергеевич

**ВЛИЯНИЕ РЕФРАКЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ ГРАВИТАЦИОННЫХ  
И ПЛАЗМЕННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ**

1.3.4 — Радиофизика

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
Доктор физ.-мат. наук, профессор  
Афанасьев Николай Тихонович

Иркутск 2025

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
<b>Введение .....</b>	<b>4</b>
<b>Глава 1. Лучевое приближение для расчета распространения электромагнитного излучения в космической среде.....</b>	<b>10</b>
1.1 Уравнения геометрической оптики.....	10
1.2 Детерминированные модели описания космической среды .....	16
1.2.1 Диэлектрическая проницаемость звездных корон .....	17
1.2.2 Эффективный показатель преломления гравитационно-линзовых систем.....	18
1.3 Аналитические решения для рефракционных характеристик излучения в случае простой модели показателя преломления.....	20
1.4 Резюме.....	23
<b>Глава 2. Численно-аналитическое моделирование влияния гравитационных полей на распространение электромагнитного излучения в космической среде .....</b>	<b>25</b>
2.1 Гравитационное линзирование в исследованиях космического пространства .....	25
2.1.1 Гравитационное линзирование излучения квазаров .....	25
2.1.2 Эффект микролинзирования для поиска экзопланет .....	27
2.1.3 Гамма-всплески и мезолинзирование.....	28
2.2 Моделирование распространения электромагнитного излучения в гравитационно-линзовых системах .....	30
2.2.1 Гравитационная линза с непрозрачным ядром.....	31
2.2.2 Несимметричное поле тяготения кратной системы .....	36
2.2.3 Несимметричное поле тяготения системы «экзопланета-звезда».....	38
2.3 Моделирование влияния окружающей хаотической плазмы и гравитационного шума на распространение электромагнитного излучения в поле тяготения.....	42
2.3.1 Дифференциальные уравнения для расчета статистического замыкания гравитационной фокусировки.....	42
2.3.2 Влияние плазменных хаотических неоднородностей.....	44
2.3.3 Эффект гравитационного шума .....	47
2.4 Приближенная оценка рефракционных характеристик электромагнитного излучения в окрестности гравитационной фокусировки .....	51
2.5 Резюме.....	59
<b>Глава 3. Влияние плазменных оболочек вблизи астрофизических объектов на рефракционные характеристики электромагнитного излучения удаленных космических источников.....</b>	<b>61</b>

3.1	Процессы звездной активности и влияние на окружающую космическую среду .....	61
3.2	Моделирование распространения излучения при просвечивании спокойных звездных корон.....	63
3.3	Особенности распространения излучения в возмущенных звездных коронах .....	66
3.3.1	Рефракционные эффекты неоднородностей обогащенной электронной концентрации...	67
3.3.2	Влияние неоднородности обедненной электронной концентрации на рефракцию излучения .....	70
3.3.3	Рефракция излучения дискретных космических источников в условиях сложного коронального выброса .....	72
3.4	Пространственное ослабление потока излучения внешнего источника в возмущенной звездной короне.....	75
3.5	Возможности определения параметров возмущения звездной короны по данным многочастотного просвечивания .....	77
3.6	Резюме.....	87
<b>Глава 4. Сравнение результатов моделирования с данными натуральных экспериментов ....</b>		<b>88</b>
4.1	Эффект Эйнштейна.....	88
4.2	Эффект Шапиро .....	90
4.3	Низкочастотные залимбовые солнечные радиовсплески .....	92
4.4	Резюме.....	94
<b>Заключение.....</b>		<b>95</b>
<b>Список литературы .....</b>		<b>97</b>

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность работы.** Хорошо известно, что явление рефракции электромагнитного излучения космических источников имеет исключительно важное значение при интерпретации результатов астрофизических экспериментов [1–16]. Данные измерений рефракционных характеристик принятых сигналов и существующие представления о неоднородной структуре космической плазмы позволяют исследовать механизмы генерации и статистику источников излучения. С другой стороны, анализируя рефракционные характеристики принятого излучения источника с известными свойствами можно, решая обратную задачу, определить параметры неоднородностей космической плазмы. Дополнительные трудности при интерпретации астрофизических экспериментов возникают вследствие влияния окружающих полей тяготения. В частности, распространение излучения в окрестности массивных астрофизических объектов может сопровождаться рядом таких значимых эффектов, как гравитационное линзирование, фокусировка потока излучения, изменение наблюдаемого спектра и др. [4, 17–28]. В то же время измеренные рефракционные характеристики и структурные особенности излучения, прошедшего поля тяготения, содержат уникальную информацию о природе скрытых объектов, невидимых в электромагнитном диапазоне.

Одним из следствий общей теории относительности (ОТО) является гравитационное замедление времени при распространении электромагнитного излучения вблизи массивного астрофизического объекта. Этот эффект был предсказан Ирвином Шапиро для случая распространения радиоизлучения вблизи Солнца [4, 23, 27, 28]. В настоящее время благодаря интенсивному развитию прецизионного оборудования с использованием новой элементной базы на практике реализуются тонкие эксперименты, связанные с наблюдениями гравитационных возмущений от объектов, удаленных на космологические расстояния. Поэтому интерес к эффекту Шапиро возродился вновь. В частности, в гамма-астрономии большое внимание уделяется поиску гравитационно-линзированных гамма-всплесков. Под воздействием поля тяготения массивного объекта, встречающегося в окрестности луча зрения на источник, в результате линзирования может реализоваться многопутевое распространение кратковременного гамма-импульса [5]. Вследствие эффекта Шапиро эти моды импульса достигнут наблюдателя в разные моменты времени, причем величина групповой задержки между модами пропорциональна массе гравитационного объекта. Измерения замедления Шапиро имеет большое значение и при интерпретации наблюдаемого радиоизлучения пульсаров. Массивные объекты, движущиеся в окрестности луча зрения, направленного на пульсар, оказывают влияние на временные характеристики излучения и приводят к модуляции

моментов прихода импульсов пульсара. Длительные наблюдения моментов прихода импульсов пульсаров используют для обнаружения невидимых объектов большой массы.

Для детального восстановления возмущающих гравитационных потенциалов скрытых объектов по характеристикам принятого излучения необходимо учитывать не только маскирующее действие космической плазмы, но и присутствие в окружающем пространстве областей стохастических неоднородностей полей тяготения, поскольку последние также могут приводить к частичному замыванию гравитационных эффектов детерминированных массивных объектов.

**Цель диссертации** заключается в исследовании методом математического моделирования особенностей распространения электромагнитного излучения космических источников с учетом рефракционных эффектов гравитационных и плазменных неоднородностей.

Для достижения цели были сформулированы следующие **задачи**:

1. На основе лучевого приближения и теории возмущений разработать численно-аналитический метод моделирования рефракционных характеристик электромагнитного излучения при распространении в космической среде с гравитационными и плазменными неоднородностями.

2. Разработать программный комплекс расчета направления распространения, групповой задержки и пространственного ослабления потока электромагнитного излучения в космической плазме с учетом влияния окружающих полей тяготения.

3. Выполнить тестирование разработанных программ расчета путем сравнения результатов вычислений с аналитическими решениями, полученными для простых моделей среды.

4. Используя разработанный аппарат математического моделирования, поставить численные эксперименты для оценки рефракционных эффектов гравитационных и плазменных неоднородностей в структуре электромагнитного излучения космических источников.

#### **Научная новизна.**

1. Для интерпретации данных измерений астрофизических прецизионных инструментов нового поколения разработан аппарат математического моделирования рефракционных характеристик распространения электромагнитного излучения в космической среде с гравитационными и плазменными неоднородностями. Влияние гравитации учтено путем использования модели эффективного показателя преломления вакуума, выраженного через гравитационный потенциал.

2. Предложен новый численно-аналитический метод моделирования рефракционных характеристик распространения электромагнитного излучения космических источников в поле

тяготения группы астрофизических объектов в присутствии локализованного гравитационного шума. Основу метода составляет модель аддитивного показателя преломления гравитационного поля объектов и решение стохастических дифференциальных уравнений Лагранжа-Эйлера, полученных из вариационного принципа Ферма.

3. Для определения параметров звездного коронального выброса по данным многоволнового радиопросвечивания сигналами дискретных космических источников предложены новые функциональные соотношения, учитывающие значительные искривления траекторий просвечивания. Полученные соотношения с учетом сведений о пространственной структуре коронального выброса позволяют оценить плотность регулярной фронтальной части выброса.

**Научная и практическая значимость работы.** Предложенный аппарат численно-аналитического моделирования рефракционных характеристик электромагнитного излучения можно использовать для интерпретации экспериментальных данных, в том числе при изучении объектов ненаблюдаемых во всех диапазонах электромагнитной шкалы. Задавая различные конфигурации систем астрофизических объектов с соответствующими пространственными масштабами, можно синтезировать различные лучевые структуры в картинной плоскости наблюдателя, которые позволят идентифицировать скрытые массивные объекты в натуральных экспериментах. Предложенные функциональные соотношения при решении задачи многоволнового просвечивания звездной и солнечной короны могут быть использованы для оценки структуры корональных выбросов массы в ближайших и будущих экспериментах.

**Методология и методы исследования.** Исследования, выполненные в диссертации, проведены на основе результатов численно-аналитического моделирования с использованием приближения геометрической оптики и теории возмущений. Разработанные программы расчета протестированы путем сравнения результатов моделирования с аналитическими решениями, полученными для простых моделей. Интерпретация результатов расчетов проводилась с использованием известных экспериментальных данных.

#### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Предложенный численно-аналитический метод моделирования рефракционных характеристик электромагнитного излучения космических источников при распространении в стохастическом поле тяготения позволяет синтезировать лучевую структуру изображения в картинной плоскости наблюдателя и может быть использован для детального восстановления возмущающих гравитационных потенциалов массивных астрофизических объектов, невидимых в электромагнитном диапазоне, но проявляющих себя через гравитационное взаимодействие. Под воздействием многокомпонентного флуктуирующего поля тяготения группы объектов происходит сепарация излучения в картинной плоскости наблюдателя.

2. Разработанный аппарат математического моделирования рефракционных характеристик электромагнитного излучения при распространении в поле тяготения группы астрофизических объектов, погруженных в космическую плазму, позволяет проводить оценку условий стохастического замыкания эффектов гравитационного линзирования излучения различных частотных диапазонов. Показано, что рабочие частоты метрового диапазона длин волн представляют собой условную низкочастотную границу электромагнитной шкалы для наблюдений эффекта гравитационного линзирования в стохастической космической плазме.

3. Использование сведений о пространственной структуре коронального выброса звездной массы и многочастотных радиоизмерений групповых задержек сигналов просвечивания дискретных космических источников позволяет оценить электронную плотность фронтальной части выброса.

**Достоверность результатов.** Достоверность результатов, представленных в диссертации, обеспечивается адекватным использованием математического аппарата, совпадением полученных аналитических результатов в предельных частных случаях с известными из литературы, а также использованием для моделирования хорошо апробированных численных схем.

**Личный вклад автора.** Основные результаты работы были получены лично самим автором, либо при его непосредственном участии. Автор сделал вывод основных аналитических соотношений, представленных в диссертации, разработал программный комплекс расчета и выполнил численные эксперименты. Анализ полученных результатов был выполнен автором совместно с научным руководителем.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертационной работы докладывались на XXVIII Всероссийской открытой научной конференции «Распространение радиоволн» (Йошкар-Ола, 2023 г.), Научных конференциях «Физика плазмы в солнечной системе» (Москва, 2020, 2023, 2024, 2025 гг.), 20-й Международной конференции «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса» (Москва, 2022 г.), Международных симпозиумах «Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы» (Москва, 2023 г.; Санкт-Петербург, 2024 г.), на Российских конференциях «Радиофизика, фотоника и исследование свойств вещества» (Омск, 2022, 2024 гг.), Международных конференциях «Физика А.СПб» (Санкт-Петербург, 2022, 2023, 2024 гг.), Ежегодной Всероссийской конференции «Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра» (Москва, 2023 г.), Международных конференциях «Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложение (DYSC)» (Иркутск, 2021, 2022, 2023, 2024 гг.), Международных Байкальских Молодежных научных школах по фундаментальной физике (Иркутск, 2019, 2022 гг.), научных семинарах ИГУ.

Исследования проводились при поддержке министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проекты FZZE-2020-0024, FZZE-2023-0004, FZZE-2024-0005) на базе уникальной научной установки «Астрофизический комплекс МГУ-ИГУ» (соглашение № 075-15-2021-675) и грантов для поддержки молодых ученых ИГУ (темы 091-20-305, 091-21-305, 091-22-307).

**Публикации.** По материалам диссертации было опубликовано **42** работы, в том числе **6** в журналах из списка ВАК: «Техника радиосвязи», «Современные наукоемкие технологии», «Математическая физика и компьютерное моделирование», «Компьютерные исследования и моделирование», — **7**, индексируемых Scopus и Web of Science: «St. Petersburg Polytechnic University Journal. Physics and Mathematics», «Журнал технической физики», «Proceeding SPIE», «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса».

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет **108** страниц, включая **40** рисунков. Список литературы включает **163** наименования.

#### **Краткое содержание работы.**

Во **введении** рассмотрена актуальность исследуемой темы, обозначена цель диссертационной работы и сформулированы решаемые задачи. Указана научная новизна и научно-практическая ценность работы, а также методы решения поставленных задач. Перечислены научные положения, выносимые на защиту, представлена информация об апробации результатов. Излагается краткое содержание диссертационной работы.

В **первой главе** рассмотрены основные положения лучевого приближения и области его применимости. Представлен вывод лучевых дифференциальных уравнений в форме Лагранжа-Эйлера для сферической системы координат на основании фундаментального принципа Ферма. Разработан метод численно-аналитического моделирования направления распространения, групповой задержки и пространственного ослабления потока электромагнитного излучения в космической среде. Выполнено тестирование программ расчета рефракционных характеристик излучения путем сравнения с аналитическими решениями, полученными для простой модели описания среды. Рассмотрены различные модели космической среды.

**Вторая глава** посвящена численно-аналитическому моделированию влияния гравитационных и плазменных неоднородностей на рефракционные характеристики электромагнитного излучения космических источников. Рассмотрены различные конфигурации полей тяготения. Выполнено численно-аналитическое моделирование эффектов замыкания лучевых картин в плоскости наблюдателя в задачах просвечивания космической среды в присутствии гравитационно-линзовой системы. Представлены приближенные оценки рефракционных характеристик электромагнитного излучения в областях фокусировки.

Предложен парциальный подход для приближенной оценки увеличения амплитуды поля в линзовой области, выраженной повышением плотности точек прихода лучей в картинную плоскость.

**Третья глава** посвящена исследованию эффектов сильной регулярной рефракции электромагнитного излучения различных частотных диапазонов при распространении в звездной короне. Поставлены численные эксперименты по оценке влияния околосредней плазмы на направление распространения, групповую задержку и ослабление потока электромагнитного излучения. Рассмотрена возможность определения параметров плазменного возмущения по данным многоволнового просвечивания околосредней среды.

**Четвертая глава** посвящена численным экспериментам по расчету эффектов Эйнштейна и Шапиро при распространении электромагнитного излучения в поле тяготения Солнца. Рассмотрена задача о распространении низкочастотного радиоизлучения естественных солнечных источников — радиовсплесков, — расположенных глубоко в залимбовой области Солнца в присутствии плазменного возмущения типа коронального выброса массы. Определены условия и диапазон рабочих частот наблюдения этого эффекта.

В **заключении** сформулированы основные результаты исследований.

# ГЛАВА 1. ЛУЧЕВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ РАСЧЕТА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В КОСМИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

## 1.1 Уравнения геометрической оптики

Как известно, оценить влияние неоднородной среды на распространение электромагнитного излучения можно с помощью метода геометрической оптики (ГО) [4, 8, 29–31]. Область применения геометрооптического приближения довольно широка. В частности, его используют в задачах распространения излучения в атмосфере Земли и других планет, межпланетных и межзвездных средах [1–3, 11–16, 32, 34, 35].

Однако метод ГО имеет ряд ограничений [8]. Первое условие связано с пространственными масштабами  $L$  неоднородностей, встречающихся на пути распространения электромагнитного излучения. Такие объекты должны быть много больше длины волны  $\lambda$  и радиуса первой зоны Френеля  $R_F$ , т.е.  $L \gg \lambda$  и  $L \gg R_F$ , где  $R_F = \sqrt{\lambda D}$ ,  $D$  — расстояние между источником излучения и приемником. Другим существенным ограничением метода ГО является его неприменимость для расчета амплитуды излучения в окрестности каустик и фокусировок. Также лучевое приближение не позволяет рассчитать подбарьерное прохождение излучения.

В основе метода ГО лежит система лучевых дифференциальных уравнений. Один из способов ее получения связан с методом характеристик, который подробно описан в работе [29]. Ниже рассмотрим другой вариант вывода системы лучевых уравнений, который связан с фундаментальным принципом Ферма. В рамках вариационного исчисления принцип Ферма записывается в виде [36]:

$$\delta l = \delta \int_{(S)} n dS = 0, \quad (1.1.1)$$

где  $n$  — показатель преломления среды;  $dS$  — элемент дуги;  $\delta l$  — вариация оптического пути распространения. Запишем уравнение (1.1.1) в сферической системе координат:

$$\delta l = \delta \int_{\varphi_n}^{\varphi_k} n(R, \varphi, \theta) R \sqrt{1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2} d\varphi = \delta \int_{\varphi_n}^{\varphi_k} F(R, \varphi, \theta, R', \theta') d\varphi = 0, \quad (1.1.2)$$

где  $R(\varphi), \theta(\varphi), \varphi$  — соответственно радиальная и угловые координаты луча;  $R' = dR/d\varphi$ ;  $\theta' = d\theta/d\varphi$ ;  $\varphi_n, \varphi_k$  — начальная и конечная угловые координаты пунктов излучения и приема, соответственно. Распишем уравнение (1.1.2):

$$\int_{\varphi_n}^{\varphi_k} \frac{\partial F}{\partial R} \delta R d\varphi + \int_{\varphi_n}^{\varphi_k} \frac{\partial F}{\partial R'} \delta R' d\varphi + \int_{\varphi_n}^{\varphi_k} \frac{\partial F}{\partial \theta} \delta \theta d\varphi + \int_{\varphi_n}^{\varphi_k} \frac{\partial F}{\partial \theta'} \delta \theta' d\varphi = 0. \quad (1.1.3)$$

Применяя интегрирование по частям ко второму и четвертому слагаемому, из выражения (1.1.3) получим:

$$F \delta R \left[ \int_{\varphi_n}^{\varphi_k} \left[ \frac{\partial F}{\partial R} - \frac{d}{d\varphi} \frac{\partial F}{\partial R'} \right] \delta R d\varphi + F \delta \theta \left[ \int_{\varphi_n}^{\varphi_k} \left[ \frac{\partial F}{\partial \theta} - \frac{d}{d\varphi} \frac{\partial F}{\partial \theta'} \right] \delta \theta d\varphi = 0. \quad (1.1.4)$$

Из выражения (1.1.4) видно, что первое и третье слагаемые обращаются в нуль после подстановки пределов интегрирования. Тогда из (1.1.4) получаем следующую систему дифференциальных уравнений Эйлера:

$$\frac{\partial F}{\partial R} - \frac{d}{d\varphi} \frac{\partial F}{\partial R'} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \theta} - \frac{d}{d\varphi} \frac{\partial F}{\partial \theta'} = 0. \quad (1.1.5)$$

Рассмотрим первое уравнение системы (1.1.5). Соответствующие частные производные имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial R} &= \frac{\partial n}{\partial R} R \sqrt{1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2} + n \sqrt{1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2} - \frac{n \left(\frac{R'}{R}\right)^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2}}; \\ \frac{\partial F}{\partial R'} &= \frac{n \left(\frac{R'}{R}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2}}. \end{aligned} \quad (1.1.6)$$

Подставляя выражения (1.1.6) в первое уравнение системы (1.1.5), получим уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2}} \left[ \left( \frac{\partial n}{\partial R} R + n \right) \left( 1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2 \right) - n \left(\frac{R'}{R}\right)^2 - n' \left(\frac{R'}{R}\right) - \right. \\ \left. - n \left(\frac{R'}{R}\right)' + \frac{n \left(\frac{R'}{R}\right)^2 \left(\frac{R'}{R}\right)'}{\left(1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2\right)} + \frac{n \left(\frac{R'}{R}\right) \theta' \theta''}{\left(1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2\right)} \right] = 0, \end{aligned} \quad (1.1.7)$$

где  $n' = dn/d\varphi$ . Проводя преобразование формулы (1.1.7), получим:

$$\left[ \left( \frac{\partial n}{\partial R} R + n - \frac{n \left(\frac{R'}{R}\right)'}{1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2} \right) \left( 1 + (\theta')^2 \right) - \left( \frac{R'}{R} \right) \left[ \frac{\partial n}{\partial \varphi} + \frac{\partial n}{\partial \theta} \theta' \right] + \frac{n \left(\frac{R'}{R}\right) \theta' \theta''}{\left( 1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2 \right)} \right] = 0, \quad (1.1.8)$$

— из которого выражаем частную производную  $\frac{\partial n}{\partial R}$ :

$$\frac{\partial n}{\partial R} = \frac{1}{R} \left( \frac{1}{\left( 1 + (\theta')^2 \right)} \left[ \left( \frac{R'}{R} \right) \left[ \frac{\partial n}{\partial \varphi} + \frac{\partial n}{\partial \theta} \theta' \right] - \frac{n \left(\frac{R'}{R}\right) \theta' \theta''}{\left( 1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2 \right)} \right] - n + \frac{n \left(\frac{R'}{R}\right)'}{1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2} \right). \quad (1.1.9)$$

Применяя аналогичные преобразования (1.1.6)–(1.1.8) ко второму уравнению системы (1.1.5), получим:

$$\left[ \left( \frac{\partial n}{\partial \theta} R - \frac{nR\theta''}{\left(1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2\right)} \right) \left(1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2\right) - R\theta' \left[ \frac{\partial n}{\partial \varphi} + \frac{\partial n}{\partial R} R' - n \left(\frac{R'}{R}\right) \right] + \frac{nR\theta' \left(\frac{R'}{R}\right) \left(\frac{R'}{R}\right)'}{\left(1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2\right)} \right] = 0. \quad (1.1.10)$$

Подставляя выражение (1.1.9) в уравнение (1.1.10), имеем:

$$\theta'' = \frac{1}{n} \left(1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2\right) \left( \frac{\partial n}{\partial \theta} - \frac{\partial n}{\partial \varphi} \theta' \right). \quad (1.1.11)$$

Выражая частную производную  $\frac{\partial n}{\partial \theta}$  из (1.1.11), и, подставляя ее в выражение (1.1.10), получим уравнение:

$$\left(\frac{R'}{R}\right)' = - \left(1 + \left(\frac{R'}{R}\right)^2 + (\theta')^2\right) \left[ \frac{1}{n} \left( \frac{\partial n}{\partial \varphi} \left(\frac{R'}{R}\right) - R \frac{\partial n}{\partial R} \right) - 1 \right]. \quad (1.1.12)$$

Для дальнейшего преобразования формул (1.1.11), (1.1.12) необходимо два дополнительных уравнения для оценки изменения углов рефракции  $\alpha(\varphi)$ ,  $\beta(\varphi)$ . Эти уравнения можно получить из геометрии задачи, представленной на рисунке 1.1.

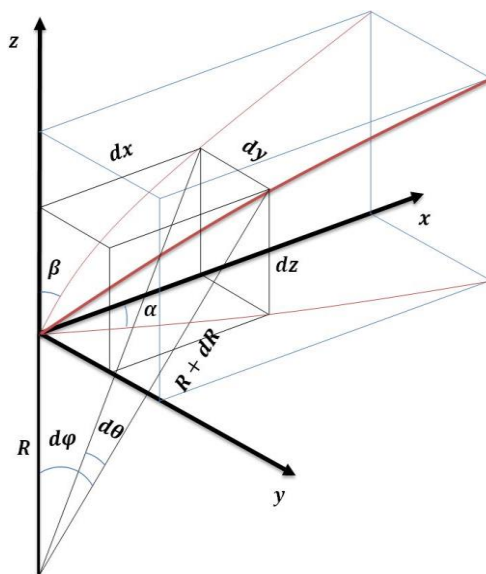


Рисунок 1.1 — Геометрия задачи к выводу лучевых уравнений.  $dx, dy, dz$  — приращения к проекциям луча в декартовой системе координат;  $dR, d\varphi, d\theta$  — соответственно приращения к радиальной и угловым координатам луча в сферической системе координат;  $\alpha, \beta$  — углы рефракции.

Тогда уравнения для расчета углов рефракции имеют вид:

$$\frac{R'}{R} = \text{ctg} \beta, \quad \theta' = \text{tg} \alpha. \quad (1.1.13)$$

Подставляя уравнения (1.1.13) в (1.1.11) и (1.1.12), получим:

$$-\frac{\beta'}{\sin^2 \beta} = \left(\frac{R'}{R}\right)' = -\left(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \alpha\right) \left[ \frac{1}{n} \left( \frac{\partial n}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta - R \frac{\partial n}{\partial R} \right) - 1 \right];$$

$$\frac{\alpha'}{\cos^2 \alpha} = (\theta')' = \frac{1}{n} \left(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \alpha\right) \left( \frac{\partial n}{\partial \theta} - \frac{\partial n}{\partial \varphi} \operatorname{tg} \alpha \right).$$
(1.1.14)

С учетом формул (1.1.13) и (1.1.14) окончательная запись системы лучевых дифференциальных уравнений в форме Лагранжа-Эйлера для сферической системы координат, где угловая координата  $\theta$  переобозначена через  $\delta$ , будет следующей:

$$\frac{dR}{d\varphi} = R \operatorname{ctg} \beta;$$

$$\frac{d\beta}{d\varphi} = \left(1 + \sin^2 \beta \operatorname{tg}^2 \alpha\right) \left[ \frac{1}{n} \left( \frac{\partial n}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta - R \frac{\partial n}{\partial R} \right) - 1 \right];$$

$$\frac{d\delta}{d\varphi} = \operatorname{tg} \alpha;$$

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = \left(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta \cos^2 \alpha\right) \frac{1}{n} \left( \frac{\partial n}{\partial \delta} - \frac{\partial n}{\partial \varphi} \operatorname{tg} \alpha \right).$$
(1.1.15)

Система (1.1.15) позволяет оценить влияние неоднородной среды на рефракцию электромагнитного излучения. Для получения более полной информации о влиянии среды на характеристики распространения излучения можно расширять систему (1.1.15) путем включения в нее дополнительных уравнений. В частности, в случае плазменной среды для расчета групповой задержки имеем уравнение:

$$\frac{d\tau}{d\varphi} = \frac{R}{c n \sin \beta} \sqrt{1 + \sin^2 \beta \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$
(1.1.16)

При распространении излучения в гравитационном поле массивных объектов для групповой задержки имеем:

$$\frac{d\tau}{d\varphi} = \frac{nR}{c \sin \beta} \sqrt{1 + \sin^2 \beta \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$
(1.1.17)

В ряде задач для оценки эффекта влияния неоднородной среды на рефракционные характеристики излучения используется приближение  $\alpha \sim 0$ . Тогда система лучевых дифференциальных уравнений (1.1.15) упрощается:

$$\frac{dR}{d\varphi} = R \operatorname{ctg} \beta, \quad \frac{d\beta}{d\varphi} = \frac{1}{n} \left( \frac{\partial n}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta - R \frac{\partial n}{\partial R} \right) - 1.$$
(1.1.18)

Другим важным вопросом при анализе влияния неоднородной среды на распространение электромагнитного излучения является оценка пространственного ослабления потока энергии. Такую задачу можно решать путем расчета лучевой расходимости. Важно отметить, что значение амплитуды поля имеет обратную зависимость с сечением лучевой трубки  $S$ .

Применяя приближение  $\alpha \sim 0$ , воспользуемся системой (1.1.18) и продифференцируем ее по начальному углу падения  $\beta_n$ :

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{R}}{d\varphi} &= \dot{R} \operatorname{ctg} \beta - \frac{R\dot{\beta}}{\sin^2 \beta}; \\ \frac{d\dot{\beta}}{d\varphi} &= \frac{1}{n} \left( \dot{R} \left[ \frac{\partial^2 n}{\partial R \partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta - \frac{\partial n}{\partial R} - R \frac{\partial^2 n}{\partial R^2} \right] - \frac{\dot{\beta}}{\sin^2 \beta} \frac{\partial n}{\partial \varphi} \right) - \frac{\dot{R}}{n^2} \frac{\partial n}{\partial R} \left( \frac{\partial n}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta - R \frac{\partial n}{\partial R} \right), \end{aligned} \quad (1.1.19)$$

где  $\dot{R} = \partial R / \partial \beta_n$ ;  $\dot{\beta} = \partial \beta / \partial \beta_n$ . Степень расходимости лучей можно оценить с помощью фактора фокусировки, который в рамках ГО задается соотношением:

$$I = 10 \lg |J| = 10 \lg \left| \frac{dS_0}{dS} \right|, \quad (1.1.20)$$

где  $S_0$  — сечение лучевой трубки в свободном пространстве;  $S$  — сечение лучевой трубки при распространении в неоднородной среде. В случае полярной системы координат выражение (1.1.20) примет вид:

$$I = 10 \lg \left| \frac{R_0(\varphi_0) \varphi_0 \sin \beta_n}{R(\varphi) \sin \varphi \sin \beta(\varphi) \dot{R}(\varphi)} \right|, \quad (1.1.21)$$

где  $R_0(\varphi_0)$ ,  $\varphi_0$  — соответственно радиальная и угловая координаты луча при распространении в свободном пространстве (при  $n=1$ ).

Используя систему (1.1.15), нетрудно получить закон Снеллиуса [12]. Выполним в системе (1.1.15) следующие преобразования:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\varphi} &= R \operatorname{ctg} \beta \quad \leftrightarrow \quad \beta = \operatorname{arcctg}(H); \\ \frac{d\beta}{d\varphi} &= \left( 1 + \frac{V^2}{1+H^2} \right) \left[ \left( \frac{\partial \ln n}{\partial \varphi} H - R \frac{\partial \ln n}{\partial R} \right) - 1 \right]; \\ \frac{d\delta}{d\varphi} &= \operatorname{tg} \alpha \quad \leftrightarrow \quad \alpha = \operatorname{arctg}(V); \\ \frac{d\alpha}{d\varphi} &= \left( 1 + \frac{H^2}{1+V^2} \right) \left( \frac{\partial \ln n}{\partial \delta} - \frac{\partial \ln n}{\partial \varphi} V \right), \end{aligned} \quad (1.1.22)$$

где  $H = \operatorname{ctg} \beta = d \ln R / d\varphi$ ;  $V = \operatorname{tg} \alpha = d\delta / d\varphi$ . Первое и второе уравнения системы (1.1.22) сведем к дифференциальному уравнению второго порядка:

$$-\frac{1}{2} \frac{dH^2}{1+H^2} = \left( \frac{1+H^2+V^2}{1+H^2} \right) \left[ \left( \frac{\partial \ln n}{\partial \varphi} H - \frac{\partial \ln n}{\partial \ln R} \right) - 1 \right] d \ln R. \quad (1.1.23)$$

Полагая, что среда слоистая, т.е.  $n = n(R)$ , уравнение (1.1.23) преобразуется к виду:

$$\frac{dH^2}{1+H^2+V^2} = d \ln n^2 + d \ln R^2. \quad (1.1.24)$$

Вернемся к системе (1.1.22) и выполним преобразования (1.1.23)–(1.1.24) для третьего и четвертого уравнений:

$$\frac{dV^2}{1+H^2+V^2} = 0. \quad (1.1.25)$$

Просуммируем уравнения (1.1.24) и (1.1.25), а затем полученное выражение проинтегрируем. Выполняя операцию потенцирования, получим соотношение:

$$\frac{(1+H^2+V^2)}{Cn^2R^2} = \frac{(1+\operatorname{ctg}^2\beta+\operatorname{tg}^2\alpha)}{Cn^2R^2} = 1, \quad (1.1.26)$$

где  $C$  — константа интегрирования, которую найдем из начальных условий:  $R(0) = R_n$ ,  $\beta(0) = \beta_n$ ,  $\alpha(0) = \alpha_n$ ,  $n(R_n) = n_n = 1$ . Тогда соотношение (1.1.26) преобразуется к виду:

$$\frac{nR \sin \beta}{\sqrt{1 + \sin^2 \beta \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{R_n \sin \beta_n}{\sqrt{1 + \sin^2 \beta_n \operatorname{tg}^2 \alpha_n}}. \quad (1.1.27)$$

Применяя приближение  $\alpha = \alpha_n \sim 0$ , выражение (1.1.27) упрощается:

$$nR \sin \beta = R_n \sin \beta_n, \quad (1.1.28)$$

где  $R_n$  — радиальная координата положения источника. Полученные формулы (1.1.27), (1.1.28) есть закон Снеллиуса для сферической системы координат [12].

Повышение точности интерпретации наблюдаемых эффектов тесно связано с учетом всевозможных факторов. В частности, при прохождении электромагнитного излучения через космическую среду важным становится учет гравитационных и плазменных неоднородностей, лежащих на пути распространения излучения. В силу постоянно протекающих процессов в космической среде подобные неоднородности могут иметь случайный характер.

Одним из методов, позволяющих оценить влияние неоднородностей в космической среде на рефракционные характеристики электромагнитного излучения, является метод малых возмущений [37–40]. Согласно этому методу показатель преломления возмущенной неоднородной среды представляется в виде ряда. Первое слагаемое такого ряда относится к детерминированной части среды, а последующие слагаемые описывают неоднородности. Важно отметить, что влияние неоднородностей на распространение электромагнитного излучения в возмущенной среде должно быть много меньше вклада от детерминированной части среды. Тогда, ограничиваясь первым порядком малости, показатель преломления среды в общем случае запишется в виде:

$$n(R, \varphi, \delta) = n_0(R, \varphi, \delta) + n_1(R, \varphi, \delta), \quad n_0(R, \varphi, \delta) \gg n_1(R, \varphi, \delta), \quad (1.1.29)$$

где  $n_0$  — детерминированная часть среды, а  $n_1$  описывает возмущения. Рефракционные характеристики электромагнитного излучения будем искать в виде:

$$\begin{aligned} R &= R_0 + R_1, & R_0 \gg R_1, & \delta = \delta_0 + \delta_1, & \delta_0 \gg \delta_1; \\ \beta &= \beta_0 + \beta_1, & \beta_0 \gg \beta_1, & \alpha = \alpha_0 + \alpha_1, & \alpha_0 \gg \alpha_1; \\ \tau &= \tau_0 + \tau_1, & \tau_0 \gg \tau_1. \end{aligned} \quad (1.1.30)$$

Здесь слагаемые с индексом «0» описывают детерминированные изменения рефракционных характеристик электромагнитного излучения при распространении в космической среде, а с индексом «1» возникают в силу влияния возмущений. Полагая, что среда слоистая  $n_0 = n_0(R)$ , в силу формулы (1.1.30) из выражения (1.1.29) получим:

$$n(R_0 + R_1, \varphi, \delta_0 + \delta_1) \approx n_0(R_0) + R_1 \frac{\partial n_0(R_0)}{\partial R_0} + n_1(R_0, \varphi, \delta_0). \quad (1.1.31)$$

Заметим, что в разложении (1.1.31) все последующие слагаемые после  $n_1(R_0, \varphi, \delta_0)$  отбрасываются в силу их большего порядка малости. Из анализа разложения (1.1.31) видно, что при плавном изменении среды или в случае ее однородности градиент во втором слагаемом обращается в нуль, что упрощает запись:

$$n(R_0 + R_1, \varphi, \delta_0 + \delta_1) \approx n_0(R_0) + n_1(R_0, \varphi, \delta_0). \quad (1.1.32)$$

Отметим, что в задачах, где гравитационные и плазменные неоднородности в космической среде будут иметь случайный характер, в разложениях будет использоваться знак «тильды»:

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= R_0 + \tilde{R}_1, & \tilde{\delta} &= \delta_0 + \tilde{\delta}_1, & \tilde{\beta} &= \beta_0 + \tilde{\beta}_1, & \tilde{\alpha} &= \alpha_0 + \tilde{\alpha}_1; \\ \tilde{\tau} &= \tau_0 + \tilde{\tau}_1, & \tilde{n}(R_0 + \tilde{R}_1, \varphi, \delta_0 + \tilde{\delta}_1) &\approx n_0(R_0) + \tilde{R}_1 \frac{\partial n_0(R_0)}{\partial R_0} + \tilde{n}_1(R_0, \varphi, \delta_0). \end{aligned} \quad (1.1.33)$$

## 1.2 Детерминированные модели описания космической среды

Как известно, для исследования наблюдаемых рефракционных эффектов при распространении электромагнитного излучения в неоднородной среде часто используют математическое моделирование. В каждой локальной задаче разработаны обширные классы математических моделей, которые имеют как преимущества, так и недостатки. В частности, для исследования влияния ионосферы Земли на рефракционные характеристики радиоизлучения используют аналитические и численные модели [41]. Благодаря развитию вычислительной техники стало возможным проводить математическое моделирование процессов различной сложности в короткие промежутки времени. Оперативность расчетов, в свою очередь, приводит к разработке новых математических моделей или уточнению параметров имеющихся зависимостей за счет работы прецизионных установок.

Ниже рассмотрим некоторые известные детерминированные модели описания космической среды при наличии гравитационных и плазменных неоднородностей.

### 1.2.1 Диэлектрическая проницаемость звездных корон

Основной характеристикой для описания околозвездной среды является диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon = n^2$ . В общем случае диэлектрическая проницаемость детерминированной звездной короны задается зависимостью:

$$\varepsilon_0 = 1 - \left( \frac{f_{pe}}{f} \right)^2, \quad (1.2.1)$$

где  $f$  — частота электромагнитного излучения;  $f_{pe}$  — плазменная частота, связанная с профилем электронной концентрации звездной короны  $N_e(R)$  соотношением [3, 9–12]:

$$f_{pe}^2[\Gamma_{\text{ц}}] = 80.6 \cdot 10^6 N_e(R). \quad (1.2.2)$$

Важно отметить, что функциональная зависимость описания распределения свободных электронов вблизи звезды тесно связана с возрастом и классом звезды. Чем моложе звезда, тем больше свободных электронов будет выноситься в межзвездное пространство за счет процессов активности. Однако могут быть звезды старше Солнца, но их процессы активности имеют большую мощность. Также профиль электронной концентрации зависит от периода активности звезды. В случае Солнца существует несколько циклов активности, одним из которых является цикл Швабе [42–47].

Согласно наблюдениям 11-летнего солнечного цикла принято отдельно рассматривать профили электронной концентрации в максимуме и минимуме активности. В период минимума солнечной активности профиль электронной концентрации хорошо описывается моделью Ньюкирка [3, 48]:

$$N_e(R) = 4.2 \cdot 10^8 \left[ 4 + 4.32 \frac{R_s}{R} \right], \quad (1.2.3)$$

где  $R_s$  — радиус Солнца. В пике активности профиль электронной концентрации солнечной короны описывается зависимостью степенного характера (модель Баумбаха-Аллена) [3, 46, 49]:

$$N_e(R) = 1.55 \cdot 10^8 \left( \frac{R_s}{R} \right)^6 \left[ 1 + 1.93 \left( \frac{R_s}{R} \right)^{10} \right]. \quad (1.2.4)$$

Солнечная активность проявляется протекающими процессами как в солнечной атмосфере, так и регистрируемыми проявлениями в околоземном пространстве и непосредственно на поверхности планеты. В частности, вспышечные процессы вызывают геомагнитные бури и полярные сияния [42, 43, 50]. Солнце излучает в широком диапазоне длин

волн [45, 46, 50, 51]. В случае радиовсплесков III типа над их эпицентром профиль электронной концентрации задается следующей зависимостью:

$$N_e(R) = 8.775 \cdot 10^8 \exp \left[ 9.879 \left( \frac{R_s}{R} - 1 \right) \right]. \quad (1.2.5)$$

Выражение (1.2.5) есть модель Манна [3, 52].

Модели (1.2.3)–(1.2.5) хорошо описывают профиль электронной концентрации относительно недалеко от звездной фотосферы. На больших расстояниях от звезды, такие степенные зависимости приводят к условиям вакуума. Вместе с тем хорошо известно, что космическая среда не является вакуумом из-за постоянных потоков вещества. Поэтому в работе для оценки влияния околозвездной плазмы на распространение электромагнитного излучения будем использовать модель [27, 53–62]:

$$\varepsilon_0 = 1 - \left( \frac{f_{pl}}{f} \right)^2 \left( \frac{R_m}{R} \right)^2, \quad (1.2.6)$$

где  $f_{pl}$  — плазменная частота на уровне  $R_m$ .

### 1.2.2 Эффективный показатель преломления гравитационно-линзовых систем

Хорошо известно, что при прохождении вблизи массивного объекта направление распространения электромагнитного излучения изменяется. Согласно общей теории относительности (ОТО) задачу распространения электромагнитного излучения в искривленном (римановом) пространстве можно свести к задаче в евклидовом пространстве. Для этого вводится эффективный показатель преломления вакуума, учитывающий наличие поля тяготения массивного объекта [4, 17, 20–22, 63, 64]. Основу такого показателя преломления составляет гравитационный потенциал  $\Phi(\vec{R})$ . В случае слабых гравитационных полей, т.е. за исключением пространства вблизи нейтронных звезд и черных дыр, модель эффективного показателя преломления записывается в виде:

$$n_0 \approx 1 - \frac{2\Phi(\vec{R})}{c^2}. \quad (1.2.7)$$

В общем случае гравитационный потенциал, формируемый произвольным распределением массы в пространстве, удовлетворяет уравнению Пуассона:

$$\Delta\Phi(\vec{R}) = 4\pi G\sigma(\vec{R}), \quad (1.2.8)$$

где  $G$  — гравитационная постоянная;  $\sigma(\vec{R})$  — функция плотности распределения массы в пространстве. Решение уравнения (1.2.8) имеет вид:

$$\Phi(\vec{r}) = -G \iiint \frac{\sigma(\vec{r}')}{|\vec{R} - \vec{r}'|} d^3r'. \quad (1.2.9)$$

В случае одиночного астрофизического объекта при  $\sigma(\vec{r}) = \sigma_0 = const$  из выражения (1.2.9) получаем решение вида:

$$\Phi(R) = -\frac{GM}{R}. \quad (1.2.10)$$

Подставляя зависимость (1.2.10) в модель (1.2.7), получим следующую запись эффективного показателя преломления:

$$n_0 \approx 1 + \frac{2GM}{Rc^2} = 1 + \frac{R_g}{R}, \quad (1.2.11)$$

где  $R_g$  — гравитационный радиус (радиус Шварцшильда) объекта с массой  $M$ .

В случае группы астрофизических объектов применяют различные модели распределения массы в космической среде. В работе [4] рассматриваются некоторые функциональные зависимости и области их применения. Например, для описания эллиптической галактики, шарового галактического и звездного скоплений применяют модель Кинга:

$$\sigma(R) = \begin{cases} \sigma_0 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + R^2/R_c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + R_{sph}^2/R_c^2}} \right]^2, & R \leq R_{sph} \\ 0, & R > R_{sph} \end{cases}, \quad (1.2.12)$$

где  $R_c$  — радиус ядра;  $R_{sph}$  — радиус внешней границы сферы. В случае крупномасштабной структуры (например, скопление галактик) информацию о мелкомасштабных объектах типа карликовых галактик не учитывают. Тогда скопление можно считать диском с плотностью распределения массы  $\sigma(\vec{r}) = \sigma_0$ . В задачах со спиральными галактиками применяется модель изотермической сферы, для которой распределение массы в пространстве имеет следующую функциональную зависимость:

$$\sigma(R) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi GR^2}, \quad (1.2.13)$$

где  $\sigma_v^2$  — дисперсия скоростей движения объектов в структуре спиральной галактики. Другие модели распределений вещества в космической среде, в частности, описаны в работах [65, 66].

Для повышения точности интерпретации наблюдаемых эффектов при прохождении электромагнитного излучения через поле тяготения массивных объектов необходимо учитывать аддитивный вклад всех элементов системы. В связи с этим, в работе предлагается применять приближенную модель эффективного показателя преломления вакуума при наличии группы массивных объектов [67–77]:

$$n_0 \approx 1 + \frac{R_g}{R} + \sum_{i=1}^N A_i \exp \left[ -b_{Ri} (R - R_{Li})^2 - b_{\varphi i} (\varphi - \varphi_{Li})^2 - b_{\delta i} (\delta - \delta_{Li})^2 \right] \quad (1.2.14)$$

Модель показателя преломления (1.2.14) сформирована на основании фундаментального принципа суперпозиции. Второе слагаемое модели (1.2.14) соответствует основному гравитирующему объекту, с центром которого связано начало системы координат. Третье слагаемое соответствует сумме  $N$  дополнительных гравитационных неоднородностей. Каждое такое возмущение задается рядом параметров, где  $A_i, b_{Ri}, b_{\varphi i}, b_{\delta i}, R_{Li}, \varphi_{Li}, \delta_{Li}$  — интенсивность, масштабы и координаты центра локализации  $i$ -ой гравитационной неоднородности, соответственно. Таким образом, модель (1.2.14) учитывает аддитивный вклад от каждой компоненты поля тяготения, описываемой своим гравитационным потенциалом.

С помощью моделей показателя преломления (1.2.11) и (1.2.14) можно оценивать влияние полей тяготения на распространение высокочастотных диапазонов излучения. В случае радиочастот такие модели необходимо уточнять, поскольку вблизи массивных объектов имеется плазменная оболочка. В частности, учет наличия плазменной неоднородности вблизи массивных объектов поля тяготения важен при исследовании удаленных космических источников в силу закона Хаббла.

Учитывая вышесказанное, показатель преломления среды вблизи массивного объекта, погруженного в плазменную оболочку, можно записать следующим образом [4]:

$$n = n_0 n_{pl}, \quad (1.2.15)$$

где  $n_{pl}$  — показатель преломления плазменного слоя вблизи астрофизического объекта. Используя зависимость  $n = \sqrt{\varepsilon}$  и модели (1.2.6) и (1.2.11), из выражения (1.2.15) получим показатель преломления среды вблизи одиночного астрофизического объекта с учетом наличия плазменной оболочки [62]:

$$n = \left( 1 + \frac{R_g}{R} \right) \sqrt{1 - \left( \frac{f_{pl}}{f} \right)^2 \left( \frac{R_m}{R} \right)^2} \approx 1 + \frac{R_g}{R} - \frac{1}{2} \left( \frac{f_{pl}}{f} \right)^2 \left( \frac{R_m}{R} \right)^2. \quad (1.2.16)$$

### 1.3 Аналитические решения для рефракционных характеристик излучения в случае простой модели показателя преломления

Прежде чем перейти к численному моделированию влияния космической среды с гравитационными и плазменными неоднородностями на распространение электромагнитного излучения, получим некоторые аналитические решения, позволяющие протестировать разработанный комплекс программ расчета.

Воспользуемся простой моделью показателя преломления (1.2.11):

$$n = 1 + \frac{R_g}{R}. \quad (1.3.1)$$

Найдем функциональные зависимости для расчета направления распространения, групповой задержки и лучевой расходимости излучения, описываемые системой:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\varphi} &= R \operatorname{ctg} \beta, \\ \frac{d\beta}{d\varphi} &= \frac{1}{n} \left( \frac{\partial n}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta - R \frac{\partial n}{\partial R} \right) - 1; \\ \frac{d\dot{\beta}}{d\varphi} &= \frac{1}{n} \left( \frac{\partial^2 n}{\partial \varphi \partial R} \dot{R} \operatorname{ctg} \beta - \frac{\dot{\beta}}{\sin^2 \beta} \frac{\partial n}{\partial \varphi} - \dot{R} \frac{\partial n}{\partial R} - R \dot{R} \frac{\partial^2 n}{\partial R^2} \right) - \frac{\dot{R}}{n^2} \frac{\partial n}{\partial R} \left( \frac{\partial n}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta - R \frac{\partial n}{\partial R} \right); \\ \frac{d\dot{R}}{d\varphi} &= \dot{R} \operatorname{ctg} \beta - \frac{R \dot{\beta}}{\sin^2 \beta}, \\ \frac{d\tau}{d\varphi} &= \frac{nR}{c \sin \beta}. \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

Воспользуемся первым уравнением системы (1.3.2) и преобразуем его с учетом закона Снеллиуса (1.1.28):

$$\frac{dR}{d\varphi} = R \frac{\sqrt{(R + R_g)^2 - (R_n + R_g)^2 \sin^2 \beta_n}}{(R_n + R_g) \sin \beta_n}. \quad (1.3.3)$$

Решая уравнение (1.3.3), получим функциональную зависимость  $R(\varphi)$ :

$$R(\varphi) = \frac{A^2}{(R_g - QS(\varphi))}, \quad (1.3.4)$$

где используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A^2 &= Q^2 - R_g^2, \quad Q = (R_n + R_g) \sin \beta_n; \\ S(\varphi) &= \sin(A\varphi/Q + B), \quad B = \arcsin((R_g R_n - A^2)/R_n Q). \end{aligned}$$

Аналитическое решение для функции  $\beta(\varphi)$  получим путем преобразования первого дифференциального уравнения системы (1.3.2) к виду:

$$\beta(R) = \operatorname{arccctg} \left( \frac{1}{R} \frac{dR}{d\varphi} \right). \quad (1.3.5)$$

Подставляя аналитическое решение (1.3.4) в соотношение (1.3.5), получим окончательный вид функции  $\beta(\varphi)$ :

$$\beta(\varphi) = \operatorname{arccctg} \left( \frac{AC(\varphi)}{(R_g - QS(\varphi))} \right), \quad (1.3.6)$$

где  $C(\varphi) = \cos(A\varphi/Q + B)$ .

Аналитические решения для функций  $\dot{R}(\varphi)$  и  $\dot{\beta}(\varphi)$  получим путем дифференцирования зависимостей (1.3.4) и (1.3.6) по углу падения  $\beta_n$ :

$$\begin{aligned}\dot{R}(\varphi) &= \frac{\text{ctg}\beta_n}{(R_g - QS(\varphi))^2} (2Q^2(R_g - QS(\varphi)) + A(QS(\varphi) + C(\varphi)(R_g^2\varphi - M))); \\ \dot{\beta}(\varphi) &= -\frac{\text{ctg}\beta_n}{AQ(Q - R_g S(\varphi))} (Q^2 R_g C(\varphi) + A(R_g^2\varphi - M)),\end{aligned}\quad (1.3.7)$$

где  $M = (Q^2 + R_g R_n + R_g^2)\text{tg}\beta_n$ .

С учетом полученных решений (1.3.4) и (1.3.6) сведем пятое уравнение системы (1.3.2) к виду:

$$\frac{d\tau}{d\varphi} = \frac{Q(Q - R_g S(\varphi))^2}{c(R_g - QS(\varphi))^2}.\quad (1.3.8)$$

Дальнейшие преобразования (1.3.8) дают:

$$\frac{d\tau}{d\varphi} = \frac{1}{Qc} \left( \frac{A^4}{(R_g - QS(\varphi))^2} + \frac{2R_g A^2}{(R_g - QS(\varphi))} + R_g^2 \right).\quad (1.3.9)$$

Окончательный вид аналитического решения для расчета временной задержки  $\tau(\varphi)$  получим путем интегрирования выражения (1.3.9) [78]:

$$\begin{aligned}\tau(\varphi) &= \frac{R_g^2}{Qc} \varphi + \frac{AQ}{c} \left( \frac{C(\varphi)}{(R_g - QS(\varphi))} - \frac{\cos(B)}{(R_g - Q\sin(B))} \right) + \\ &+ \frac{R_g}{c} \left( \ln \left| \frac{R_g T(\varphi/2) - Q - A}{R_g T(\varphi/2) - Q + A} \right| - \ln \left| \frac{R_g \text{tg}(B/2) - Q - A}{R_g \text{tg}(B/2) - Q + A} \right| \right).\end{aligned}\quad (1.3.10)$$

Тестирование разработанного комплекса программ выполним при следующих начальных условиях:  $R(0) = R_n = 100 \text{ cul}$  (*cul* — условная единица длины),  $\beta(0) = \beta_n \in [-0.314; -0.086] \text{ rad}$ ,  $\dot{R}(0) = 0$ ,  $\dot{\beta}(0) = 1$ ,  $\tau(0) = 0$ . Параметр  $R_g = 1 \text{ cul}$ . Расчет будем проводить до значения  $R_k = 100 \text{ cul}$ . Достоверность работы комплекса программ проверялась путем сравнения со значениями, полученными при вычислении (1.3.4), (1.3.6), (1.3.7) и (1.3.10). Результаты такого сравнения представлены на рисунке 1.2, откуда следует, что аналитические кривые и кривые, рассчитанные в результате работы программ, совпадают с высокой точностью [56, 57, 59]. Порядок расхождения результатов в среднем не превышает доли процента. Таким образом, разработанный программный комплекс моделирования рефракционных характеристик электромагнитного излучения может быть использован при решении задач прохождения излучения через космическую среду с учетом наличия гравитационных и плазменных неоднородностей.

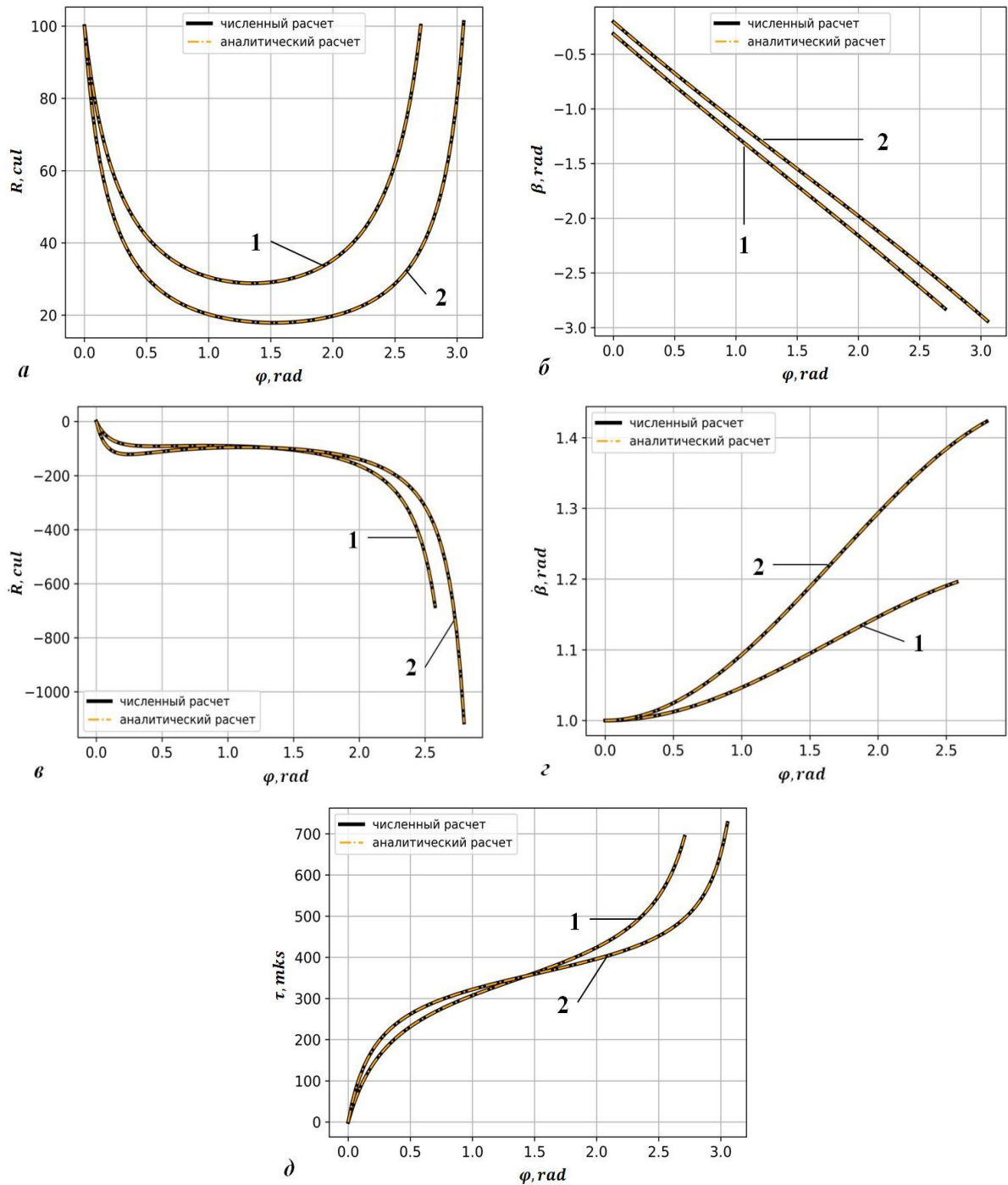


Рисунок 1.2 — Результаты численного (сплошная линия) и аналитического (штрих-пунктирная линия) моделирования при значениях угла падения  $\beta_n = -0.314 rad$  (1) и  $-0.219 rad$  (2) для рефракционных характеристик электромагнитного излучения:

$$a — R(\varphi); б — \beta(\varphi); в — \dot{R}(\varphi); г — \dot{\beta}(\varphi); д — \tau(\varphi).$$

#### 1.4 Резюме

Для интерпретации наблюдаемых рефракционных эффектов гравитационных и плазменных неоднородностей предложен метод математического моделирования распространения электромагнитного излучения в космической среде. Основу метода составляет

решение системы лучевых дифференциальных уравнений в форме Лагранжа-Эйлера, полученной из вариационного принципа Ферма. Влияние гравитации учтено путем использования модели эффективного показателя преломления вакуума, выраженного через гравитационный потенциал. На основе фундаментального принципа суперпозиции гравитационных полей предложена приближенная модель эффективного показателя преломления вакуума для группы астрофизических объектов.

Разработан универсальный комплекс программ для расчета влияния космической среды на групповую задержку, направление распространения и пространственное ослабление потока электромагнитного излучения. Для тестирования созданных программ получены аналитические решения для простых моделей среды. Сравнение результатов численных расчетов со значениями, полученными посредством аналитических соотношений, показало высокую степень совпадения. Таким образом, разработанный комплекс программ может быть использован для оценки влияния гравитационных и плазменных неоднородностей космической среды на рефракционные характеристики электромагнитного излучения.

## ГЛАВА 2. ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В КОСМИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

### 2.1 Гравитационное линзирование в исследованиях космического пространства

Из общей теории относительности (ОТО) известно, что гравитационные поля массивных объектов приводят к изменения рефракционных характеристик электромагнитного излучения [4, 17, 20–23, 64, 79–83]. Системы астрофизических объектов такой процесс усложняют. Итогом влияния полей тяготения является формирование областей каустик и фокусировки. Эффект гравитационной фокусировки был подтвержден экспериментально 29 мая 1919 г. группой, возглавляемой А. Эддингтоном, во время полного солнечного затмения [4, 84, 85]. Одним из заинтересовавшихся этим эффектом был О. Д. Хвольсон, который в своей работе (см. [86]) описал процесс формирования фиктивной звезды, опираясь на слова Эддингтона об «фантомных» звездах. В этой же работе он высказал мнение о возможности формирования линзового эффекта кольцевого типа при расположении источника излучения точно на луче зрения. В 1936 г. А. Эйнштейн теоретически рассмотрел формирование линзового эффекта при распространении электромагнитного излучения в поле тяготения звезды, где источником является другая звезда [79]. Также он подтвердил предположение Хвольсона о возможности формирования кольцевого линзового эффекта.

Дальнейшее теоретическое рассмотрение гравитационно-линзовых эффектов проводилось Ф. Цвики в 1937 г. В работе [80] он высказал мнение, что эффект Эйнштейна можно наблюдать с большей вероятностью в случае более массивных астрофизических объектов, нежели звезды. Такими объектами являются звездные скопления, галактики и галактические скопления. В частности, в случае группы массивных объектов могут формироваться сложные распределения поля на небесной сфере, выраженные дугообразными эффектами, двух-, трех- и четырехкратными копиями источника излучения. Четыре копии источника носят название «Крест Эйнштейна». Об указанных гравитационно-линзовых эффектах хорошо описано, в частности, в работах [4, 17, 65, 87–96]. Сложность гравитационно-линзовой системы может привести к суммарному линзовому эффекту. Примерами таких сложных событий могут быть «Чеширский кот» и «Линзовая карусель» [97, 98].

#### 2.1.1 Гравитационное линзирование излучения квазаров

Как известно, при выводе уравнений ОТО А. Эйнштейн ввел  $\Lambda$ -слагаемое (космологическая постоянная), предназначенное для описания стационарной Вселенной. В

1922 г. А. Фридман описал эволюционную модель Вселенной, которая удовлетворяет уравнениям ОТО. Первоначально А. Эйнштейн критически относился к фридмановской модели, но затем принял ее [99–101]. С последующими доказательствами о расширении Вселенной выступил Э. Хаббл. В 1925 г. при изучении галактик он отметил, что спектры многих галактик, за исключением членов Местной группы, смещены в красную область. При оценке светимости объектов он обнаружил зависимость: чем дальше объект, тем слабее его видно. В 1929 г. Хаббл сделал об этом доклад, представив фундаментальный закон красного смещения [99–105]:

$$v = H_0 r, \quad (2.1.1)$$

где  $v$  — скорость удаления объекта;  $r$  — расстояние до объекта;  $H_0$  — постоянная Хаббла, что пребывает в диапазоне значений  $[65; 75]_{\text{км}/(с \cdot \text{Мпк})}$ . Тогда значение красного смещения  $z$  оценивается, как:

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c}, \quad (2.1.2)$$

где  $\lambda_0$  — длина волны объекта излучения;  $\lambda$  — наблюдаемая длина волны. Заметим, что оценка значения постоянной Хаббла до сих пор является важной астрофизической задачей [106, 107].

В середине XX века массово проводились сопоставления радиоисточников излучения с объектами в оптическом диапазоне длин волн. В процессе таких экспериментов обнаружили необычные объекты, о 12 из которых в 1943 г. упоминал К. Сейферт [25, 102–105, 108, 109]. Оказалось, что этими объектами являются галактики, названные впоследствии сейфертовскими. Особенностью такого типа галактик является активное ядро, а мощность энерговыделения составляет порядка  $10^{41}$  Дж/с. На вопрос о такой мощности галактик с активным ядром (АЯГ) существовало несколько гипотез, которые сходятся на том, что в центре ядра находится какой-то объект, влияющий на формирование взрывоподобных процессов. Благодаря современным установкам стало понятно, что в центрах галактик находятся гигантские черные дыры [24, 25, 102, 105].

В 1960 г. были обнаружены объекты, которые первоначально не поддавались интерпретации. Эти источники излучения имеют малые угловые размеры, соизмеримые с пространственными масштабами карликовых звезд, а интенсивность свечения не подчиняется указанной зависимости Хаббла. Они являются мощными радиоисточниками, отчего и произошло их название — квазар (квазизвездный радиоисточник). Дальнейшие фотометрические изучения квазаров показали, что их спектры имеют большие красные смещения, что говорит в пользу их принадлежности к семейству галактик с АЯГ. По

современным данным значения красного смещения для таких объектов пребывает в диапазоне от  $z = 0.04$  и достигает  $z = 6 - 7$  [25].

В 1979 г. при изучении квазаров Уолш, Карсвелл и Вейман зарегистрировали внеочередной астрофизический объект. После составления спектра оказалось, что он идентичен со спектром рядом расположенного квазара. Однако, как известно, в космическом пространстве двух одинаковых объектов не может быть. Поэтому продолжительное исследование помогло понять, что оба квазара являются одним и тем же источником излучения, расположенным за массивной галактикой. Квазар QSO 0957+561 A, B стал первым объектом с зарегистрированным эффектом гравитационной фокусировки, где галактика между копиями источника выступала в роли линзы. С этого момента начались открытия и других возможных вариантов линзовых эффектов. В частности, это касается сообщения об открытии дугообразных эффектов в галактических кластерах и предсказанного Хвольсоном и Эйнштейном «кольца» [4, 25, 95, 96]. Благодаря тому, что гравитационная фокусировка выполняет роль естественного телескопа, становится возможным проводить более точные измерения, связанные с потоками излучения от квазаров.

### 2.1.2 Эффект микролинзирования для поиска экзопланет

Как известно, о существовании у далеких звезд планетарных систем, аналогичных Солнечной системе, предполагалось давно. Однако обнаружение таких систем представляло одну из основных проблем прошлого века. Связано это с тем, что экзопланеты обладают слабой светимостью и малыми угловыми размерами в сравнении с масштабами звезд. За счет далеких расстояний экзопланеты выходили за рамки разрешающих способностей установок того времени. В связи с этим об экзопланетах говорили только на уровне гипотез.

О первой планетарной системе сообщили А. Вольшан и Д. Фрейл. Они обнаружили три экзопланеты возле пульсара PSR B1257-12. Тот факт, что у этого пульсара есть планетарная система, указала возникшая в радиоимпульсах периодическая модуляция. Следующая экзопланета была открыта у пульсара PSR1620-26 [18, 19, 102, 110]. Следует отметить, что такие открытия довольно редки, поскольку в процессе сброса оболочки умирающая звезда должна лишаться своей планетарной системы. Такое обстоятельство должно быть одним из объяснений обнаружения свободных планет (планет-бродяг) в межзвездной среде.

Первая экзопланета у рядовой звезды 51 Пегаса была обнаружена М. Майором в 1995 г. Это открытие подтвердил Д. Марси со своими коллегами. Через некоторое время та же научная группа обнаружила еще несколько планетарных систем. Таким образом, 90-е гг. прошлого века расширили список научных задач, пополнив его разработками специализированных,

чувствительных экспериментальных установок. По состоянию на март 2025 г. было открыто 7431 экзопланета в 5097 планетарных системах, из которых 1038 многокомпонентные системы [111].

Еще до открытия первой экзопланеты, начиная с 1989 г. предлагались различные методы обнаружения планетарных систем у далеких звезд. Об этих методах хорошо описано, в частности, в работах [108–110]. Одним из экспериментально подтвержденных методов является метод микролинзирования [17–19, 110, 112–118].

Метод микролинзирования был предложен в 2004 г. Этот эффект основан на регулярных фотометрических наблюдениях далеких звезд, которые выступают в роли гравитационно-линзовой системы. В случае присутствия у звезды-линзы планетарной системы в кривой блеска возникает дополнительный узкий максимум интенсивности свечения. Именно по обнаружению такого увеличения интенсивности свечения источника и говорят о наличии планетарной системы у звезды. Длительность эффекта микролинзирования может быть несколько суток и достигать месяца [18, 19]. Также важно отметить, что по характеристикам подобного всплеска в кривой блеска решается обратная задача по восстановлению параметров экзопланеты и родительской звезды. Согласно источнику [111], этим методом открыто 313 экзопланет в 269 планетарных системах. Помимо планет в системе, методом микролинзирования было обнаружено 37 планет-бродяг. Об исследованиях некоторых из них, в частности, описано в работах [115–118].

### 2.1.3 Гамма-всплески и мезолинзирование

Открытие первых гамма-всплесков произошло в 1967 г. с помощью космических аппаратов Vela, направленных на зондирование радиационного фона в атмосфере Земли. При анализе данных фиксировалось повышение уровня радиации, которое долгое время не могли проинтерпретировать. Продолжительные исследования такого эффекта позволили понять, что воздействие на атмосферу Земли происходит не с поверхности планеты, а со стороны космического пространства [5, 6, 119, 120].

Следующим шагом в исследовании гамма-всплесков стал запуск специализированной гамма-обсерватории Комптона, что за период своей работы (1991–2000 гг.) внесла огромный вклад в регистрацию этих событий. По итогу работы обсерватории Комптона сформировано 4 каталога гамма-всплесков, в которые вошло 2704 события [5, 6, 102, 108, 120]. По этим данным было определено, что гамма-всплески имеют внегалактическое происхождение, поскольку события регистрировались изотропно по всей небесной сфере. Однако определить

источник мощных вспышек не удавалось. В связи с этим для повышения точности локализации поступило предложение искать источник излучения в другом диапазоне длины волны.

Огромным прорывом в исследованиях гамма-всплесков стало обнаружение так называемого послесвечения в рентгеновском диапазоне 28 февраля 1997 г. с помощью космического аппарата Верро-SAX (GRB970228) [119]. Событие GRB970508 зарегистрировано, помимо рентгена, в оптическом диапазоне. Позднее были получены данные по радиоизлучению. Для события GRB971204 удалось локализовать направление прихода гамма-всплеска с его послесвечением. Оказалось, что источник расположен в галактике с красным смещением  $z = 3.42$ . Совместная работа гамма-обсерваторий ВеррSAX и Комптона позволила каждый раз определять галактику, из которой пришел всплеск, а также значение красного смещения. Следует отметить, что регистрация гамма-всплеска начинается с его слабого предвестника, а затем фиксируется основной поток с послесвечением [121]. Современные исследования полного процесса гамма-всплеска показали, что и сам предвестник обладает своим послесвечением [122].

Как известно, событие GRB170817A (явление килоновой) подтвердило часть гипотез об источниках мощных гамма-всплесков [25, 102, 123]. Исследование этого события на установках, перекрывающих весь диапазон электромагнитного излучения, показало, что к таким источникам относится слияние пар НЗ-НЗ и ЧД-НЗ, где НЗ — Нейтронная Звезда, ЧД — Черная Дыра. Длительность импульса для таких процессов достаточно короткая ( $< 1$  сек.), что отражено в названии подобных событий — короткие гамма-всплески. Ко второму типу источников гамма-всплесков относится взрыв сверхновой, что соответствует умиранию звезды. В таком случае гамма-всплески могут достигать тысячи секунд — длинные гамма-всплески. Иногда регистрируются сверхдлинные события [124, 125]. Энергетический диапазон у фотонов гамма-всплесков пребывает в пределах от кэВ до МэВ, а сами гамма-всплески могут достигать энергии  $10^{47}$  Дж, что говорит о катастрофических процессах.

Как раз вопрос о таких ультра-высоких энергиях и привел к гипотезе о линзировании излучения от гамма-всплесков [5, 6, 120]. В качестве линзы должны выступать, как минимум, крупные звездные скопления. Про мезолинзирование в начале XXI века писал в своих работах Угольников О. С. [5, 6], который занимался вопросами повышения точности локализации источников гамма-всплесков. Обработывая данные по гамма-всплескам из каталогов BATSE, он провел интерпретацию возникновения следующих друг за другом два-три повышения интенсивности гамма-излучения. Рассмотрено два возможных варианта формирования линзового эффекта. Первый случай им был назван дальним мезолинзированием, в котором должно выделяться два последующих импульса от гамма-всплеска. В случае ближнего мезолинзирования должно наблюдаться три импульса или в редких случаях два. Однако до сих

пор эффект мезолинзирования остается гипотезой. При этом к списку гипотетического эффекта мезолинзирования, помимо гамма-всплесков, относят и квазары, чьи мощности энерговыделения также остаются под вопросом [7].

В связи с этим развитие обширных наземных установок и запуск новых космических аппаратов необходимо отнести к списку важных задач по регистрации гамма-всплесков, прошедших вблизи массивных объектов. Конечно же, применение космических аппаратов желательно, поскольку точность определения энергии и направления прихода гамма-квантов от источников излучения выше, нежели эксплуатация наземных экспериментальных установок. Следует уточнить, что наземные гамма-обсерватории регистрируют не первичную частицу, а ее вторичный продукт, выраженный в виде лавинообразного потока элементарных частиц в атмосфере Земли — широкий атмосферный ливень (ШАЛ) [126–128]. Запуск космических аппаратов довольно проблематичная задача, поэтому целесообразно проводить модернизацию наземных проектов и развивать подходы по регистрации и анализу экспериментальных данных. Применяя разнонаправленные установки для регистрации ШАЛ: телескопы, счетчики и детекторы, — можно повысить точность определения энергии первичной частицы и снизить ошибку в определении направления. К одной из задач подобного рода установок относится определение природы ШАЛ, т.е. необходимость отличить ливень частиц, порожденный гамма-квантом, от ливня, который начал свое существование от протона или более тяжелого ядра. Также для гамма-обсерваторий важно отличать два ШАЛ-а одной природы.

На базе отечественного проекта TAIGA-1 реализуется гибридный метод по регистрации ШАЛ [129]. В основе метода лежит совместная работа атмосферных черенковских телескопов TAIGA-IACT и массива широкоугольных черенковских детекторов TAIGA-HiSCORE. Изучая ШАЛ с различных сторон, они проводят оценки энергии, повышают точность определения направления, а также выясняют природу ливня. Однако площадь гамма-обсерватории пока что имеет малые размеры, что отражается, по сути, в разрешающей способности и чувствительности установки, как единого целого. На следующем этапе развития проекта TAIGA-100, возможно, будут зафиксированы гамма-кванты от одного источника излучения, прошедшие сквозь гравитационную линзу. Тогда гипотеза экспериментально будет подтвержденной, а природа высокоэнергетических процессов станет понятнее.

## **2.2 Моделирование распространения электромагнитного излучения в гравитационно-линзовых системах**

Исследование влияния космической среды в присутствии линзового эффекта на распространение электромагнитного излучения в приближении геометрической оптики предложено и аргументировано С. Рефсдалом в 1964 г. [17, 130]. С тех пор появилось

множество работ, особенно после открытия первых эффектов гравитационной фокусировки. Хорошо известны такие монографии, как [4, 17, 65], в которых приводится достаточно подробное математическое описание возможных линзовых эффектов.

Однако задача о прохождении электромагнитного излучения через поле тяготения группы объектов обычно рассматривается, как задача о построении хода лучей в классических линзах. Любую гравитационно-линзовую систему заменяют некоторым распределением массы в среде. Примеры таких функциональных зависимостей рассмотрены в подразделе 1.2.2 [4]. В частности, в случае скоплений галактик могут не учитывать влияние малых объектов, заменяя крупномасштабную систему диском с постоянным значением плотности.

Для повышения точности интерпретации наблюдаемых распределений полей в космической среде важно учитывать интегральный эффект от гравитационно-линзовых систем. Поэтому, в отличие от задачи хода лучей в гравитационных линзах, в работе рассматривается Гамильтонов подход к описанию процесса распространения излучения в поле тяготения.

### 2.2.1 Гравитационная линза с непрозрачным ядром

Рассмотримхождение электромагнитного излучения через поле тяготения в случае простой гравитационно-линзовой системы. Выполним численный расчет рефракционных характеристик излучения в присутствии на пути распространения одиночного астрофизического объекта. Такая гравитационно-линзовая система называется гравитационной линзой с непрозрачным ядром [4]. Численное моделирование изменения направления распространения проведем на основе лучевых дифференциальных уравнений (1.1.15). Начало системы отсчета совместим с центром астрофизического объекта. Такая линзовая система будет описываться моделью эффективного показателя преломления (1.2.11). Результаты будем представлять в виде распределений конечных угловых координат  $(\varphi_k; \delta_k)$ , фиксируемых при достижении луча радиальной координаты  $R_k$ . Геометрически задачу о распространении электромагнитного излучения через поле тяготения одиночного астрофизического объекта можно представить следующим образом (см. рисунок 2.1).

Предположим, что точечный источник излучения находится на луче зрения. Тогда численный расчет влияния поля тяготения на рефракционные характеристики электромагнитного излучения будем проводить при следующих начальных условиях:  $R(\varphi_n) = R_n = 50 \text{ cul}$ ,  $\delta(\varphi = 0) = \delta_n = 0$ ,  $\beta(\varphi = 0) = \beta_n$ ,  $\alpha(\varphi = 0) = \alpha_n$ . Значения углового прицельного параметра  $\alpha_n$  будут варьироваться в диапазоне  $[-0.75; 0.75]$ , а значения для  $\beta_n$  — в диапазонах  $[-0.75; -0.06]$  и  $[0.06; 0.75]$ . Гравитационный радиус объекта-линзы  $R_g = 1 \text{ cul}$ . Расчет будем



счет этого процесса в окрестности «полюсов» распределения, т.е. при  $x_k \in [-20; 20] cul$  и  $|y_k| \geq 30 cul$ , возникают дополнительные линзовые эффекты.

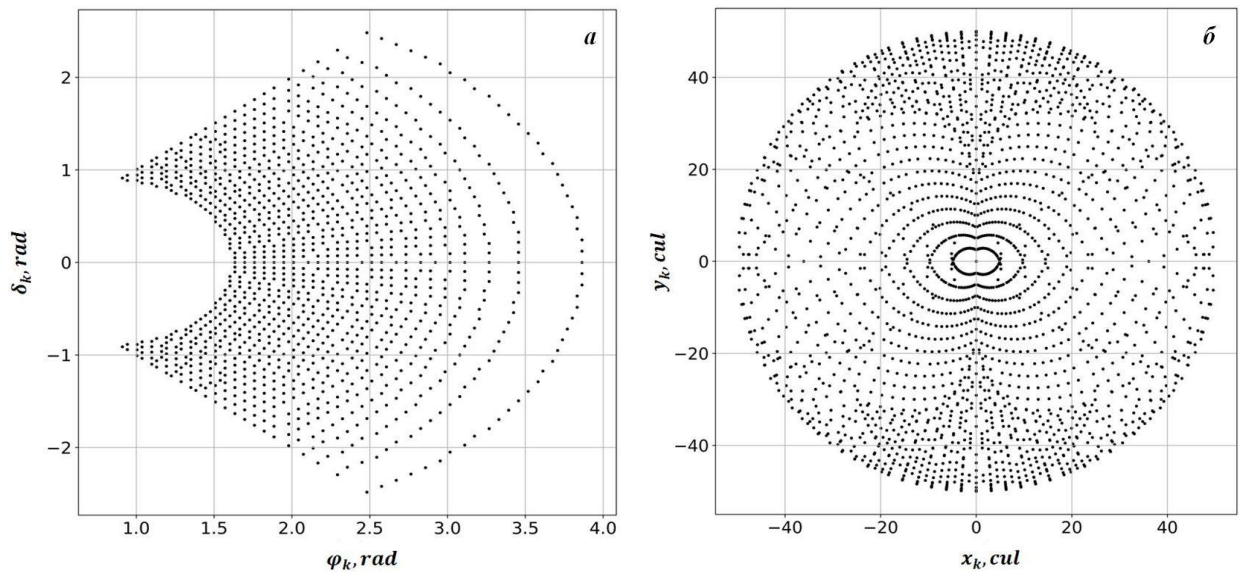


Рисунок 2.2 — Лучевая картина в плоскости наблюдателя при распространении электромагнитного излучения вблизи одиночного астрофизического объекта для источника, расположенного на луче зрения. Плоскость представлена в конечных угловых координатах (а) и декартовой системе координат (б).

Важно отметить, что в натуральных экспериментах в зависимости от расстояний наблюдателя  $R_k$  и источника электромагнитного излучения  $R_n$  будут наблюдаться различные области такой лучевой структуры. При сближении источника излучения или наблюдателя с гравитационно-линзовой системой постепенно центральная область будет маскироваться за телом массивного объекта. В противоположном случае будет частично наблюдаться центральная часть распределения. Таким образом, конечным эффектом, наблюдаемым на небесной сфере, будет линзовый эффект кольцевого типа.

В реальных условиях расположение источника электромагнитного излучения на луче зрения крайне редко. Исходя из этого, целесообразно поставить численные эксперименты по оценке рефракционных характеристик электромагнитного излучения в случае смещенного источника. Предположим, что источник излучения смещается вдоль угловой координаты  $\delta$  на фиксированном расстоянии от гравитирующего объекта при  $R_n = 50 cul$ . Рассмотрим особенности поведения рефракционных характеристик электромагнитного излучения при положениях источника  $\delta_n = \{0.3; 0.45; 0.75\} rad$ . Результаты численного расчета представлены на рисунке 2.3.

Из полученных результатов видно, что формирование лучевой картины в плоскости наблюдателя зависит от положения источника излучения. В окрестности верхнего «полюса»

происходит уплотнение области периферии с постепенным увеличением в размерах (см. рисунок 2.3а, б). В окрестности нижнего «полюса» возникает смещение линзовой области в центральную часть распределения с уменьшением пространственных масштабов. Для крайнего случая положения источника излучения (см. рисунок 2.3в) линзовый эффект из верхней части распределения переходит в нижнюю область лучевой картины. При этом центральный линзовый эффект сохраняется. Таким образом, за счет смещения источника излучения в картинной плоскости наблюдателя будут наблюдаться дугообразные линзовые эффекты.

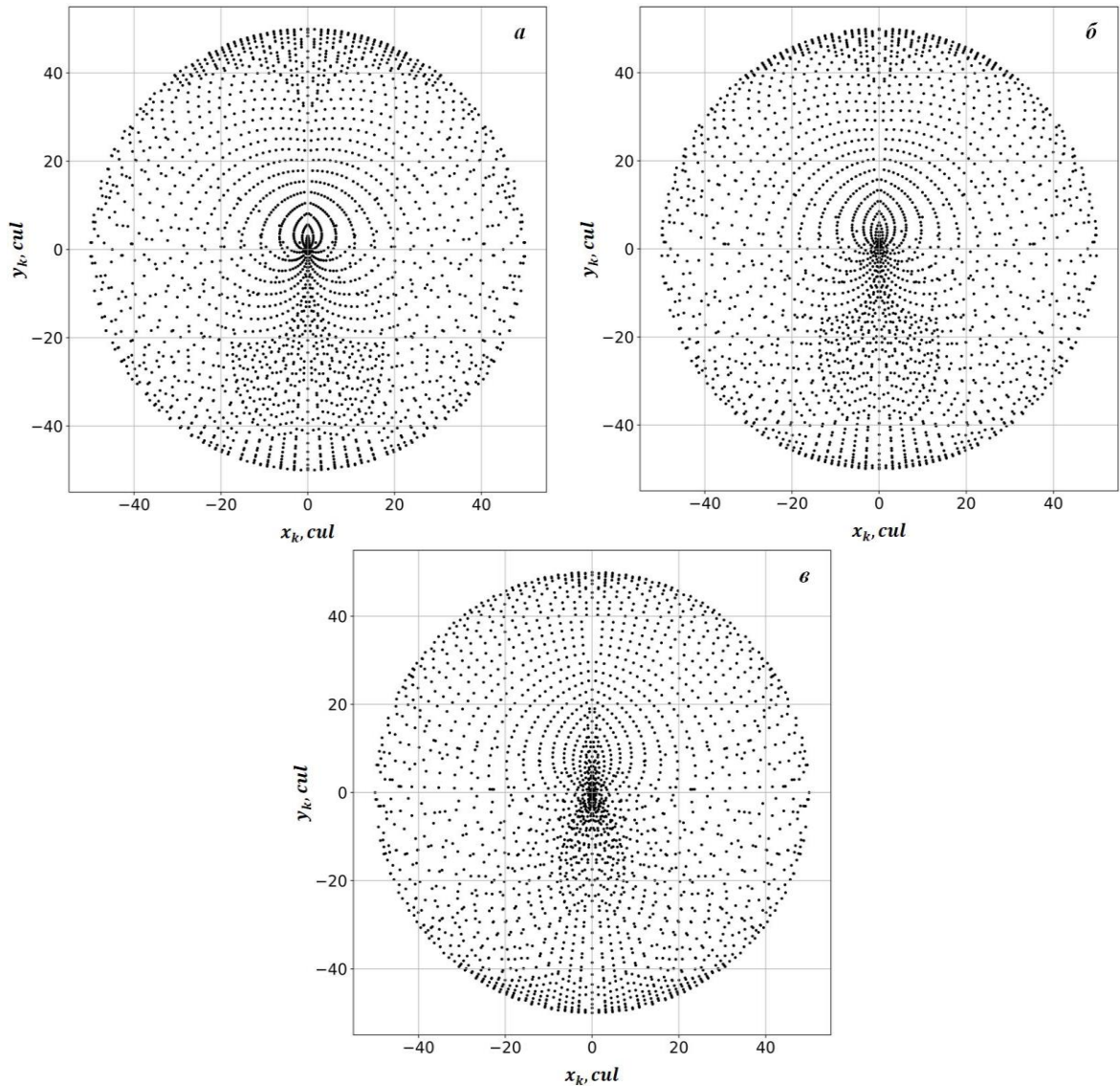


Рисунок 2.3 — Лучевая картина в плоскости наблюдателя для случая распространения электромагнитного излучения в гравитационном поле одиночного астрофизического объекта при смещенном источнике излучения по угловой координате  $\delta$  на фиксированном расстоянии  $R_n = 50 cul$ : **a** —  $\delta_n = 0.3$ ; **б** —  $\delta_n = 0.45$ ; **в** —  $\delta_n = 0.75$ .

Также следует отметить, что общим свойством всех полученных распределений точек прихода лучей в картинную плоскость является свече-подобная структура в центральной области выше плоскости луча зрения. Такой эффект возникает за счет появления источника

излучения в прямой видимости для наблюдателя, что выражается в четкой структуризации распределения точек прихода в верхней части распределения. Чем выше источник излучения над плоскостью луча зрения, тем выше степень структуризации.

Рассмотренный вариант смещения источника излучения есть частный случай и относится к формированию линзовых эффектов, когда источник излучения движется на фиксированном расстоянии относительно гравитационно-линзовой системы. Однако такие эффекты крайне редки в случае массивных объектов. Большой интерес представляют случаи, когда смещение источника излучения происходит не при фиксированном расстоянии. Предположим, что источник излучения расположен в точке с угловой координатой  $\delta_n = 0.75$ , а смещение происходит перпендикулярно к лучу зрения. Тогда значение радиальной координаты источника будет  $R_n = 71 \text{ cul}$ . Результаты численного моделирования представлены на рисунке 2.4.

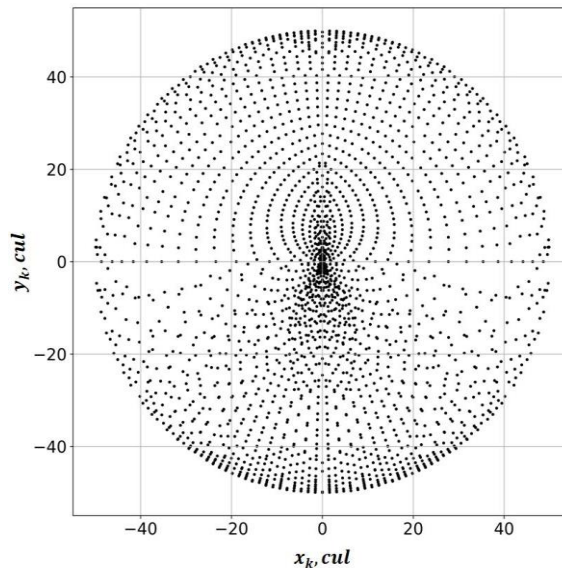


Рисунок 2.4 — Лучевая картина в плоскости наблюдателя для случая распространения электромагнитного излучения в гравитационном поле одиночного астрофизического объекта при смещенном источнике излучения  $\delta_n = 0.75$  и  $R_n = 71 \text{ cul}$ .

Из сравнения результатов расчета (см. рисунок 2.3в и 2.4) следует отметить, что верхняя часть лучевой картины в плоскости наблюдателя во втором случае (рисунок 2.4) имеет большую степень структуризации распределения. Для того же случая в центральной части распределения возникает повышение плотности в области линзового эффекта. Таким образом, лучевые структуры в картинной плоскости наблюдателя также зависят и от направления отдаления источника электромагнитного излучения.

## 2.2.2 Несимметричное поле тяготения кратной системы

Рассмотренная в предыдущем подразделе гравитационно-линзовая система, состоящая из одиночного астрофизического объекта, является простым случаем гравитирующих систем и редко встречается. Хорошо известно, что большинство астрофизических объектов входят в состав систем различной сложности. Для анализа влияния группы массивных объектов на распространение электромагнитного излучения ограничимся частными случаями систем. В качестве таких групп рассмотрим двух- и трехкомпонентные гравитационно-линзовые системы. Численный расчет будем проводить с учетом модели эффективного показателя преломления (1.2.14). Как отмечалось в подразделе 1.2.2, система координат будет связана с центром одного из гравитирующих объектов, который будет называться основным. Все лежащие вокруг него объекты — дополнительные компоненты поля тяготения. Геометрия задачи приведена на рисунке 2.5 [67, 68, 72].

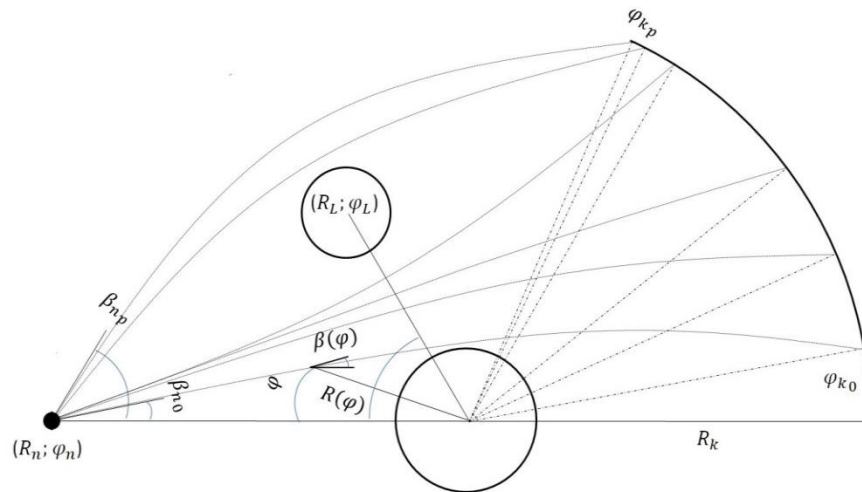


Рисунок 2.5 — Геометрия задачи. Вид сбоку.  $(R_n; \varphi_n)$  — координаты источника электромагнитного излучения относительно центра основного гравитирующего объекта;  $(R_L; \varphi_L)$  — координаты центра локализации дополнительного астрофизического объекта;  $R_k$  — расстояние до картинной плоскости наблюдателя;  $[\varphi_{k0}; \varphi_{kp}]$  — распределение конечных угловых координат лучей в плоскости наблюдателя;  $[\beta_{n0}; \beta_{np}]$  — диапазон прицельных угловых параметров.

Для численного расчета рефракционных характеристик электромагнитного излучения через поле тяготения группы массивных объектов зададим следующие начальные условия:  $R(\varphi_n) = R_n = 50 \text{ cul}$ ,  $\delta(\varphi=0) = \delta_n = 0$ ,  $\beta(\varphi=0) = \beta_n$ ,  $\alpha(\varphi=0) = \alpha_n$ , где значения углового прицельного параметра  $\alpha_n$  будут варьироваться в диапазоне  $[-0.75; 0.75]$ , а значения для  $\beta_n$  в диапазонах  $[-0.75; -0.06]$  и  $[0.06; 0.75]$ . Гравитационный радиус основного гравитирующего объекта зададим  $R_g = 1 \text{ cul}$ . Дополнительные компоненты поля тяготения опишем параметрами:

$A_1 = 0.5$ ,  $\varphi_{L1} = 0.32$ ,  $\delta_{L1} = 0.63$ ,  $R_{L1} = 13 \text{ cul}$ ,  $A_2 = 0.5$ ,  $\varphi_{L2} = 1.88$ ,  $\delta_{L2} = 1.23$ ,  $R_{L2} = 10 \text{ cul}$ ,  
 $b_{R1} = b_{R2} = 4 \text{ cul}^{-2}$ ,  $b_{\varphi 1} = b_{\delta 1} = b_{\varphi 2} = b_{\delta 2} = 1$ . Расчет будем проводить до расстояния  $R_k = 50 \text{ cul}$ .  
 Полученные лучевые картины в плоскости наблюдателя для различных конфигураций поля тяготения представлены на рисунке 2.6.

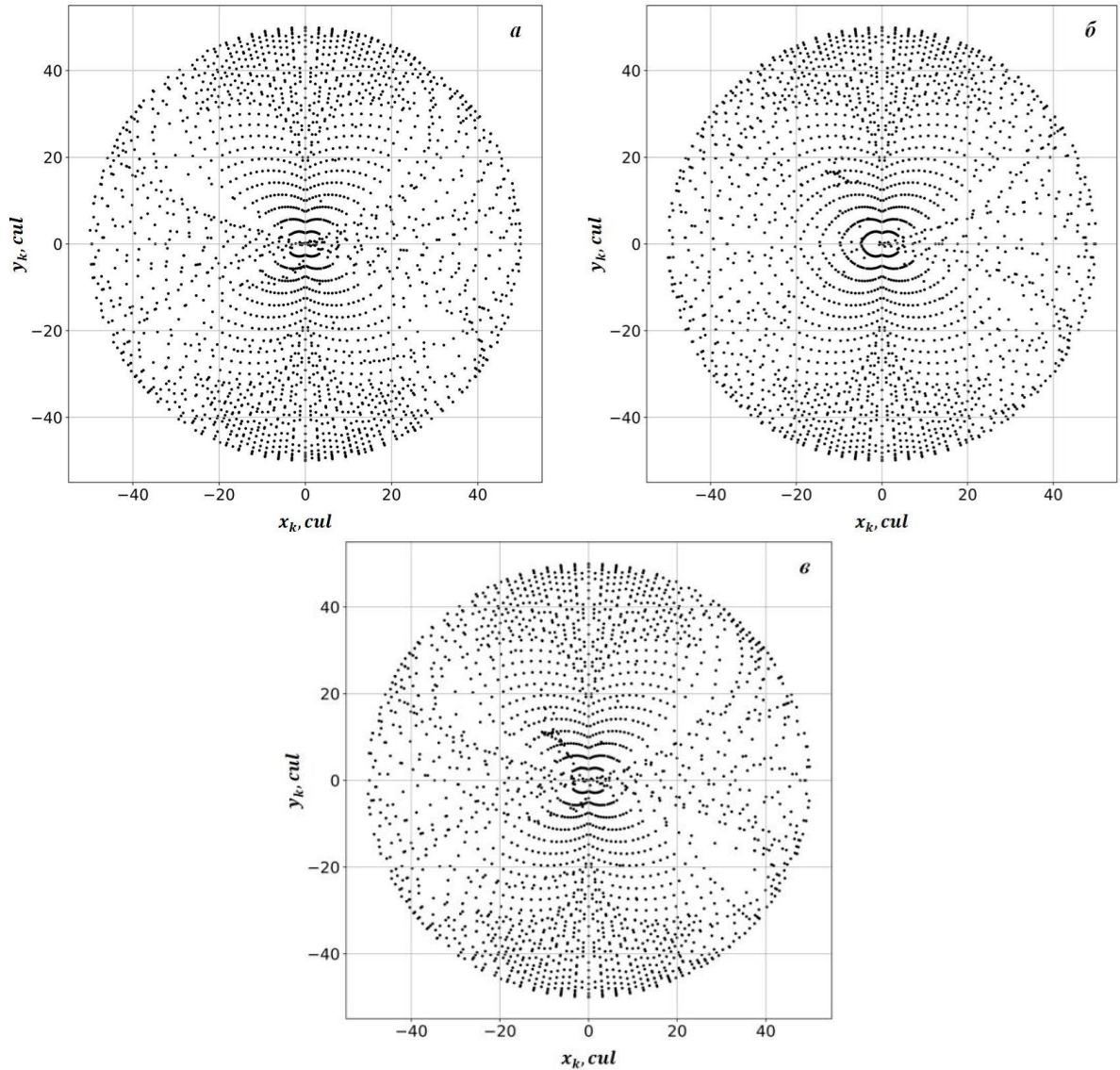


Рисунок 2.6 — Лучевая картина в плоскости наблюдателя для случая распространения электромагнитного излучения в несимметричном поле тяготения группы массивных объектов:

**a** —  $N = 2$  при  $A_2 = 0$ ; **б** —  $N = 2$  при  $A_1 = 0$ ; **в** —  $N = 2$ .

Из анализа рисунка 2.6 видно, что появление дополнительных астрофизических объектов в поле тяготения приводит к формированию уникальных распределений в картинной плоскости наблюдателя. В силу асимметрии гравитационно-линзовой системы можем заметить соответствующий эффект в полученных лучевых картинах. В частности, этот эффект явно прослеживается на рисунке 2.6б, где основной и дополнительный гравитирующие объекты находятся для наблюдателя в прямой видимости. При такой конфигурации поля тяготения

отмечается существенное изменение в правой части лучевой картины. Также в окрестности точки  $(x_k; y_k) = (-10; 17) cul$  наблюдается формирование области фокусировки, выраженное повышением плотности точек прихода лучей в картинную плоскость. Для второго случая, когда дополнительная компонента поля тяготения частично перекрывается основным объектом системы (см. рисунок 2.6a), видно, что под влияние такой конфигурации поля тяготения попадает большее количество лучей, а формируемая область фокусировки смещается в область центра. В случае трехкомпонентной гравитационно-линзовой системы (см. рисунок 2.6b) в распределении точек прихода лучей в картинную плоскость наблюдателя возникает суммарный эффект от относительно простых конфигураций поля тяготения. Это обстоятельство проявляется в искажениях распределений вблизи плоскости луча зрения, т.е. вблизи  $y_k = 0 cul$ , а также в формировании более вытянутой области фокусировки в диапазонах  $x_k \in [-10; 0] cul$  и  $y_k \in [0; 15] cul$ . Следует отметить, что сложность системы выражается в заметных искажениях лучевой структуры в плоскости наблюдателя. Такое влияние несимметричного поля тяготения может привести к усложнению суммарного линзового эффекта.

### 2.2.3 Несимметричное поле тяготения системы «экзопланета-звезда»

Другим случаем несимметричного поля тяготения является звезда с планетарной системой. Рассмотрим гравитационно-линзовую систему, состоящую из одной экзопланеты и родительской звезды. Геометрия задачи аналогична ранее представленной схеме (см. рисунок 2.5). Предположим, что экзопланета относится к типу горячих Юпитеров [18]. Заметим, что даже в случае экзопланет, подобных Юпитеру, линзовый эффект достаточно слаб и проявляется в очень узком диапазоне прицельных угловых параметров.

Рассмотрим упрощенную задачу распространения электромагнитного излучения через несимметричное поле тяготения (при  $\alpha = \alpha_n \sim 0$ ). Для численного расчета воспользуемся системой (1.1.18). Результаты будем представлять в виде распределений значений фактора фокусировки в зависимости от углового прицельного параметра. Для определения фактора фокусировки, описываемого зависимостью (1.1.21), необходимо проводить совместный численный расчет системы (1.1.18) с системой (1.1.19). Обнаружение линзового эффекта будет выражаться в виде существенного увеличения значения фактора фокусировки. Важно отметить, что в рамках этого подраздела существенный рост значения фактора фокусировки выступает в роли индикатора наличия линзового эффекта.

Для численного расчета зададим следующие начальные условия:  $R(\varphi_n) = R_n = 50 cul$ ,  $\beta(\varphi = 0) = \beta_n \in [-0.16; -0.08] rad$ ,  $\dot{R}(\varphi = 0) = 0$ ,  $\dot{\beta}(\varphi = 0) = 1$ . Радиус Шварцшильда звезды

$R_g = 1 \text{ cul}$ . Экзопланету опишем параметрами:  $A = 0.5$ ,  $R_L = 5 \text{ cul}$ ,  $b_R = 43 \cdot 10^2 \text{ cul}^{-2}$ ,  $b_\varphi = 43 \cdot 10^4$ .

Рассмотрим влияние несимметричного поля тяготения различной конфигурации на рефракционные характеристики электромагнитного излучения. Под конфигурацией здесь понимается различное положение экзопланеты на орбите вокруг звезды. Для численного эксперимента рассмотрим значения угловой координаты  $\varphi_L$  в диапазоне  $[0.5; 3.0] \text{ rad}$ . Результаты представлены на рисунке 2.7 [70].

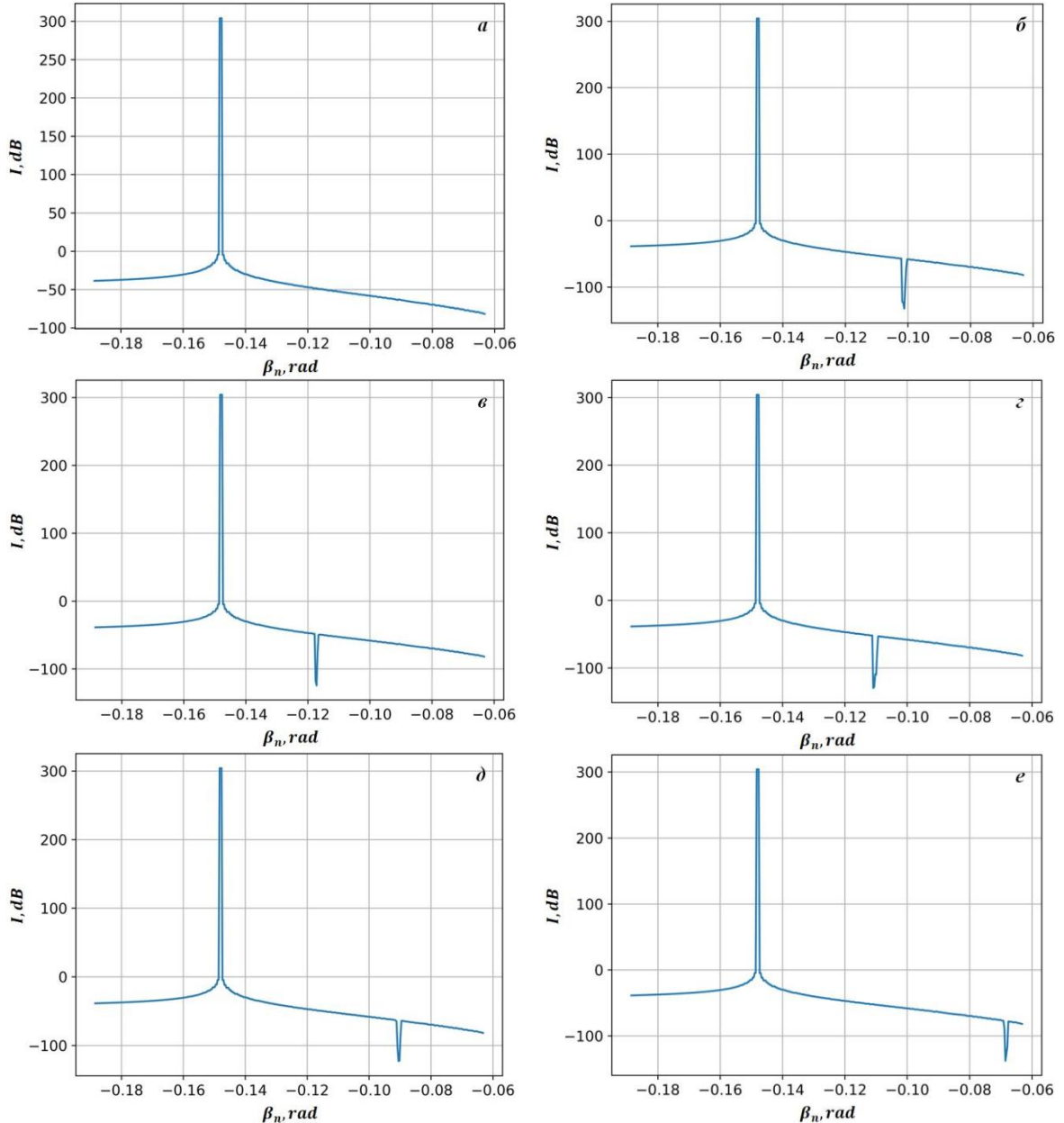


Рисунок 2.7 — Зависимость фактора фокусировки потока электромагнитного излучения от углового прицельного параметра при различных положениях экзопланеты на орбите  $\varphi_L$ :

$a$  —  $0.5 \text{ rad}$ ;  $b$  —  $1.0 \text{ rad}$ ;  $c$  —  $1.5 \text{ rad}$ ;  $d$  —  $2.5 \text{ rad}$ ;  $e$  —  $3.0 \text{ rad}$ .

Из анализа рисунка 2.7 видно, что для всех конфигураций поля тяготения в сформированных распределениях присутствует идентичный «пик», расположенный в

окрестности значения  $\beta_n = -0.15 \text{ rad}$ . Такое существенное увеличение значения фактора фокусировки можно проинтерпретировать, как линзовый эффект, формируемый под влиянием гравитационного поля звезды. Заметим, что до указанного значения  $\beta_n$  фактор фокусировки почти не изменяется, что указывает о прохождении луча на периферии поля тяготения, где влияние основного гравитирующего объекта достаточно слабо. В правой части распределений (после  $\beta_n = -0.15 \text{ rad}$ ) возникает постепенное увеличение абсолютного значения фактора фокусировки, вызванное усилением влияния астрофизического объекта на прохождение электромагнитного излучения через поле тяготения.

Следует отметить, что в сформированных распределениях при некоторых положениях экзопланеты на орбите (см. рисунок 2.7б–е) возникает дополнительный «пик», связанный непосредственно с эффектами линзирования электромагнитного излучения при распространении вблизи экзопланеты. Также из результатов расчета видно, что возникает зависимость положения диапазона прицельных угловых параметров, где проявляется эффект поля тяготения от экзопланеты, от положения самой экзопланеты на орбите вокруг звезды. Помимо смещения диапазона прицельных угловых параметров, возникает изменение ширины второго «пика». Этот эффект можно интерпретировать различным вкладом поля тяготения звезды в линзовый эффект. Например, в случае самого отдаленного положения экзопланеты относительно лимба звезды (см. рисунок 2.7в) узкий «пик» возникает за счет малого влияния звезды на распространение вблизи дополнительной компоненты поля тяготения.

Заметим, что значения фактора фокусировки в окрестности второго «пика», в отличие от первого линзового эффекта, отрицательны. Это обстоятельство соответствует дефокусировке электромагнитного излучения при распространении вблизи экзопланеты. Таким образом, экзопланета приводит к дополнительной рефракции излучения. Как известно, эффект микролинзирования, образованный посредством поля тяготения экзопланеты, активно используется для обнаружения у звезды планетарной системы. Таким образом, целесообразно выполнить численный расчет рефракционных характеристик электромагнитного излучения в соответствующих диапазонах прицельных угловых параметров с меньшим шагом. Заметим, что из рассмотрения будет убран крайний случай положения экзопланеты на орбите вокруг звезды (рисунок 2.7е). При таком расположении экзопланеты ее можно регистрировать при прохождении вдоль наблюдаемого диска звезды. Результаты расчетов представлены на рисунке 2.8.

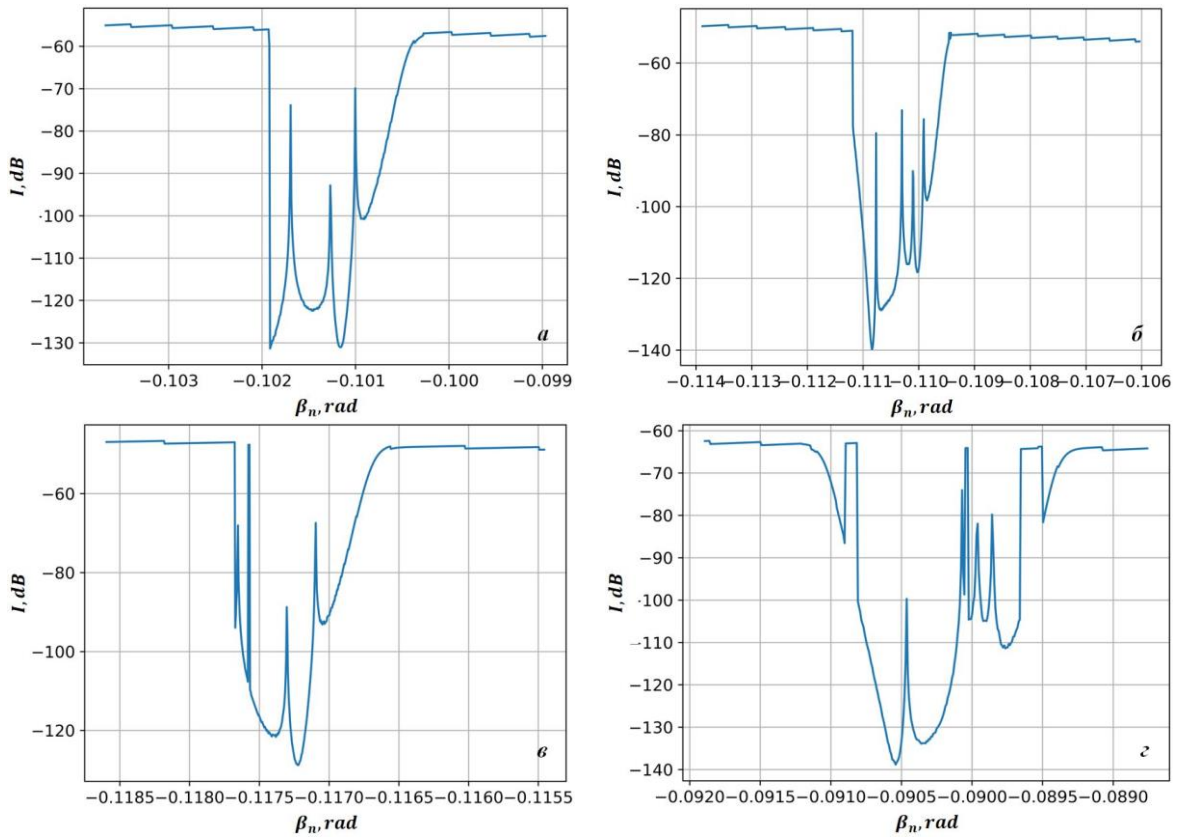


Рисунок 2.8 — Зависимость фактора фокусировки от углового прицельного параметра  $\beta_n$  в окрестности второго «пика» при различных положениях экзопланеты на орбите  $\varphi_L$ :

*a* —  $1.0 \text{ rad}$ ; *б* —  $1.5 \text{ rad}$ ; *в* —  $2.0 \text{ rad}$ ; *г* —  $2.5 \text{ rad}$ .

Следует отметить, что в полученных распределениях фактора фокусировки в соответствующих диапазонах прицельного углового параметра возникает тонкая структура. В каждой полученной зависимости наблюдаются экстремумы, связанные с линзированием излучения под влиянием поля тяготения экзопланеты. Заметим, что количество экстремумов больше двух. Такой эффект возникает за счет нескольких вариантов прохождения излучения вблизи экзопланеты. Классические два пути распространения связаны с прохождением излучения с обеих сторон экзопланеты, т.е. по внешней стороне системы и в ее центральной части. Другие случаи экстремумов связаны с вкладом в изменения рефракционных характеристик от влияния звезды. Могут возникнуть два дополнительных варианта распространения излучения вблизи экзопланеты. Следует отметить, что очередность соответствующих экстремумов для каждого пути распространения напрямую зависит от положения экзопланеты на орбите вокруг родительской звезды. Данное обстоятельство проявляется в особенностях формирования переднего и заднего «фронтов» наблюдаемого «пика». В первых двух зависимостях (рисунок 2.8*a, б*) для такого типа переднего «фронта» характерно основополагающее влияние экзопланеты на изменения рефракционных характеристик электромагнитного излучения. Данный вывод связан с резким увеличением значений фактора фокусировки, что соответствует появлению на пути распространения луча

малого объекта. В последующих двух распределениях (рисунок 2.8в, г) передний «фронт» имеет относительно плавный характер, что соответствует распространению электромагнитного излучения сначала вблизи звезды. Те же самые выводы можно сделать при анализе заднего «фронта» сформированных распределений фактора фокусировки. Отметим, что случай существенного влияния экзопланеты на формирования заднего «фронта» представлен на рисунке 2.8б.

### 2.3 Моделирование влияния окружающей хаотической плазмы и гравитационного шума на распространение электромагнитного излучения в поле тяготения

В предыдущем разделе поставлены численные эксперименты по оценке влияния полей тяготения различных конфигураций на рефракционные характеристики электромагнитного излучения. Однако гравитационно-линзовые системы погружены в космическую среду, где присутствуют случайные плазменные и гравитационные неоднородности. Такие хаотические возмущения, попадающие на пути распространения электромагнитного излучения, вносят дополнительный вклад в рефракционные характеристики луча. Тем самым формируемые лучевые картины в плоскости наблюдателя в присутствии линзового эффекта могут замываться и наблюдаться не во всех диапазонах длин волн. Именно анализу влияния плазменных и гравитационных неоднородностей на эффект замывания линзовой картины посвящен данный раздел.

#### 2.3.1 Дифференциальные уравнения для расчета статистического замывания гравитационной фокусировки

Вначале получим основные математические выражения, которые позволят оценить эффект замывания лучевой картины в плоскости наблюдателя под влиянием случайных неоднородностей в космической среде [67, 68, 72–74, 76, 77]. Ограничиваясь первым порядком малости, можем воспользоваться приближением  $n_0 \approx 1$ . Тогда в силу выражений (1.1.33) из системы (1.1.15) получим порождающую систему:

$$\begin{aligned} \frac{dR_0}{d\varphi} &= R_0 \operatorname{ctg} \beta_0, & \frac{d\beta_0}{d\varphi} &= -(1 + \sin^2 \beta_0 \operatorname{tg}^2 \alpha_0); \\ \frac{d\delta_0}{d\varphi} &= \operatorname{tg} \alpha_0, & \frac{d\alpha_0}{d\varphi} &= 0, \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

— а также систему для расчета флуктуаций рефракционных характеристик электромагнитного излучения:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{R}_1}{d\varphi} &= \tilde{R}_1 \operatorname{ctg} \beta_0 - \frac{R_0 \tilde{\beta}_1}{\sin^2 \beta_0}, & \frac{d\tilde{\beta}_1}{d\varphi} &= (1 + \sin^2 \beta_0 \operatorname{tg}^2 \alpha_0) \left( \frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta_0 - R_0 \frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial R} \right); \\ \frac{d\tilde{\delta}_1}{d\varphi} &= \frac{\tilde{\alpha}_1}{\cos^2 \alpha_0}, & \frac{d\tilde{\alpha}_1}{d\varphi} &= (1 + \cos^2 \alpha_0 \operatorname{cot}^2 \beta_0) \left( \frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial \delta} - \frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial \varphi} \operatorname{tg} \alpha_0 \right), \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

Заметим, что параметры с индексом «0» соответствуют детерминированным изменениям рефракционных характеристик луча, а параметры с индексом «1» описывают флуктуации координат и углов рефракции луча в присутствии случайных неоднородностей в космической среде.

Воспользуемся третьим и четвертым уравнениями из системы (2.3.2) и сведем их к дифференциальному уравнению второго порядка:

$$\frac{d^2 \tilde{\delta}_1}{d\varphi^2} = P(\varphi) \left( \frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial \delta} - \frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial \varphi} \operatorname{tg} \alpha_0 \right). \quad (2.3.3)$$

Интегрируя уравнение (2.3.3), получим следующее выражение:

$$\tilde{\delta}_1 = \int_0^\varphi P(\varphi') (\varphi - \varphi') \left( \frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial \delta'} - \frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial \varphi'} \operatorname{tg} \alpha_0 \right) d\varphi' = \int_0^\varphi H(\varphi') d\varphi', \quad (2.3.4)$$

где  $P(\varphi) = (\cos^{-2} \alpha_0 + \operatorname{ctg}^2 \beta_0)$ . Выражение (2.3.4) сведем ко второму статистическому моменту:

$$\sigma_\delta^2 = \langle \int_0^\varphi \int_0^\varphi H(\varphi') H(\varphi'') d\varphi' d\varphi'' \rangle, \quad (2.3.5)$$

где  $\langle \dots \rangle$  — усреднение по ансамблю неоднородностей.

Предположим, что функция корреляции случайных неоднородностей космической среды описывается гауссовым законом:

$$\psi = \mu \exp \left[ - \left( \frac{\varphi' - \varphi''}{u_\varphi} \right)^2 - \left( \frac{R'(\varphi') - R''(\varphi'')}{u_R} \right)^2 - \left( \frac{\delta'(\varphi') - \delta''(\varphi'')}{u_\delta} \right)^2 \right], \quad (2.3.6)$$

где  $\mu, u_R, u_\varphi, u_\delta$  — интенсивность возмущения и пространственные радиусы корреляции неоднородностей. Подставляя зависимость (2.3.6) в уравнение (2.3.5), получим:

$$\sigma_\delta^2 = \int_0^\varphi \int_0^\varphi \psi P(\varphi') P(\varphi'') (\varphi - \varphi') (\varphi - \varphi'') (Y_1 + Y_2 + Y_3) d\varphi' d\varphi'', \quad (2.3.7)$$

$$\text{где } Y_1 = \frac{2}{u_\delta^2} - \frac{4(\delta' - \delta'')^2}{u_\delta^4}; \quad Y_2 = \frac{8(\delta' - \delta'')(\varphi' - \varphi'')}{u_\delta^2 u_\varphi^2} \operatorname{tg} \alpha_0; \quad Y_3 = \left( \frac{2}{u_\varphi^2} - \frac{4(\varphi' - \varphi'')^2}{u_\varphi^4} \right) \operatorname{tg}^2 \alpha_0.$$

Переходя к суммарно-разностным переменным  $\varphi_0 = (\varphi' + \varphi'')/2$  и  $\xi = \varphi' - \varphi''$ , проведем преобразование выражений (2.3.6) и (2.3.7) к виду:

$$\sigma_\delta^2 = \int_0^\varphi \int_{-\infty}^{+\infty} \psi P^2(\varphi_0) \left( (\varphi - \varphi_0)^2 - \frac{\xi^2}{4} \right) (D - 2K\xi^2) d\xi d\varphi_0; \quad (2.3.8)$$

$$\psi = \mu \exp[-\xi^2 Q], \quad (2.3.9)$$

где  $Q = \frac{1}{u_\varphi^2} + \frac{1}{u_\delta^2} \operatorname{tg}^2 \alpha_0 + \frac{R_0^2}{u_R^2} \operatorname{ctg}^2 \beta_0$ ;  $D = \frac{1}{u_\delta^2} + \frac{1}{u_\varphi^2} \operatorname{tg}^2 \alpha_0$ ;  $K = \left( \frac{1}{u_\varphi^2} - \frac{1}{u_\delta^2} \right) \operatorname{tg}^2 \alpha_0$ .

Интегрируя выражение (2.3.8) с учетом (2.3.9), получим систему дифференциальных уравнений для расчета дисперсии боковых отклонений луча в картинной плоскости наблюдателя:

$$\frac{d\sigma_\delta^2}{d\varphi} = \frac{\mu}{4} \sqrt{\frac{\pi}{Q}} \left( \frac{DP^2}{Q} + 16 \left( D - \frac{K}{Q} \right) (\varphi J_1 - J_2) \right), \quad \frac{dJ_1}{d\varphi} = P^2, \quad \frac{dJ_2}{d\varphi} = \varphi P^2. \quad (2.3.10)$$

Таким образом, система (2.3.10) при совместном решении с системой (1.1.15) при  $\tilde{n} = n_0$  позволяет оценить условия замыкания лучевой картины в плоскости наблюдателя при прохождении электромагнитного излучения через поле тяготения в присутствии случайных неоднородностей в космической среде. Заметим, что такие неоднородности могут быть локализованы. Тогда для описания «облака» случайных неоднородностей параметр  $\mu$  опишем зависимостью [73, 76, 77]:

$$\mu = \mu_0 \exp \left[ - \left( \frac{\varphi - \varphi_L^p}{m_\varphi} \right)^2 - \left( \frac{R - R_L^p}{m_R} \right)^2 - \left( \frac{\delta - \delta_L^p}{m_\delta} \right)^2 \right], \quad (2.3.11)$$

где  $R_L^p, \varphi_L^p, \delta_L^p, m_R, m_\varphi, m_\delta$  — радиальная и угловые координаты центра локализации и пространственные масштабы «облака» случайных неоднородностей;  $\mu_0$  — интенсивность возмущения. Чтобы отличать координаты центра локализации детерминированных астрофизических объектов в модели эффективного показателя преломления (1.2.14), в формуле (2.3.11) введен верхний индекс « $p$ ».

### 2.3.2 Влияние плазменных хаотических неоднородностей

Хорошо известно, что гравитационный линзовый эффект не зависит от частоты электромагнитного излучения. Однако с учетом окружающей космической плазмы такая зависимость возникает. В силу закона Хаббла источник электромагнитного излучения и гравитационно-линзовая система отдаляются от наблюдателя, что приводит к смещению истинного спектра источника излучения в область радиоволн. Именно в случае радиоизлучения учет наличия на пути распространения случайных неоднородностей космической плазмы очень важен для повышения точности интерпретации наблюдаемых линзовых эффектов.

Выполним численно-аналитическое моделирование замыкания линзового эффекта при распространении электромагнитного излучения в поле тяготения с учетом случайных неоднородностей космической плазмы. Предположим, что плазменные неоднородности

распределены во всей космической среде, т.е. расчет будем проводить при  $m_R, m_\varphi, m_\delta \rightarrow \infty$ .

Параметр  $\mu_0$  опишем следующей зависимостью:

$$\mu_0 = \mu'_0 \left( \frac{f_{pl}}{f} \right)^2, \quad (2.3.12)$$

где  $\mu'_0$  — параметр, характеризующий относительное возмущение электронной концентрации неоднородностей космической плазмы. Воспользуемся теми же начальными условиями и параметрами, что и в задаче о прохождении электромагнитного излучения через несимметричное поле тяготения трехкомпонентной группы астрофизических объектов (подраздел 2.2.2, рисунок 2.6в). Зависимость (2.3.12) опишем следующими значениями параметров:  $\mu'_0 = 10^{-2}$ ,  $f_{pl} = 12 \text{ МГц}$ ,  $f = \{6; 15\} \text{ ГГц}$ . Рассмотрим особенности замывания лучевой картины в плоскости наблюдателя при наличии различных случайных неоднородностей космической плазмы: хаотические плазменные неоднородности ( $u_\varphi = 10^{-3}$ ,  $u_\delta = 10^{-3}$ ,  $u_R = 10^{-3} \text{ cul}$ ) и крупные плазменные образования ( $u_\varphi = 10^{-1}$ ,  $u_\delta = 10^{-1}$ ,  $u_R = 10^{-1} \text{ cul}$ ). Значения среднеквадратичных отклонений (СКО)  $\sigma_x, \sigma_y$  будут вычисляться с применением значения СКО  $\sigma_\delta$  посредством соотношений:  $\sigma_x = \sigma_\delta R_k \cos \varphi_k \sin \delta_k$  и  $\sigma_y = \sigma_\delta R_k \sin \varphi_k \sin \delta_k$ . Результаты расчетов представлены на рисунках 2.9 и 2.10, соответственно [67, 68, 72, 74]. Заметим, что вертикальные и горизонтальные линии показывают СКО боковых отклонений лучей в картинной плоскости наблюдателя, вызванные случайными неоднородностями космической плазмы.

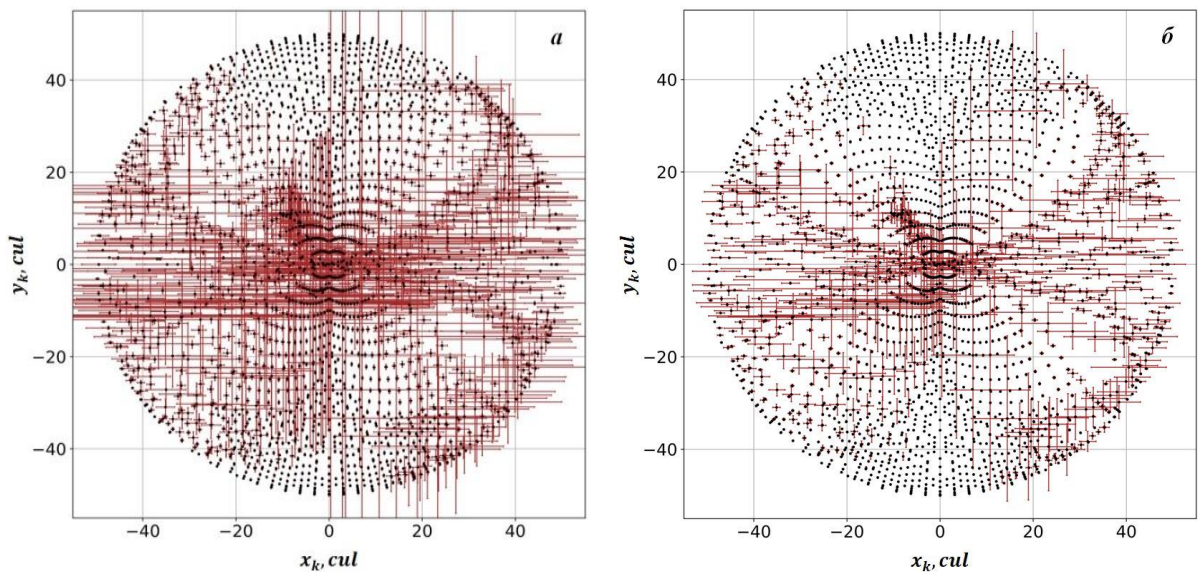


Рисунок 2.9 — Статистическое замывание лучевой картины в плоскости наблюдателя для трехкомпонентной гравитационно-линзовой системы в присутствии хаотических плазменных неоднородностей при различных частотах радиоизлучения: **a** —  $f = 6 \text{ ГГц}$ , **б** —  $f = 15 \text{ ГГц}$ .

Из анализа рисунка 2.9 видно, что в случае рабочей частоты  $6 \Gamma\text{ц}$  возникает существенное замывание лучевой картины в плоскости наблюдателя (см. рисунок 2.9а), вызванное присутствием случайных плазменных неоднородностей. В этом же случае область фокусировки в окрестности точки  $(x_k; y_k) = (-10; 10) \text{cul}$  центральной части распределения будет полностью размыта. Таким образом, при наличии подобного типа неоднородностей космической плазмы происходит существенное замывание линзовых эффектов в центральных областях лучевой картины в случае длинноволновых диапазонов радиоизлучения, начиная с дециметрового. В случае рабочей частоты  $f = 15 \Gamma\text{ц}$  (см. рисунок 2.9б) эффект замывания имеет меньшую степень, хотя формируемая область фокусировки будет иметь довольно нечеткие очертания.

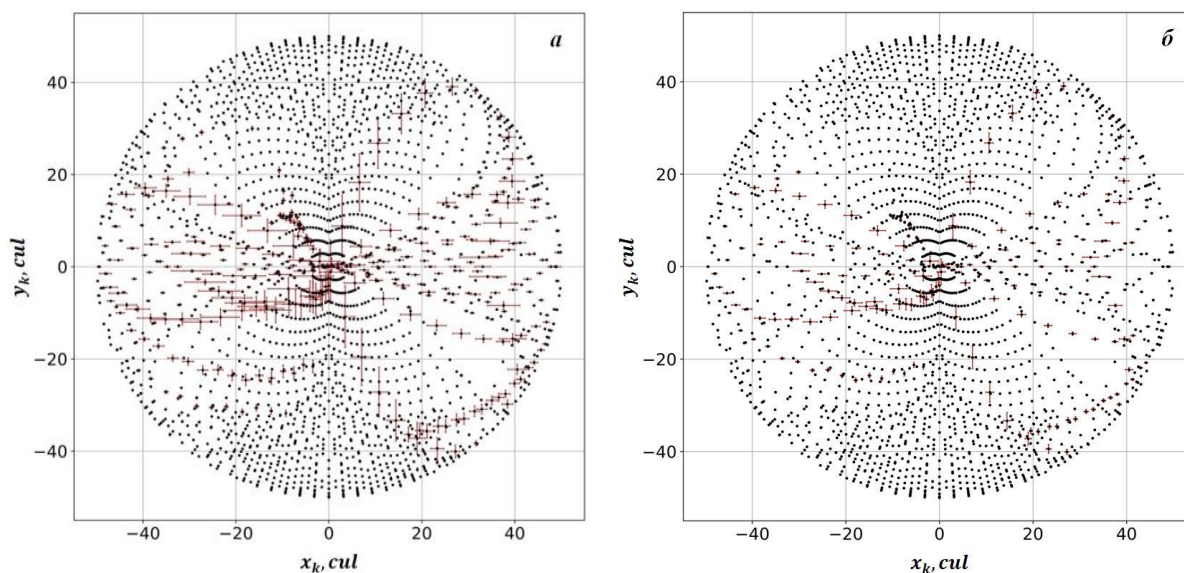


Рисунок 2.10 — Статистическое замывание лучевой картины в плоскости наблюдателя для трехкомпонентной гравитационно-линзовой системы в присутствии крупных плазменных образований при различных частотах радиоизлучения: **а** —  $f = 6 \Gamma\text{ц}$ , **б** —  $f = 15 \Gamma\text{ц}$ .

При наличии на пути распространения радиоизлучения крупных плазменных образований (см. рисунок 2.10) боковые отклонения лучей в картинной плоскости наблюдателя по сравнению с предыдущим случаем значительно меньше. Таким образом, лучевая картина в плоскости наблюдателя частично подвергается эффекту замывания. В частности, это касается области фокусировки в центральной части лучевой картины. Даже в случае рабочей частоты  $f = 6 \Gamma\text{ц}$  область фокусировки сохранит свои очертания, в отличие от случая на рисунке 2.9б. Важно отметить, что линзовый эффект при таком типе неоднородностей космической плазмы сохраняется до рабочей частоты  $f = 300 \text{МГц}$  (см. рисунок 2.11а). В этом случае будет наблюдаться линзовая область с нечеткими очертаниями. Для случая рабочей частоты  $f = 120 \text{МГц}$  (см. рисунок 2.11б) линзовый эффект замывается полностью. Таким образом,

метровый диапазон можно условно считать низкочастотной границей длин волн, когда еще возможно наблюдение линзовых эффектов.

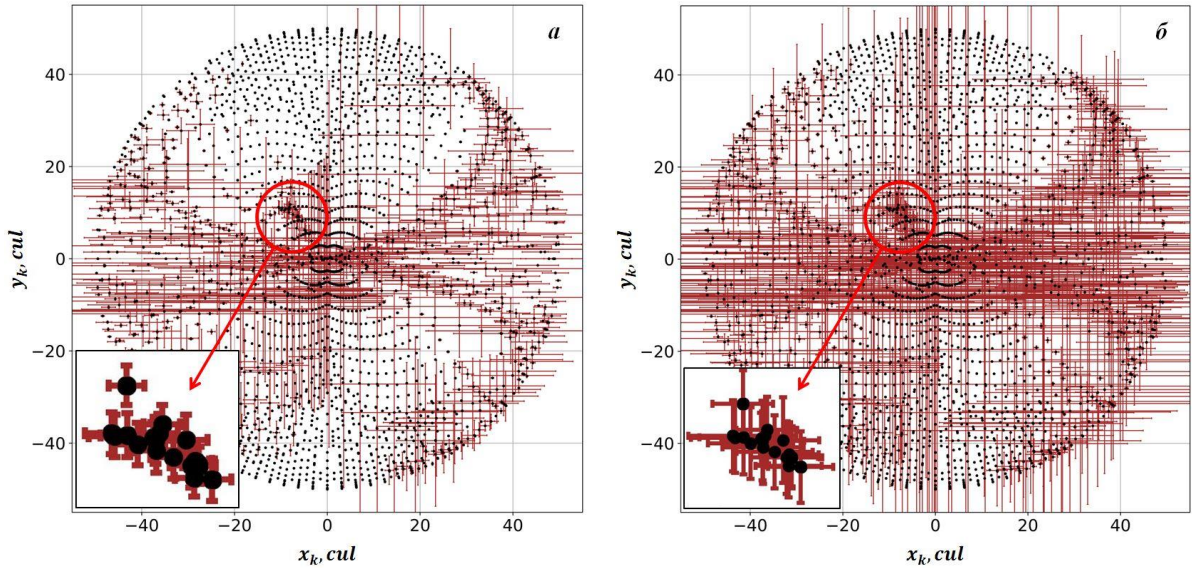


Рисунок 2.11 — Статистическое замывание лучевой картины в плоскости наблюдателя для трехкомпонентной гравитационно-линзовой системы в присутствии крупных плазменных образований при различных частотах радиоизлучения: **a** —  $f = 300$  МГц, **б** —  $f = 120$  МГц.

### 2.3.3 Эффект гравитационного шума

Рассмотрим влияние локализованных случайных неоднородностей поля тяготения на замывание лучевой картины в плоскости наблюдателя. В рамках работы для такого «облака» неоднородностей будем использовать термин «гравитационный шум». Гравитационный шум соответствует случайному распределению массы на пути распространения луча, которое можно описать только с помощью статистики. Геометрия задачи изображена на рисунке 2.12. В рамках раздела рассмотрим несколько вариантов локализации гравитационно-шумового «облака» [73, 76, 77].

Вначале рассмотрим прохождение электромагнитного излучения через поле тяготения одиночного астрофизического объекта при наличии на луче зрения между источником и объектом-линзой локализованного гравитационного шума. Проанализируем особенности влияния гравитационно-шумового «облака», расположенного на различных расстояниях от объекта-линзы, на формирование лучевой структуры в картинной плоскости наблюдателя. Для численно-аналитического расчета воспользуемся теми же начальными условиями и параметрами, что и при решении предыдущих задач по прохождению электромагнитного излучения через поле тяготения. Локализованное гравитационно-шумовое «облако» опишем параметрами:  $\mu_0 = 10^{-5}$ ,  $m_R = 10$  cul,  $m_\delta = m_\phi = 2.1$ ,  $R_L^p \in [0; 50]$  cul,  $\delta_L^p = \phi_L^p = 0$ . Для системы

уравнений (2.3.10) зададим следующие значения пространственных корреляционных радиусов:  $u_R = 0.1 \text{ cul}$ ,  $u_\delta = u_\varphi = 0.1$ . Результаты моделирования рефракционных характеристик электромагнитного излучения при распространении в гравитационном поле одиночного астрофизического объекта в присутствии гравитационно-шумового «облака» представлены на рисунке 2.13.

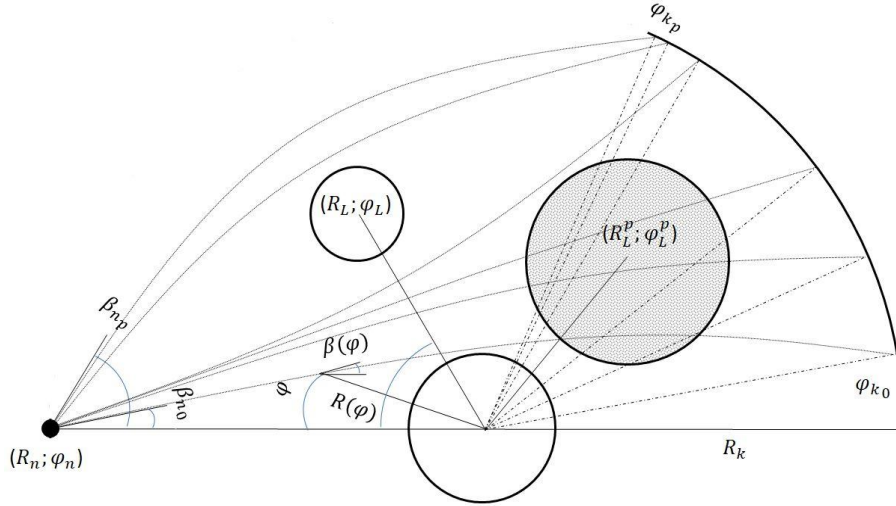


Рисунок 2.12 — Геометрия задачи. Вид сбоку.  $(R_n; \varphi_n)$  — координаты источника электромагнитного излучения относительно центра основного гравитационного объекта;  $(R_L; \varphi_L)$  — координаты центра локализации дополнительного астрофизического объекта;  $R_k$  — расстояние до картинной плоскости наблюдателя;  $(R_L^p; \varphi_L^p)$  — положение локализованного гравитационного шума;  $[\varphi_{k0}; \varphi_{kp}]$  — распределение конечных угловых координат лучей в плоскости наблюдателя;  $[\beta_{n0}; \beta_{np}]$  — диапазон прицельных угловых параметров.

Из полученных результатов видно, что при сближении гравитационно-шумового «облака» с объектом-линзой (при  $R_L^p \rightarrow 0 \text{ cul}$ ) его влияние возрастает. Как видно из рисунка 2.13, под большее влияние попадают центральные области лучевой картины в плоскости наблюдателя. Также можно обнаружить, что имеется зависимость величины боковых отклонений луча на картинной плоскости от области распространения в гравитационном шуме и влияния поля тяготения астрофизического объекта. Чем больше путь луча в гравитационно-шумовом «облаке» и в поле тяготения одиночного объекта, тем сильнее будут боковые отклонения луча в картинной плоскости наблюдателя. Также следует отметить, что в зависимости от формы гравитационно-шумового «облака», интенсивности возмущения и других параметров, связанных с объектом-линзой, в лучевой картине может формироваться несколько наблюдаемых областей. В представленных результатах в случае «облака» цилиндрической формы четко прослеживается сепарация распределения точек прихода лучей в картинной плоскости на две наблюдаемые области.

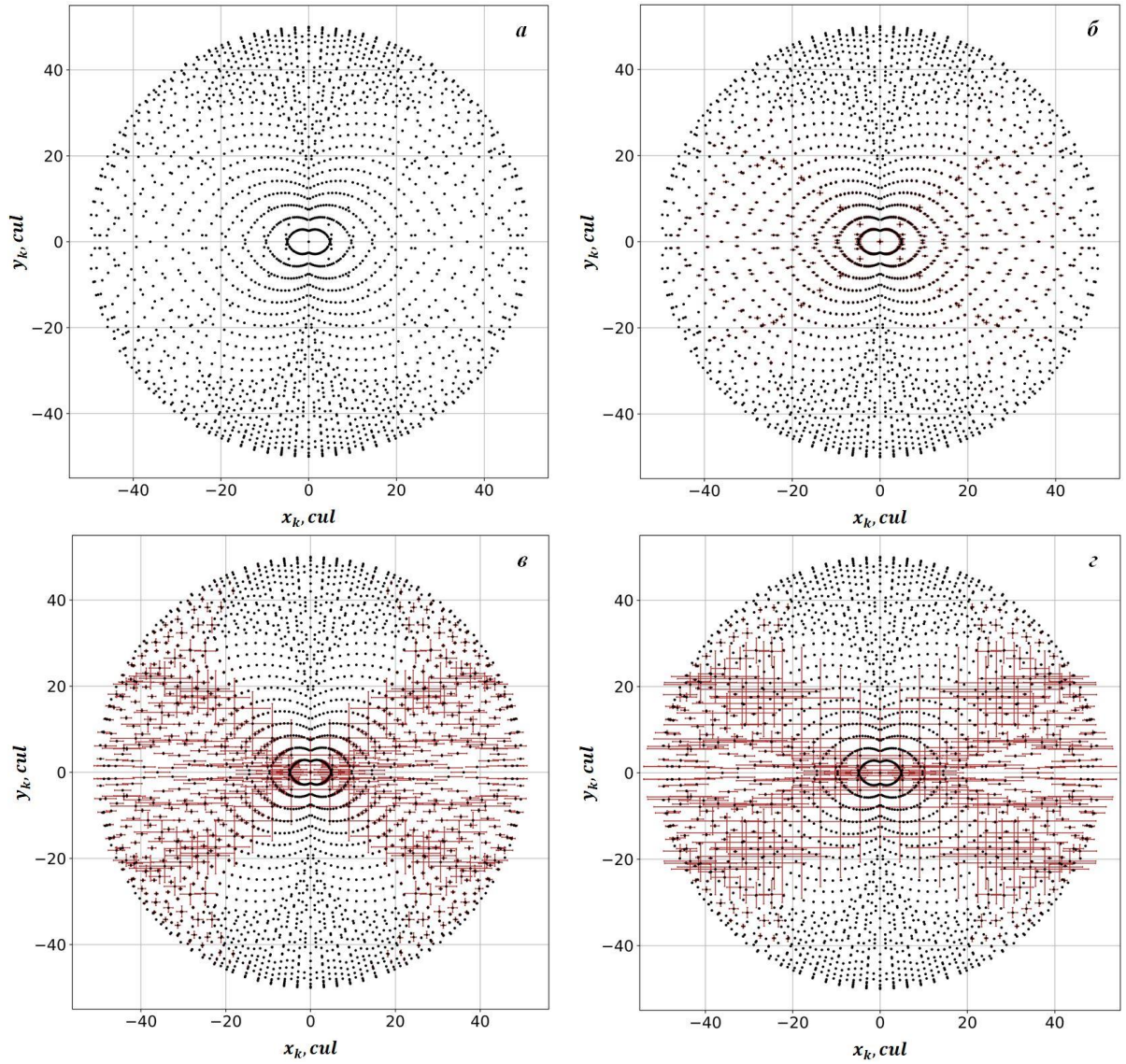


Рисунок 2.13 — Лучевая картина в плоскости наблюдателя при распространении электромагнитного излучения в поле тяготения одиночного объекта при различной локализации гравитационного шума на оси зрения:

$$\mathbf{a} — R_L^p = 50 \text{ cul} ; \mathbf{б} — R_L^p = 30 \text{ cul} ; \mathbf{в} — R_L^p = 15 \text{ cul} ; \mathbf{г} — R_L^p = 0 \text{ cul} .$$

Рассмотрим другой возможный случай. Предположим, что электромагнитное излучение проходит через несимметричное поле тяготения, формируемое двумя массивными объектами. При этом дополнительный астрофизический объект погружен в гравитационно-шумовое «облако». Опишем зашумленный астрофизический объект и «облако» неоднородностей поля тяготения параметрами:  $A = 0.5$ ,  $R_L = R_L^p = 15 \text{ cul}$ ,  $\delta_L = \delta_L^p = 0$ ,  $b_R = 25 \text{ cul}^{-2}$ ,  $b_\delta = b_\varphi = 4.3$ ,  $\mu_0 = 10^{-4}$ ,  $m_R = 4 \text{ cul}$ ,  $m_\delta = m_\varphi = 0.64$ . Проведем анализ особенностей замыкания формируемой лучевой картины в плоскости наблюдателя при различных конфигурациях несимметричного поля тяготения. Зададим несколько значений положения зашумленного гравитирующего объекта:  $\varphi_L = \varphi_L^p \in [0.75; 2.25]$ . Результаты расчетов представлены на рисунке 2.14.

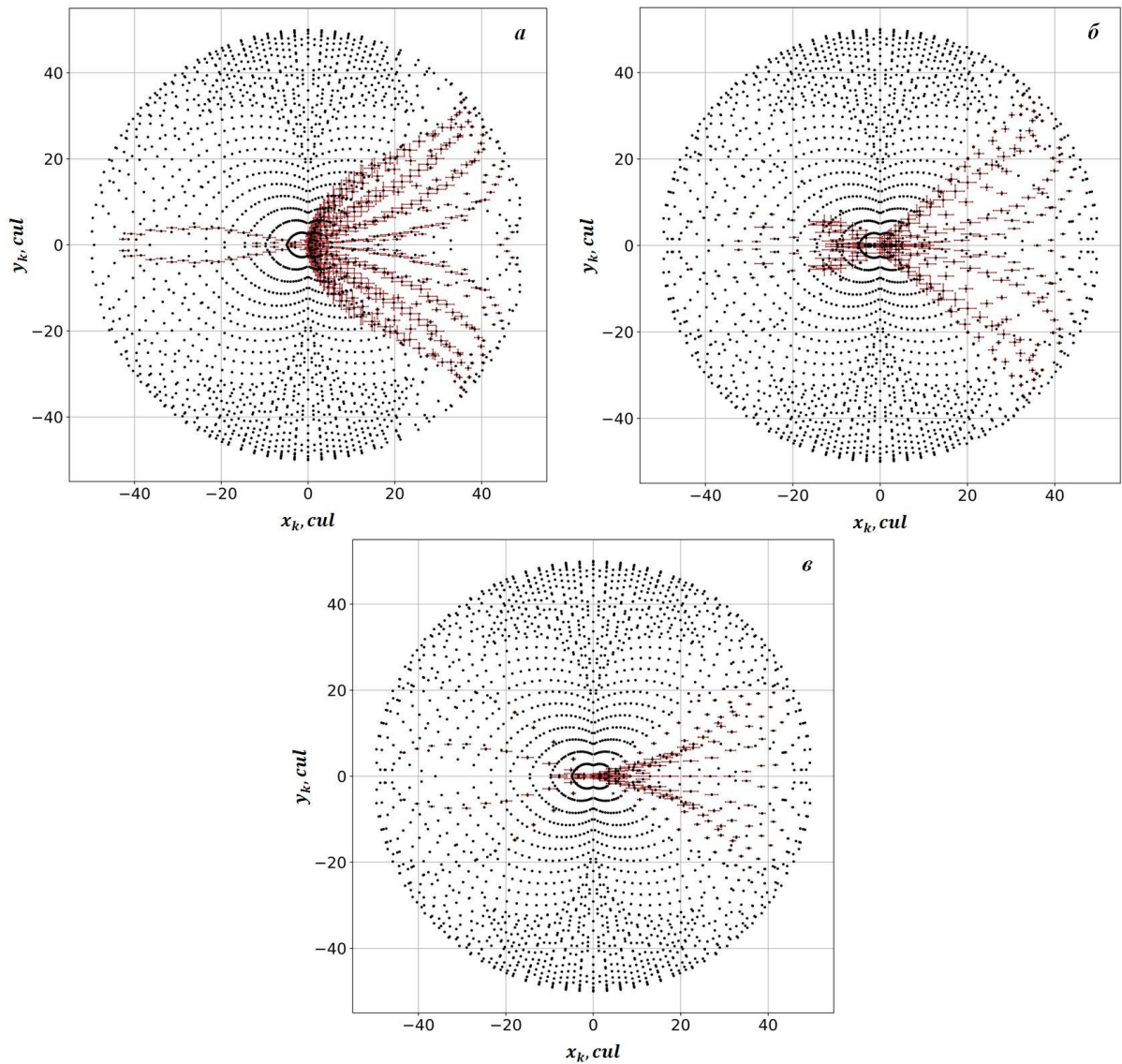


Рисунок 2.14 — Лучевая картина в плоскости наблюдателя при распространении электромагнитного излучения в двухкомпонентном поле тяготения с пребыванием дополнительного астрофизического объекта в гравитационном шуме:

$$a — \varphi_L = 0.75; \quad b — \varphi_L = 1.5; \quad v — \varphi_L = 2.25.$$

Из рисунка 2.14 видно, что для рассматриваемого случая двухкомпонентной гравитационной линзы проявление эффекта замывания в распределении точек прихода лучей в картинной плоскости наблюдателя имеет уникальный характер и зависит от положения зашумленного астрофизического объекта. Важно отметить, что общим свойством процесса замывания являются частичные изменения в лучевой картине в области периферии. Такие изменения приводят к частичному понижению интенсивности свечения в линзовом эффекте кольцевого типа. При большей интенсивности возмущения кольцевой линзовый эффект распадется на дугобразные области.

Выпуклость (рисунок 2.14*a*) и вогнутость (рисунок 2.14*в*) областей замывания непосредственно зависят от положения дополнительного астрофизического объекта с

гравитационно-шумовым «облаком». В первом случае (см. рисунок 2.14а) электромагнитное излучение, прежде всего, попадает под влияние зашумленного гравитирующего объекта, а затем линзируется под действием основного гравитирующего объекта, с которым связана система отсчета. Второй случай (см. рисунок 2.14в) описывает влияние эффекта фокусировки вначале основным гравитирующим объектом, а затем зашумленным объектом, что приводит к дополнительным пересечениям плоскости луча зрения. Для случая на рисунке 2.14б характерно, что вблизи горизонтальной плоскости луча зрения в области  $x_k \geq 0$  замывание возникает за счет распространения излучения в поле тяготения основного гравитирующего объекта, а после вблизи зашумленной компоненты поля. В области  $x_k < 0$  происходит обратный процесс. Также следует отметить, что длины сформировавшихся дугообразных секторов в зависимости от положения сложного астрофизического объекта отличаются.

#### 2.4 Приближенная оценка рефракционных характеристик электромагнитного излучения в окрестности гравитационной фокусировки

Выполним приближенные оценки рефракционных характеристик лучей, формирующих области фокусировок в лучевых картинах в плоскости наблюдателя. В качестве примера, возьмем трехкомпонентную гравитационно-линзовую систему, где основной гравитирующий объект погружен в гравитационный шум. Для численно-аналитического моделирования рефракционных характеристик электромагнитного излучения при распространении через несимметричное поле тяготения в присутствии локализованной неоднородности воспользуемся начальными условиями и параметрами, что и в предыдущих задачах:  $R_g = 1 \text{ cul}$ ,  $A_1 = 0.5$ ,  $R_{L1} = 13 \text{ cul}$ ,  $\varphi_{L1} = 0.32$ ,  $\delta_{L1} = 0.63$ ,  $A_2 = 0.5$ ,  $R_{L2} = 10 \text{ cul}$ ,  $\varphi_{L2} = 1.88$ ,  $\delta_{L2} = 1.23$ ,  $b_{R1} = b_{R2} = 4 \text{ cul}^{-2}$ ,  $b_{\varphi 1} = b_{\varphi 2} = b_{\delta 1} = b_{\delta 2} = 1$ . Гравитационно-шумовое «облако» опишем следующим параметрами:  $\mu_0 = 10^{-5}$ ,  $m_R = 10 \text{ cul}$ ,  $m_\varphi = m_\delta = 0.8$ ,  $R_L^p = 0 \text{ cul}$ ,  $\varphi_L^p = \delta_L^p = 0$ ,  $u_R = 0.1 \text{ cul}$ ,  $u_\varphi = u_\delta = 0.1$ . Ниже представлены результаты численно-аналитического моделирования (см. рисунок 2.15) в виде двух лучевых картин в плоскости наблюдателя. В первом случае (рисунок 2.15а) не учитывается наличие гравитационно-шумового «облака», а во втором (рисунок 2.15б) — расчет выполнен с учетом влияния случайных неоднородностей поля тяготения. На рисунке 2.15б представлено распределение точек прихода лучей в картинную плоскость наблюдателя, принадлежащие линзовому эффекту. Заметим, что при заданных параметрах гравитационного шума эффект замывания области фокусировки достаточно мал. Поэтому линзовый эффект имеет четкие очертания.

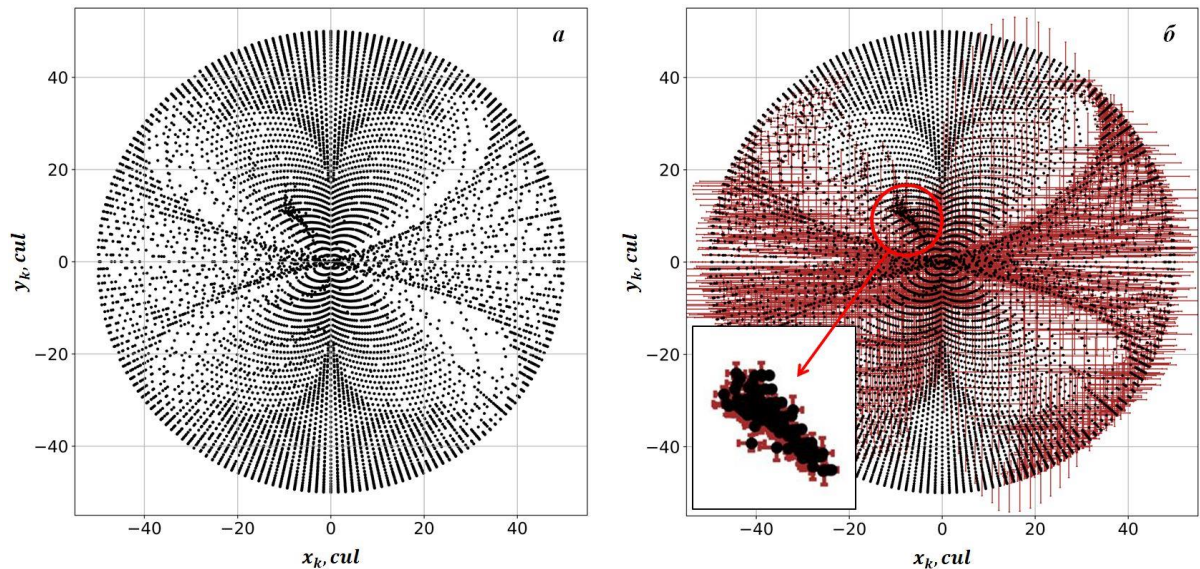


Рисунок 2.15 — Лучевая картина в плоскости наблюдателя при распространении электромагнитного излучения в трехкомпонентном поле тяготения при отсутствии (*a*) и наличии (*б*) гравитационного шума.

Для каждой точки прихода лучей в картинную плоскость наблюдателя ниже построены кривые изменения радиальной координаты  $R(\varphi)$  (см. рисунок 2.16). Анализ траекторной картины позволяет отметить, что в области фокусировки присутствует два семейства лучей.

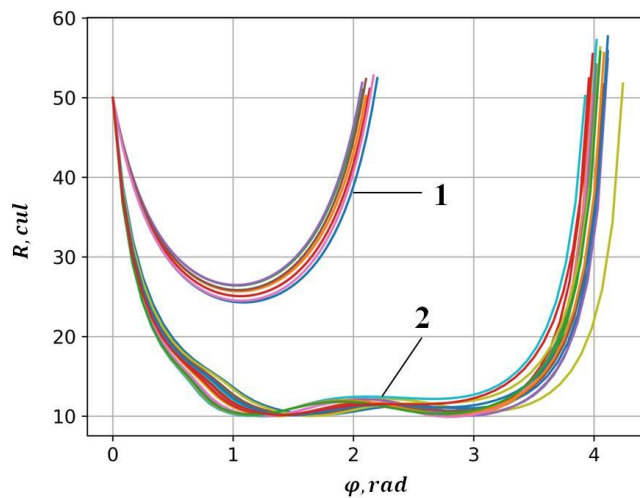


Рисунок 2.16 — Траектории распространения луча  $R(\varphi)$  в несимметричном поле тяготения без наличия гравитационного шума с различных сторон от основного гравитирующего объекта:

**1** — со стороны одиночного объекта; **2** — со стороны трех объектов.

Здесь важно отметить следующую терминологию, которая будет принята при дальнейшем анализе результатов. В силу локализации дополнительных компонент поля тяготения с одной стороны от основного гравитирующего объекта распространение излучения через поле тяготения в этой части системы будем называть «распространением со стороны трех астрофизических объектов». При распространении лучей с противоположной стороны от

основного гравитирующего объекта, где дополнительных объектов нет, будем говорить о «распространении излучения со стороны одиночного объекта».

Первая группа лучей принадлежит случаю прохождения электромагнитного излучения со стороны одиночного объекта. Вторая группа лучей относится к распространению излучения со стороны трех астрофизических объектов, что выражается в больших значениях дистанции  $\varphi_k$ . Также для этого семейства лучей следует отметить осциллирующие изменения в радиальной координате  $R(\varphi)$ , что приводит к увеличению пути распространения и формированию в плоскости наблюдателя областей фокусировок. Также в окрестности значений угловых координат  $\varphi \in [0.5; 1]$  возникает сепарация лучей, связанная с множеством возможных путей распространения лучей через гравитационно-линзовую систему. Данный вывод можно проследить в сформированных графиках изменения СКО боковых отклонений лучей в плоскости наблюдателя в зависимости от угловой координаты  $\varphi$  (см. рисунок 2.17).

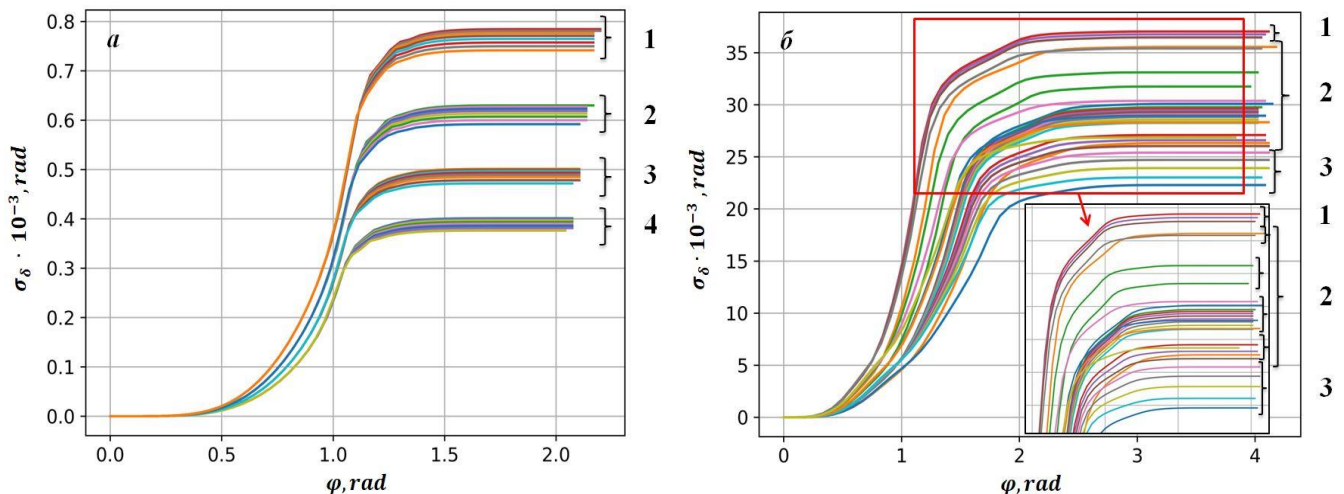


Рисунок 2.17 — Среднеквадратичное отклонение боковых отклонений луча  $\sigma_\delta$  в области фокусировки при распространении в сложной гравитационной линзе со стороны одиночного объекта (а) и со стороны трех объектов (б) при наличии гравитационного шума.

Следует отметить, что в построенных изменениях СКО боковых отклонений луча  $\sigma_\delta$  при прохождении электромагнитного излучения через несимметричное поле тяготения группы астрофизических объектов в присутствии локализованного гравитационного шума возникает сепарация, границы которой отмечены [76, 77]. В случае распространения луча со стороны одиночного объекта (рисунок 2.17а) отмечается четкость границ сформированных слоев в изменениях СКО, что выражено зависимостью от значений прицельных угловых параметров. Чем меньше значение углового прицельного параметра, тем больший путь луч проходит в области гравитационного шума. Этот эффект проявляется в увеличении значений боковых отклонений в плоскости наблюдателя.

Для случая распространения электромагнитного излучения со стороны трех астрофизических объектов (рисунок 2.17б) сепарация имеет менее четкие границы. Формирование такого расслоения семейств лучей вызвано влиянием различного количества объектов, входящих в структуру гравитационно-линзовой системы, и погружением в гравитационно-шумовое «облако». Также важно отметить, что при сравнении значений изменений СКО на рисунке 2.17 между собой видно, что в случае распространения луча со стороны трех объектов значения СКО много больше. Такие большие значения соответствуют влиянию на рефракционные характеристики электромагнитного излучения, как минимум, двух астрофизических объектов. Рассмотрим особенности формирования слоев по изменениям СКО боковых отклонений для второго случая (см. рисунок 2.17б).

Нетрудно заметить, что сформированная группа «1» соответствует влиянию всех объектов гравитационно-линзовой системы. В силу больших значений СКО боковых отклонений такое распространение соответствует прохождению луча в центральной области поля тяготения, т.е. между астрофизическими объектами. В случае группы «3» можем отметить малые значения СКО боковых отклонений. Такой эффект связан с распространением электромагнитного излучения с внешней стороны группы с последующим переходом в ее центральную часть. Этот переход возникает при прохождении луча между дополнительными компонентами поля тяготения. Важно отметить, что в данном варианте распространения на рефракционные характеристики луча повлияли так же все три астрофизических объекта. При переходе в центральную область системы электромагнитное излучение распространялось сначала вблизи дополнительного объекта с индексом  $i=2$ , а затем попало в поле тяготения зашумленного гравитирующего объекта.

Из анализа предыдущих сформированных слоев следует, что группа «2» соответствует прохождению луча через несимметричное поле тяготения под влиянием двух астрофизических объектов. Заметим, что в представленных изменениях значений СКО группа «2» имеет множество вариантов распространения, что выражается в большинстве входящих в него кривых. Здесь может быть распространение в центральной части гравитационно-линзовой системы, а возможен вариант распространения по внешнему краю группы объектов с последующим переходом в ее центральную область.

В случае центрального прохождения электромагнитного излучения через несимметричное поле тяготения группы астрофизических объектов возможны следующие варианты распространения:

✓ Влияние происходит от ближнего к источнику излучения гравитирующего объекта (объект с индексом  $i=1$ ), а затем зашумленного астрофизического объекта;

✓ Распространение луча происходит в гравитационном поле зашумленного объекта, а затем вблизи объекта с индексом  $i = 2$ ;

✓ Лучи распространяются вблизи дополнительных компонент гравитационно-линзовой системы.

Сформированный вблизи группы «1» узкий слой описывает первый из приведенных вариантов прохождения через гравитационно-линзовую систему. Центральный слой с самой большой плотностью кривых соответствует второму возможному варианту распространения в космической среде в присутствии несимметричного поля тяготения. Количество лучей, формирующих оба указанных слоя в группе «2», согласуется с результатами численных расчетов влияния каждой дополнительной компоненты поля тяготения по отдельности (рисунок 2.6а, б). Последний из представленных вариантов распространения, как и в случае группы «3», пребывает в узком диапазоне и значения СКО  $\sigma_\delta$  имеют не такие большие значения. Такой слой наблюдается выше группы «3». Рост значения СКО  $\sigma_\delta$  для данного случая связан с большим погружением луча в гравитационно-шумовое «облако».

Оставшийся слой группы «2» соответствует частичному распространению луча с внешней части гравитационно-линзовой системы с последующим переходом в центральную область. Здесь луч имеет два пути распространения до области фокусировки:

✓ Распространение происходит вблизи астрофизического объекта с индексом  $i = 1$ , а затем попадает под влияние зашумленного гравитирующего объекта;

✓ Электромагнитное излучение распространяется вблизи гравитирующего объекта с индексом  $i = 1$ , а затем вблизи объекта с индексом  $i = 2$ .

Таким образом, верхняя кривая принадлежит первому представленному варианту распространения, а нижняя кривая — второму варианту. Это следует из-за различного погружения луча в гравитационно-шумовое «облако».

Суммируя вышесказанное, можно сделать следующий вывод. Синтезируя лучевые картины в плоскости наблюдателя для различных конфигураций поля тяготения, можно перейти к восстановлению некоторых параметров тонкой структуры гравитационно-линзовой системы. Заметим, что для определения этих параметров недостаточно знать СКО боковых отклонений лучей в картинной плоскости.

В связи с этим, полезно проводить измерения дополнительных групповых задержек при прохождении электромагнитного излучения через поле тяготения (эффект Шапиро [27, 28]). Важно заметить, что в случае удаленных источников излучения и гравитирующих систем, чьи смещения на небесной сфере относительно малы, целесообразно оценивать стохастический эффект Шапиро [76, 77]. Дополнительная групповая задержка возникает в случае появления на пути распространения излучения гравитационно-шумового «облака». В частности, появление

«облака» может произойти в самой структуре гравитационно-линзовой системы. Таким образом, оценка стохастического эффекта Шапиро при восстановлении тонкой структуры этой системы крайне важна.

Для оценки временной задержки Шапиро воспользуемся дифференциальным уравнением (1.1.17):

$$\frac{d\tilde{\tau}}{d\varphi} = \frac{\tilde{n}\tilde{R}}{c \sin \tilde{\beta}} \sqrt{1 + \sin^2 \tilde{\beta} \operatorname{tg}^2 \tilde{\alpha}}. \quad (2.4.1)$$

Подставляя в уравнение (2.4.1) соответствующие разложения из (1.1.33), получим:

$$\frac{d(\tau_0 + \tilde{\tau}_1)}{d\varphi} = \left( n_0(R_0) + \tilde{R}_1 \frac{dn_0(R_0)}{dR_0} + \tilde{n}_1(R_0) \right) \frac{(R_0 + \tilde{R}_1)}{c \sin(\beta_0 + \tilde{\beta}_1)} \sqrt{1 + \sin^2(\beta_0 + \tilde{\beta}_1) \operatorname{tg}^2(\alpha_0 + \tilde{\alpha}_1)}. \quad (2.4.2)$$

Выполняя преобразования уравнения (2.4.2), получим дифференциальное уравнение для расчета вариации групповой задержки  $\tilde{\tau}_1$ :

$$\frac{d\tilde{\tau}_1}{d\varphi} = \frac{M}{c \sin \beta_0} \left( n_0 \tilde{R}_1 + \tilde{n}_1 R_0 + R_0 \tilde{R}_1 \frac{dn_0}{dR_0} + \frac{n_0 R_0 \sin^2 \beta_0 \operatorname{tg} \alpha_0}{M^2 \cos^2 \alpha_0} \tilde{\alpha}_1 - \frac{n_0 R_0 \operatorname{tg}^2 \alpha_0 \operatorname{ctg} \beta_0}{M^2 \sin^2 \beta_0} \tilde{\beta}_1 \right). \quad (2.4.3)$$

где  $M = \sqrt{1 + \sin^2 \beta_0 \operatorname{tg}^2 \alpha_0}$ . В рамках теории возмущений воспользуемся приближением, что  $n_0 \approx 1$ . Подставляя первое и третье уравнения из ранее полученной системы (2.3.2) в выражение (2.4.3), получим:

$$\frac{d\tilde{\tau}_1}{d\varphi} = \frac{M}{c \sin \beta_0} \left( \tilde{R}_1 + \tilde{n}_1 R_0 + \frac{R_0 \sin^2 \beta_0 \operatorname{tg} \alpha_0}{M^2} \frac{d\tilde{\delta}_1}{d\varphi} - \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 \operatorname{ctg} \beta_0}{M^2} \left[ \tilde{R}_1 \operatorname{ctg} \beta_0 - \frac{d\tilde{R}_1}{d\varphi} \right] \right). \quad (2.4.4)$$

Закон Снеллиуса (1.1.27) представим в виде:

$$\frac{R_0 \sin \beta_0}{M} = \frac{R_n \sin \beta_n}{K}, \quad (2.4.5)$$

где  $K = \sqrt{1 + \sin^2 \beta_n \operatorname{tg}^2 \alpha_n}$ .

Применяя третье уравнение системы (2.3.1) и закон (2.4.5) к уравнению (2.4.4), а затем, интегрируя его, получим:

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_1 = \frac{K}{c R_n \sin \beta_n} \int_0^{\varphi_k} \left[ R_0^2 \tilde{n}_1 + R_0 \tilde{R}_1 - \frac{R_n^2 \sin^2 \beta_n \operatorname{tg}^2 \alpha_n \operatorname{ctg}^2 \beta_0}{K^2 R_0 \sin^2 \beta_0} \tilde{R}_1 \right] d\varphi + \\ + \frac{R_n^2 \sin^2 \beta_n \operatorname{tg} \alpha_n}{K^2} \int_0^{\tilde{\delta}_1(\varphi_k)} d\tilde{\delta}_1 + \frac{R_n^2 \sin^2 \beta_n \operatorname{tg}^2 \alpha_n}{K^2} \int_0^{\tilde{R}_1(\varphi_k)} \frac{\operatorname{ctg} \beta_0}{R_0 \sin^2 \beta_0} d\tilde{R}_1. \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

Из анализа выражения (2.4.6) видно, что предпоследний интеграл на вариацию  $\tilde{\delta}_1$  можно не учитывать в силу малых отклонений в картинной плоскости наблюдателя. Крайний интеграл на вариацию  $\tilde{R}_1$  возьмем по частям, а затем преобразуем выражение (2.4.6) к виду:

$$\tilde{\tau}_1 = \frac{K}{cR_n \sin \beta_n} \int_0^{\varphi_k} R_0^2 \tilde{n}_1 d\varphi + \frac{K}{cR_n \sin \beta_n} \int_0^{\varphi_k} \tilde{R}_1 R_0 [1 - \text{tg}^2 \alpha_n - 3\text{tg}^2 \alpha_n \text{ctg}^2 \beta_0] d\varphi. \quad (2.4.7)$$

В силу малых значений вариации угловых отклонений луча  $\tilde{\delta}_1$  вариация радиальной координаты  $\tilde{R}_1 \sim 0$ . Тогда выражение (2.4.7) упрощается:

$$\tilde{\tau}_1 = \frac{K}{cR_n \sin \beta_n} \int_0^{\varphi_k} R_0^2 \tilde{n}_1 d\varphi. \quad (2.4.8)$$

Применяя ранее описанные преобразования (2.3.5)–(2.3.9) и закон (2.4.5), из выражения (2.4.8) получим дифференциальное уравнение для расчета дисперсии временной задержки Шапиро:

$$\frac{d\sigma_\tau^2}{d\varphi} = \mu \sqrt{\frac{\pi}{Q}} \frac{R_0^2}{c^2 \sin^2 \beta_0} \sqrt{1 + \sin^2 \beta_0 \text{tg}^2 \alpha_0}. \quad (2.4.9)$$

Зависимости изменения СКО временных задержек в процессе распространения луча, полученные на основании численного расчета уравнения (2.4.9) при условном значении скорости света  $c = 0.05 \text{ cul/сек}$ , представлены на рисунке 2.18. Из анализа рисунка 2.18а видно, что возникает аналогичная сепарация лучей, связанная со значениями угловых прицельных параметров. Как и в случае СКО боковых отклонений (рисунок 2.17а) при распространении электромагнитного излучения в гравитационно-линзовой системе со стороны одиночного объекта, значения СКО временной задержки Шапиро зависят от области прохождения в окрестностях зашумленного объекта.

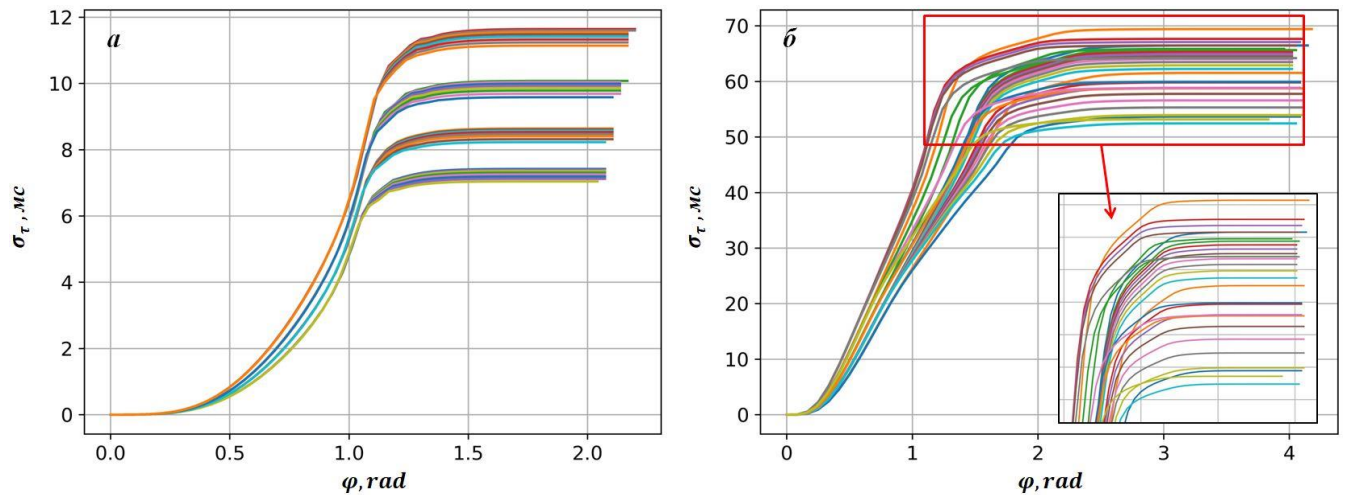


Рисунок 2.18 — Среднеквадратичное отклонение групповой задержки  $\sigma_\tau$  в области фокусировки при распространении в сложной гравитационной линзе со стороны одиночного объекта (а) и со стороны трех объектов (б) при наличии гравитационного шума.

На рисунке 2.19 для сравнения приведены изменения СКО боковых отклонений и временных задержек при прохождении электромагнитного излучения через гравитационно-

линзовую систему со стороны трех астрофизических объектов. Из анализа изменений значений СКО боковых отклонений и временных задержек можно сделать вывод, что формирование области фокусировки выражается не только эффектом многопутевости, но и зависит от механизма распространения излучения в гравитационно-линзовой системе. Например, в поле тяготения может возникнуть гравитационный волновод.

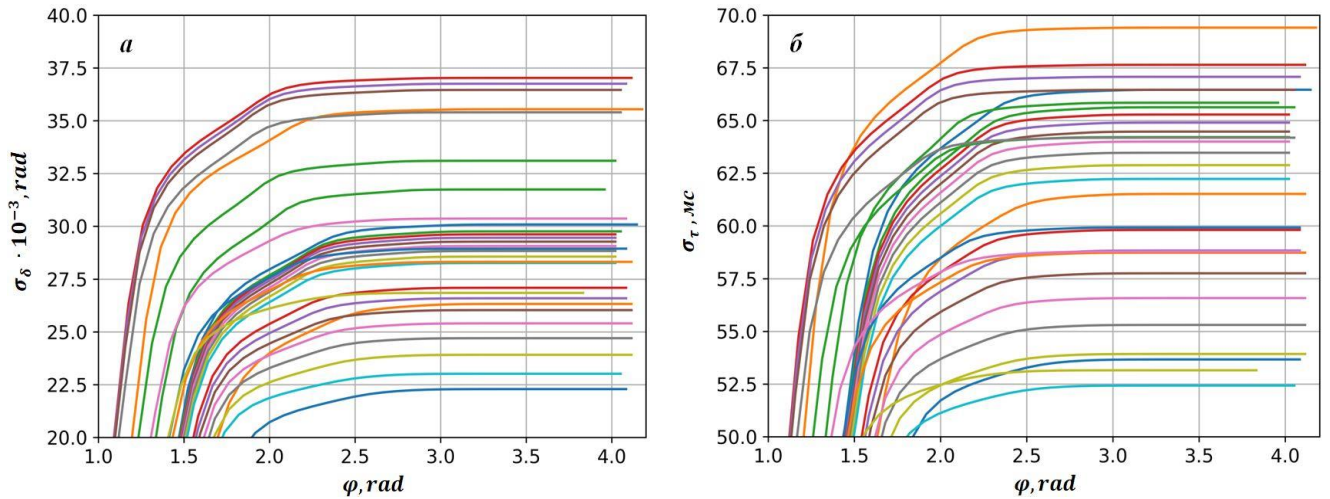


Рисунок 2.19 — Среднеквадратичное отклонение боковых отклонений  $\sigma_\delta$  (а) и групповой задержки  $\sigma_\tau$  (б) в области фокусировки при распространении в сложной гравитационной линзе со стороны трех объектов при наличии гравитационного шума.

Таким образом, для повышения точности интерпретации наблюдаемых эффектов в лучевых картинах в плоскости наблюдателя при распространении электромагнитного излучения через несимметричные поля тяготения различной конфигурации целесообразно оценивать изменения значений СКО боковых отклонений и временных задержек Шапиро. Такой подход к анализу сложных гравитационно-линзовых систем поможет приблизиться к восстановлению тонкой структуры поля тяготения, что крайне важно для решения астрофизических задач.

Вторым важным вопросом при интерпретации полученных экспериментальных данных является оценка интенсивности свечения в области фокусировки [75]. Поскольку метод ГО в областях фокусировки и каустик не позволяет определить значение амплитуды поля, то в работе предлагается использовать парциальный подход. Суть парциального подхода заключается в следующем. Предположим, что точечный источник излучает энергию с амплитудой  $U_0$ . Тогда один луч перенесет в картинную плоскость энергию с амплитудой  $U = U_0/N$ , где  $N$  — количество лучей, вышедших из источника. Соответственно, в области фокусировки необходимо оценить количество лучей  $N_F$ , а затем найти итоговую амплитуду поля  $U_F = U_0(N_F/N)$ . Регулируя шаг между соседними значениями угловых прицельных

параметров  $\alpha_n, \beta_n$ , можно повысить точность определения амплитуды поля в области фокусировки. Например, представленные лучевые картины в плоскости наблюдателя для частного случая несимметричного поля тяготения (рисунок 2.15) получены при заданных диапазонах угловых прицельных параметрах  $\alpha_n$  и  $\beta_n$  с шагом между соседними значениями  $\Delta\alpha = \Delta\beta = 0.015 \text{ rad}$ . В общей сложности получим 9494 точки, 40 из которых принадлежат области фокусировки. Для случая одиночного гравитирующего объекта в окрестности области фокусировки присутствует 10 точек прихода лучей в картинную плоскость наблюдателя. Таким образом, синтезируя аналогичные лучевые картины в плоскости наблюдателя при различных конфигурациях полей тяготения, можно решать задачи по оценке амплитуды поля источника электромагнитного излучения. В частности, такой подход полезен при изучении возможного эффекта мезолинизирования потока частиц от гамма-всплесков или излучения квазаров, чья природа мощного энерговыделения пока остается под вопросом.

## 2.5 Резюме

Выполнено численно-аналитическое моделирование влияния космической среды с гравитационными и плазменными неоднородностями на групповое запаздывание, направление распространения и пространственное ослабление потока электромагнитного излучения. Результаты расчетов показали, что в картинной плоскости наблюдателя могут формироваться уникальные лучевые структуры. Особенности этих структур зависят от параметров массивных объектов и их пространственного расположения относительно источника излучения.

Для оценки влияния случайных гравитационных и плазменных неоднородностей на лучевую картину в плоскости наблюдателя получены дифференциальные уравнения для расчета дисперсии боковых отклонений лучей и временной задержки Шапиро. Выявлены особенности лучевой структуры в картинной плоскости наблюдателя при различных положениях гравитационно-шумового «облака». В частности, на периферии лучевой структуры отмечено частичное понижение интенсивности свечения. Показано, что в зависимости от положения зашумленной неоднородности гравитационно-линзовой системы, области пониженной интенсивности излучения имеют различную протяженность.

Выполнены расчеты влияния случайных плазменных неоднородностей космической среды на распространение излучения различных частотных диапазонов в присутствии сложной гравитационно-линзовой системы объектов. Результаты расчетов показали, что метровый диапазон длин волн можно считать условной низкочастотной границей электромагнитной шкалы, на которой еще возможно наблюдение линзовых эффектов.

Выполнены оценки изменений рефракционных характеристик электромагнитного излучения в области фокусировки. Отмечено, что лучи под влиянием флуктуирующего многокомпонентного поля тяготения подвержены сепарации. Разделение лучей возникает за счет эффектов многопутевости при распространении в гравитационно-линзовой системе и формирования гравитационного волновода. Для приближенной оценки интенсивности свечения линзового эффекта предложен парциальный подход.

### **ГЛАВА 3. ВЛИЯНИЕ ПЛАЗМЕННЫХ ОБОЛОЧЕК ВБЛИЗИ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ НА РЕФРАКЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ УДАЛЕННЫХ КОСМИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ**

Выше было проведено исследование влияния космической среды на рефракционные характеристики электромагнитного излучения в условиях гравитационного линзового эффекта. Результаты численно-аналитического моделирования показали, что при наличии на пути распространения луча случайных неоднородностей космической плазмы, происходит замывание лучевой структуры в картинной плоскости наблюдателя в области низких частот электромагнитной шкалы. В этих условиях метровый диапазон радиоволн можно условно считать низкочастотной границей наблюдения эффектов гравитационной фокусировки. Между тем, астрофизические объекты обычно окружены регулярной плазменной оболочкой, которая по концентрации электронов превышает окружающую космическую плазму. В результате, радиоизлучение, прошедшее такую оболочку, испытывает регулярную рефракцию, приводящую к особенностям рефракционного рассеяния по сравнению с условиями полностью турбулизованной плазмы. Рефракционное рассеяние с учетом регулярной плазмы необходимо принимать во внимание при наблюдениях удаленных астрофизических объектов, чье красное смещение имеет большие значения. Звезда, встречающаяся на пути распространения электромагнитного излучения космического источника, может привести к искажению информации об этом источнике. В частности, это касается исследования квазаров. Звезды по своей сути есть один из важнейших структурных элементов в космической среде [24, 25, 102, 131], а их процессы активности приводят к формированию почти регулярной оболочки вблизи астрофизического объекта.

#### **3.1 Процессы звездной активности и влияние на окружающую космическую среду**

Как и любые другие задачи, связанные с исследованиями астрофизических объектов, изучение звезд занимает одну из ведущих позиций. Можно выделить два направления, на которых основываются современные исследования звезд. Первый путь к изучению удаленных звезд тесно связан с постоянными наблюдениями за Солнцем, по результатам которых проводится сравнение с регистрируемыми эффектами для остальных звезд. Второе направление есть набор статистики по изучению далеких звезд и составление прогноза для Солнца. Прецизионные установки последних поколений позволили изучать удаленные звезды подробнее. В частности, это касается процессов звездной активности и их влияние на окружающее пространство [24, 102, 131–137]. В исследованиях Солнца также ведется активная работа, связанная с глубоким пониманием солнечных процессов и их влиянием на околоземное

пространство и сферы человеческой деятельности [1, 2, 11, 12, 42–47, 50, 102, 138–152]. Важность исследования звезд связана и с фактором их долголетия, выходящего за рамки человеческой жизни. Поэтому, изучая множество звезд, пребывающих на различных этапах жизни, а также взаимодействующих друг с другом, можно уточнять модели их эволюции или возникновения особенностей формирования [153–161].

Для понимания эволюционного развития звезды необходимо подробно изучать эффекты этого процесса. В особенности это касается явлений звездной активности. Звезды на отдельных этапах эволюции проявляют свою активность по-разному. В частности, молодые звезды достаточно активны и выбрасывают в межзвездное пространство большое количество продуктов термоядерного синтеза. Красные карлики по сравнению с Солнцем существенно влияют на окружающее их пространство посредством более жестких проявлений активности. Естественным образом для получения каких-то оценок по звездным явлениям используют известные данные для Солнца, а затем результаты расчетов сравнивают с наблюдаемыми данными [135, 152]. При постоянном мониторинге звездных атмосфер можно регистрировать новые эффекты. Например, список Солнечной активности пополнился так называемым «плазменным дождем» (падение плазменного сгустка обратно на поверхность звезды) [139]. Также могут возникнуть эффекты при содействии процессов активности. Например, регистрация низкочастотных радиовсплесков при локализации их источника глубоко в залимбовой области Солнца [3, 147–150]. С другой стороны, можно прийти к пониманию, что один из процессов, подразделенный на классы, на самом деле, есть одно и то же явление. Это касается ранее введенного подразделения корональных выбросов масс (КВМ) на «импульсные» и «постепенные» [146]. В работе [145] подробно рассмотрено данное явление и сделано заключение, что такой классификации КВМ не должно быть, но можно говорить о типах КВМ. В основу такого разделения КВМ легло условие наличия холодной плазмы в ядре жгута [145].

Не менее важными являются исследования звездно-планетных связей, эффект от которых обнаруживается в околопланетном пространстве и достигает поверхности планеты. В частности, вопрос о связях между звездой и планетой касается изучения экзопланет [136, 137]. До сих пор остаются вопросы касательно формирования жизни на Земле и необходимых условий для развития живых организмов на поверхности, а также вопросы, связанные с уникальностью самого Солнца. Хорошо известно, что Солнце заметно влияет на человеческую деятельность, о чем говорил в начале прошлого века А. Чижевский [141]. Сейчас это подтверждается массой работ, посвященных гелиогеофизическим взаимодействиям и историческим событиям, отражающие эффекты такого влияния звезды на состояние планетной жизнедеятельности [42, 43, 45, 47, 50, 142–144, 152]. В частности, такие взаимодействия происходят через КВМ, что является самым существенным проявлением солнечной активности

[42–44]. В случае системы «Солнце-Земля» такое плазменное образование может достигнуть планеты и вызвать беспорядки в околоземном пространстве и на поверхности (КВМ типа гало) [43, 44]. Одним из эффектов влияния КВМ является «Квебекское событие», произошедшее 13 марта 1989 г. [144]. Из-за КВМ в тот день в городе Квебек вышло из строя все телекоммуникационное оборудование на 9 часов. Однако такое событие еще не самое мощное. К так называемым супервспышкам относится событие в Керрингтоне, произошедшее в 1859 г. [142, 152]. В те дни в силу такого явления сгорели только телеграфные столбы. В современных же реалиях подобные события могут вызвать глобальный хаос и нанести достаточно большой урон по техносфере и другим областям человеческой деятельности [142]. При этом вспышечные явления полезно изучать у солнцеподобных звезд, чтобы в дальнейшем составлять прогнозы для Солнца.

При исследованиях звезд и околозвездного пространства необходимо привлекать различные экспериментальные оборудования, перекрывающие весь диапазон электромагнитной шкалы. Информацию о структурах возмущений можно извлекать из данных оптических и рентгеновских наблюдений, а распределение электронов в плазменной оболочке можно оценить с помощью радиозатменных экспериментов. Метод просвечивания неоднородной среды достаточно подробно рассмотрен во второй главе работы для решения задачи прохождения электромагнитного излучения через космическое пространство в присутствии гравитационного линзового эффекта. Также метод радиопросвечивания используется при изучении атмосфер планет Солнечной системы, в частности, Земли [9–16]. Радиозондирование активно применяется и в случае исследований солнечного ветра, атмосферы Солнца [1–3]. Таким образом, метод просвечивания является уникальным инструментом, для которого нужен только источник излучения и достаточно чувствительное экспериментальное оборудование. В случае Солнца такие радиопросветные задачи можно проводить с помощью космических аппаратов, например, PSP, SolO. Однако в большинстве случаев, из-за трудностей запусков аппаратов и их малого количества, для зондирования околосолнечной среды привлекают сигналы дискретных космических источников. В случае далеких звезд применение дискретных источников естественно.

### **3.2 Моделирование распространения излучения при просвечивании спокойных звездных корон**

Рассмотрим влияние спокойной звездной короны на рефракционные характеристики прошедшего радиоизлучения. Заметим, что спокойной звездную корону следует называть относительно, поскольку на поверхности звезды, в ее недрах и атмосфере постоянно протекают различные процессы активности [54, 51]. При этом интенсивность таких процессов зависит от

периода активности и возраста звезды. В случае Солнца одним из таких периодических законов активности является цикл Швабе или 11-летний солнечный цикл [42–45]. Таким образом, рассмотрим влияния солнцеподобной звезды в минимуме активности на прохождение радиоизлучения внешнего источника.

Решим упрощенную задачу. Для этого воспользуемся системой уравнений в форме Лагранжа-Эйлера в полярных координатах (1.1.18) и уравнением (1.1.16) при  $\alpha \sim 0$ . Для наглядности будем представлять результаты в виде дистанционно-угловой, дистанционно-частотной и частотно-временной зависимостей, где в роли дистанции выступает значение угловой координаты  $\varphi_k$ , которое фиксируется на расстоянии  $R_k$ . Численное моделирование распространения радиоизлучения в спокойной короне выполним при начальных условиях:  $R(\varphi=0) = R_n = 100 \text{ cul}$ ,  $\beta(\varphi=0) = \beta_n \in [-0.063; -0.02]$ ,  $\tau(\varphi=0) = 0 \text{ сек}$ . Предположим, что радиус звезды  $R_s = 1 \text{ cul}$ . Плазменная частота  $f_{pl} = 20 \text{ МГц}$  определяется на уровне  $R_m = 5R_s$ . Скорость света зададим в условных единицах  $c = 0.05 \text{ cul}/c$ . Рабочие частоты рассмотрим в диапазоне  $f \in [20; 75] \text{ МГц}$ . Расчеты будем проводить до расстояния  $R_k = 100 \text{ cul}$ . Геометрия задачи и сформированные характеристики представлены на рисунках 3.1 и 3.2, соответственно.

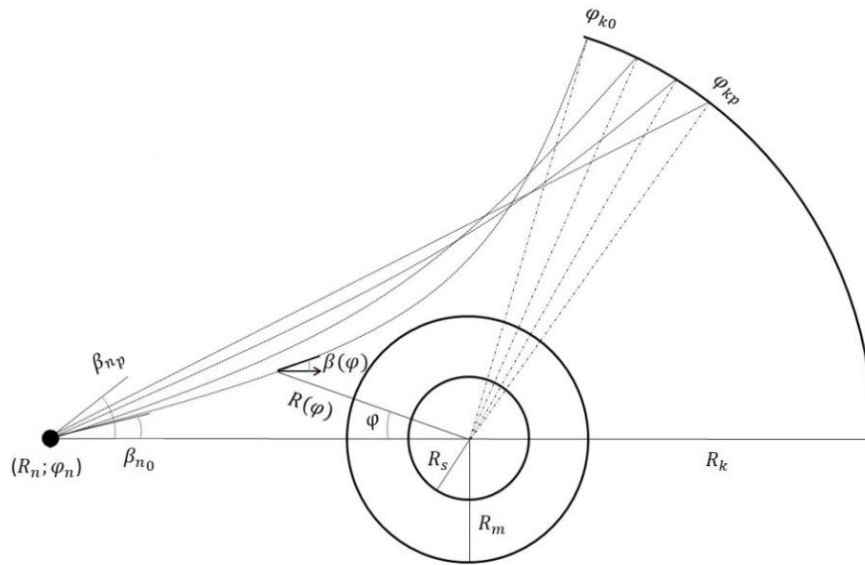


Рисунок 3.1 — Геометрия задачи.  $(R_n; \varphi_n)$  — координаты источника радиоизлучения относительно центра звезды;  $R_k$  — конечная радиальная координата распространения радиоизлучения;  $[\varphi_{k0}; \varphi_{kp}]$  — конечные угловые координаты лучей, достигших значения  $R_k$ ;  $R_m = 5R_s$ ;  $R_s$  — радиус звезды;  $[\beta_{n0}; \beta_{np}]$  — диапазон начальных углов падения.

Из анализа дистанционно-угловой характеристики (ДУХ, см. рисунок 3.2a) видно, что при росте рабочей частоты возникает увеличение дистанции распространения. Это обстоятельство выражается в том, что плазменная оболочка в области высоких частот

становится более прозрачной. Таким образом, влияние на рефракционные характеристики радиоизлучения при прохождении сквозь спокойную звездную корону уменьшается. Тот же самый вывод можно сделать из полученной дистанционно-частотной характеристики (ДЧХ, см. рисунок 3.2б). В области низких частот с увеличением абсолютного значения угла падения шаг между соседними значениями дистанции распространения сокращается. Это обстоятельство выражается в асимптотическом приближении к значению  $\varphi_k \approx 2.9 \text{ rad}$ . Из анализа частотно-временной характеристики (ВЧХ, см. рисунок 3.2в) видно, что при росте рабочей частоты радиоизлучения кривые достигают области насыщения, где значения групповых задержек почти не отличаются. Общим свойством сформированных характеристик радиоизлучения при распространении сквозь спокойную звездную корону является монотонный характер.

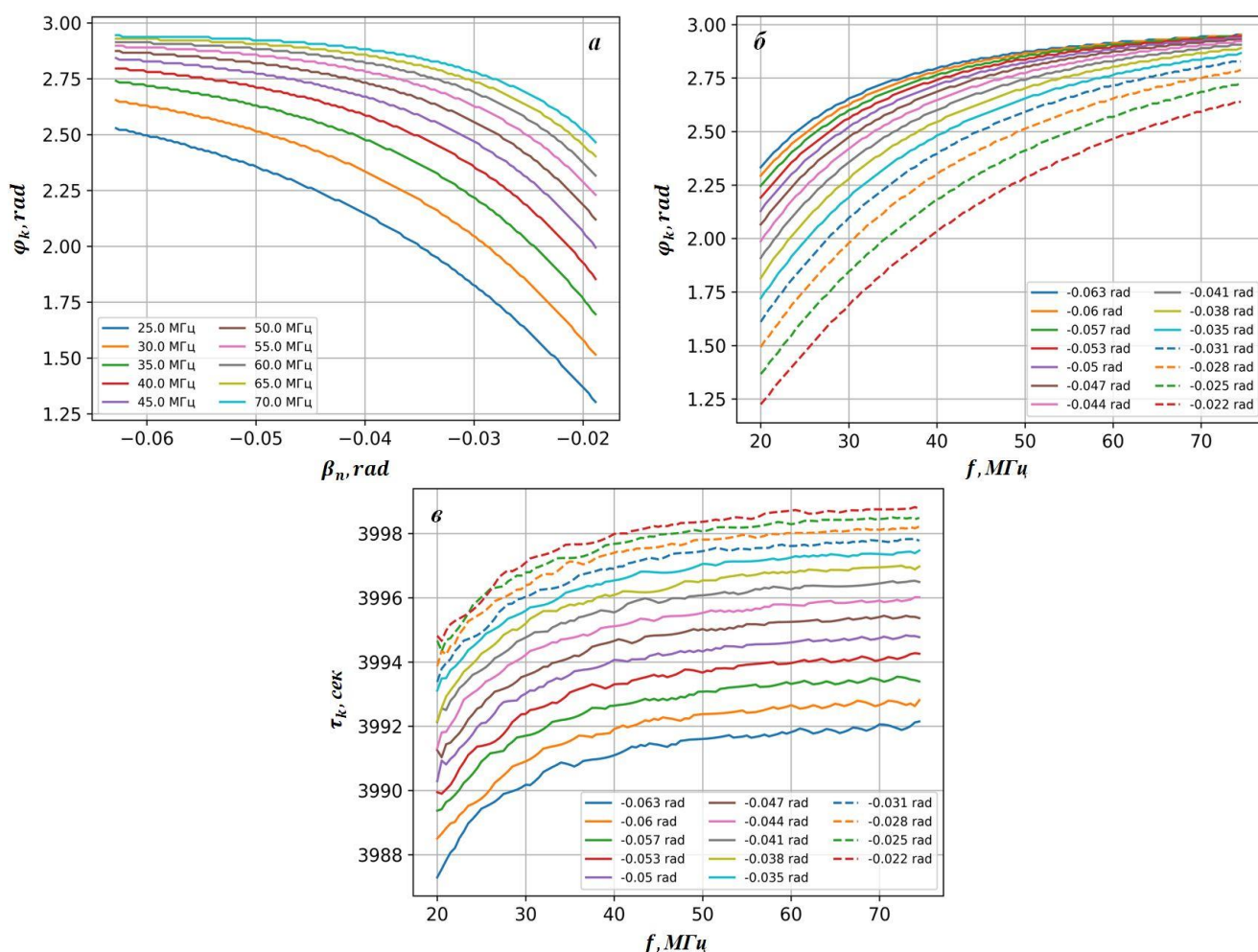


Рисунок 3.2 — Дистанционно-угловая (*a*), дистанционно-частотная (*b*) и частотно-временная (*v*) характеристики радиоизлучения при распространении в спокойной звездной короне.

### 3.3 Особенности распространения излучения в возмущенных звездных коронах

В настоящее время большой интерес представляют задачи о распространении радиоизлучения космического источника в околозвездной среде в присутствии плазменного возмущения. Представим диэлектрическую проницаемость возмущенной звездной короны в виде суммы [53, 55–60]:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1, \quad (3.3.1)$$

где  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость фоновой звездной короны;  $\varepsilon_1$  описывает плазменное возмущение. В качестве такого возмущения будем рассматривать корональный выброс звездной массы (КВМ). Простейшей моделью описания КВМ является зависимость:

$$\varepsilon_1 = \mu \left( \frac{f_{pl}}{f} \right)^2 \exp \left[ -a_R (R - R_L)^2 - a_\varphi (\varphi - \varphi_L)^2 \right], \quad (3.3.2)$$

где  $\mu, R_L, \varphi_L, a_R, a_\varphi$  — соответственно интенсивность, координаты центра локализации и масштабы коронального возмущения. В общем случае геометрия задачи выглядит следующим образом (см. рисунок 3.3).

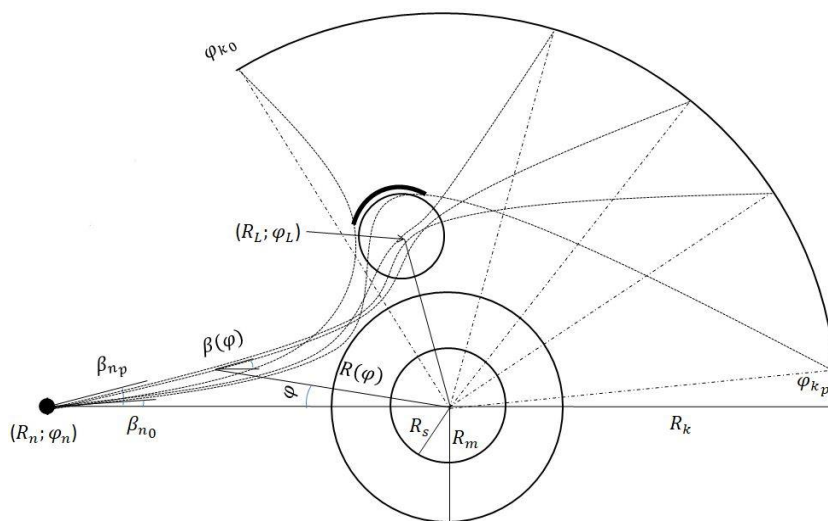


Рисунок 3.3 — Геометрия задачи.  $(R_n; \varphi_n)$  — координаты источника радиоизлучения относительно центра звезды;  $R_k$  — конечная радиальная координата распространения радиоизлучения;  $[\varphi_{k0}; \varphi_{kp}]$  — конечные угловые координаты луча, достигшего  $R_k$ ;  $R_s$  — радиус звезды;  $R_m = 5R_s$ ;  $[\beta_{n0}; \beta_{np}]$  — диапазон начальных углов излучения;  $(R_L; \varphi_L)$  — координаты локализации плазменного возмущения, где полужирная дуга — фронт КВМ, а рядом лежащая окружность — полость КВМ.

Рассмотрим особенности поведения рефракционных характеристик и групповой задержки радиоизлучения внешнего источника при прохождении сквозь возмущенную звездную корону.

Прежде чем перейти к анализу рассчитанных характеристик радиоизлучения, следует внести некоторые пояснения. Как следует из рисунка 3.3, луч может огибать плазменное возмущение с двух сторон. Случай прохождения радиоизлучения между фотосферой звезды и плазменным возмущением будем называть распространением с «обратной стороны» КВМ. Тогда вариант прохождения луча со стороны межзвездной среды будем называть распространением с «внешней стороны» КВМ.

### 3.3.1 Рефракционные эффекты неоднородностей обогащенной электронной концентрации

Проведем расчет рефракционных характеристик радиоизлучения при прохождении сквозь звездную корону в присутствии области повышенной электронной концентрации. Воспользуемся аналогичными начальными условиями, что и в разделе 3.2:  $R(\varphi=0) = R_n = 100 \text{ cul}$ ,  $\beta(\varphi=0) = \beta_n \in [-0.063; -0.02]$ ,  $\tau(\varphi=0) = 0 \text{ сек}$ . Оставим те же значения основных параметров задачи:  $R_s = 1 \text{ cul}$ ,  $f_{pl} = 20 \text{ МГц}$ ,  $c = 0.05 \text{ cul/c}$ . Рабочие частоты рассмотрим в том же диапазоне  $f \in [20; 75] \text{ МГц}$ . Расчеты будем проводить до расстояния  $R_k = 100 \text{ cul}$ . Область обогащенной электронной концентрации, заданную моделью (3.3.2), опишем параметрами:  $\mu = -1.5$ ,  $R_L = 6R_s$ ,  $\varphi_L = 1.2$ ,  $a_R = 44.4R_s^{-2}$ ,  $a_\varphi = 2.6$ . Следует отметить, что значение  $\mu$  выбрано относительно частоты излучения  $f = 25 \text{ МГц}$ . Результаты представлены на рисунке 3.4.

Из анализа рисунка 3.4 следует, что присутствие на пути распространения радиоизлучения области обогащенной электронной концентрации приводит к существенным изменениям в рефракционных характеристиках. В случае ДУХ (рисунок 3.4a) заметна граница между лучами, прошедшими с внешней и обратной сторонами звездного КВМ. При этом случай внешнего прохождения луча приводит к уменьшению дистанции распространения за счет отражения радиоизлучения от поверхности коронального возмущения. Соприкосновение радиоизлучения с обратной стороной плазменного образования влияет на увеличение пути распространения. При таком варианте распространения возможно заметное увеличение дистанции, что приведет к регистрации низкочастотного радиоизлучения при расположении источника излучения глубоко в залимбовой области. Заметим, что при росте рабочей частоты уменьшается эффект увеличения дистанции прохождения сквозь возмущенную звездную корону. Указанное замечание выражается в том, что околозвездная среда становится более прозрачной в области высоких частот, а плазменное возмущение не лежит на пути распространения луча. Следует отметить, что особым случаем является частота излучения  $f = 25 \text{ МГц}$ . Из полученной кривой для указанной частоты видно, что возникает двухэтапное

увеличение дистанции. Такой эффект появления поддиапазона углов между минимальным и максимальным изменениями дистанции распространения  $\varphi_k$  интерпретируется, как прохождение луча вблизи границы КВМ. В связи с этим, ниже представлены траекторная картина и изменения угла рефракции для указанной частоты при некоторых значениях угла падения, в том числе и на границах существенного изменения значения  $\varphi_k$  (см. рисунок 3.5).

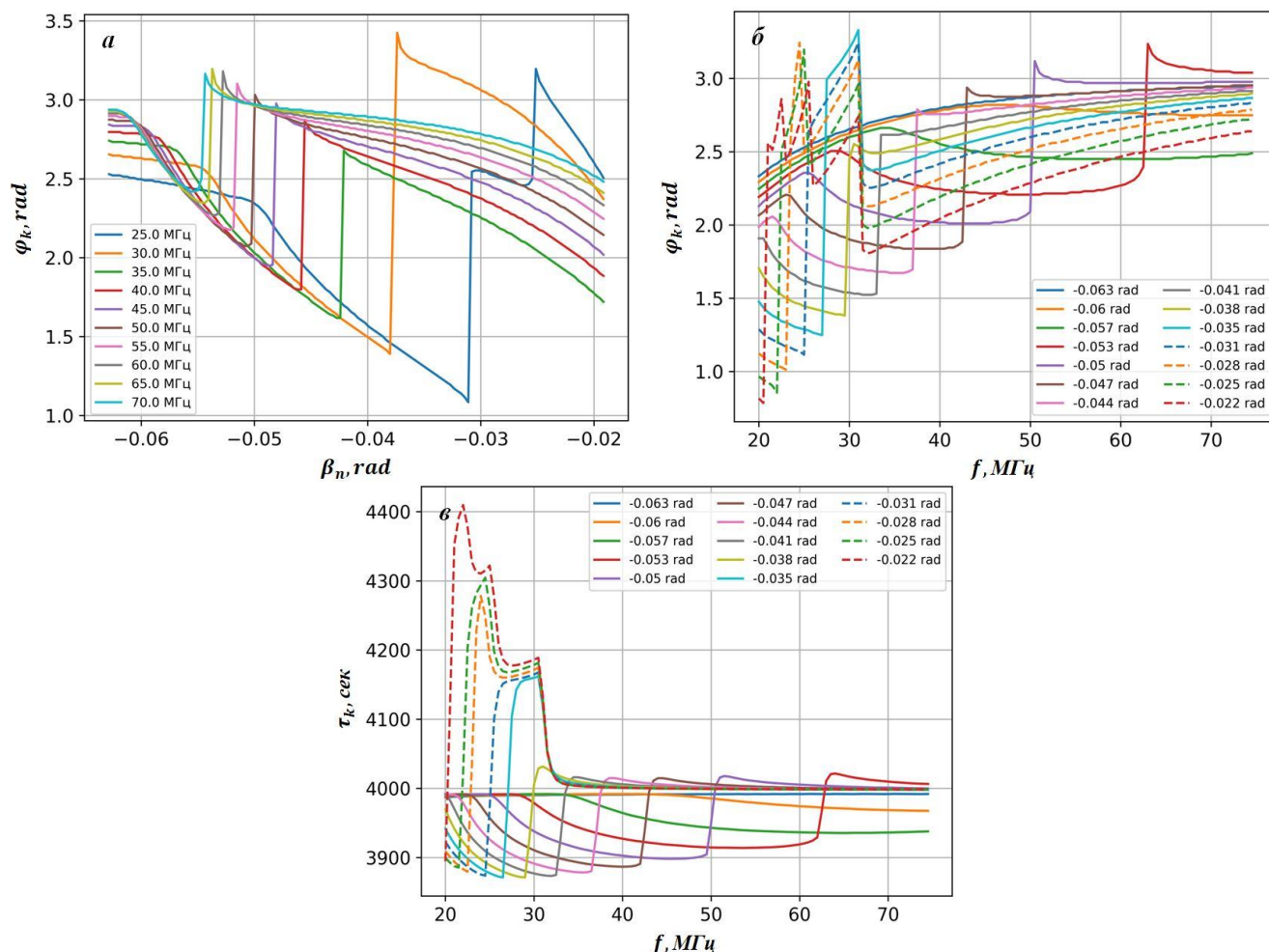


Рисунок 3.4 — Дистанционно-угловая (а), дистанционно-частотная (б) и частотно-временная (в) характеристики радиоизлучения при распространении в звездной короне в присутствии высококонцентрированного плазменного возмущения.

Из анализа ДЧХ (рисунок 3.4б) видно, что возникает смещение области проявления эффекта влияния КВМ в сторону низких частот при уменьшении абсолютного значения угла падения. Такая тенденция связана с тем фактом, что в случае низких частот происходит малое проникновение в плазменный слой. При этом в указанной области частот больше всего происходит влияния на рефракционные характеристики со стороны звездной короны. Также следует отметить, что при увеличении абсолютного значения угла падения расширяется диапазон частот, где наблюдается эффект влияния коронального возмущения. Те же выводы можно сделать и при анализе временной характеристики (рисунок 3.4в). При этом в диапазоне

частот  $f \in [20; 30] \text{ MГц}$  происходит значительное увеличение времени распространения  $\tau_k$ , что соответствует отражению радиоизлучения вдоль обратной стороны КВМ.

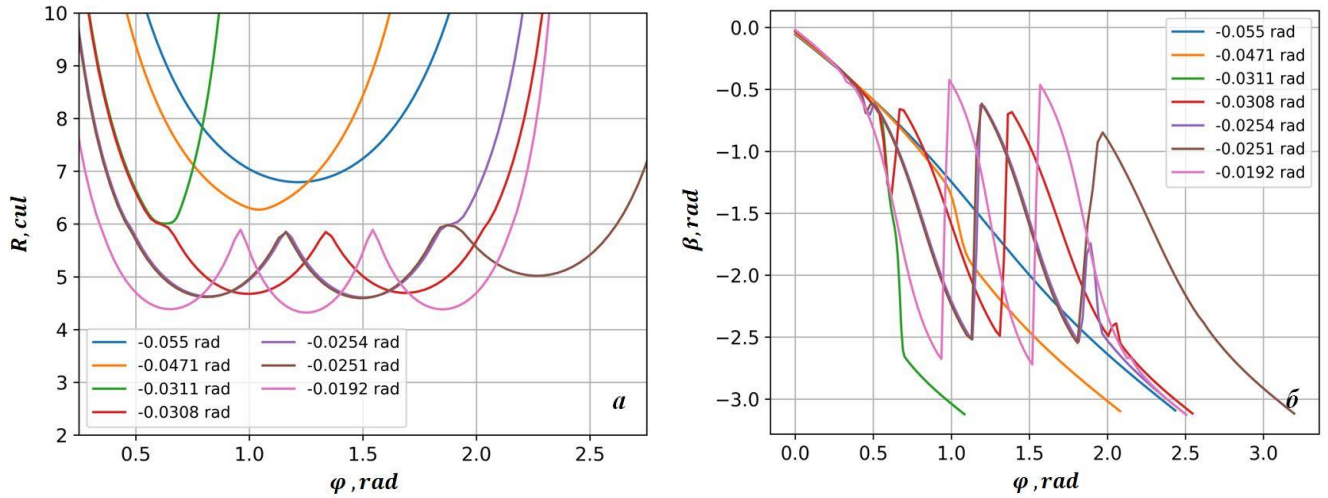


Рисунок 3.5 — Траекторная картина (а) и углы рефракции (б) радиоизлучения на частоте  $f = 25 \text{ MГц}$  при распространении в звездной короне в присутствии высококонцентрированного плазменного возмущения.

Из рисунка 3.5 следует, что увеличение дистанции возникает за счет волноводного механизма распространения. В качестве волноводного канала в рассматриваемом случае выступает промежуток звездной короны между обратной стороной КВМ и фотосферой. Из кривых изменения значения угла рефракции (рисунок 3.5б) видно, что в случае отражения возникает резкое увеличение значения  $\beta(\varphi)$ , что выражается в уменьшении дистанции распространения. Также из кривых изменения радиальной координаты  $R(\varphi)$  (рисунок 3.5а) для частоты  $f = 25 \text{ MГц}$  можно отметить причины двухэтапного увеличения дистанции распространения. Эти эффекты связаны с конечными пространственными масштабами коронального возмущения. При прохождении радиоизлучения в короне возможно соприкосновение с границами КВМ, которые отделяют внешнюю и обратную стороны неоднородности. Первое увеличение вызвано входом луча в волноводный канал (красная кривая), т.е. соприкосновение луча с ближней границей возмущения ( $\varphi \approx 0.6 \text{ rad}$ ). Тогда максимальный эффект увеличения дистанции достигается при выходе луча из волноводного канала, когда происходит отражение луча от дальней границы КВМ (коричневая кривая,  $\varphi \approx 1.9 \text{ rad}$ ).

### 3.3.2 Влияние неоднородности обедненной электронной концентрации на рефракцию излучения

Рассмотрим, как изменятся рефракционные характеристики радиоизлучения при прохождении сквозь околзвездный плазменный слой при наличии в нем области обедненной электронной концентрации. Для этого воспользуемся ранее заданными начальными условиями и параметрами задачи. Плазменное возмущение опишем аналогичным рядом характеристик, за исключением интенсивности, для которой зададим значение  $\mu=1.5$ . Результаты численного эксперимента представлены на рисунке 3.6.

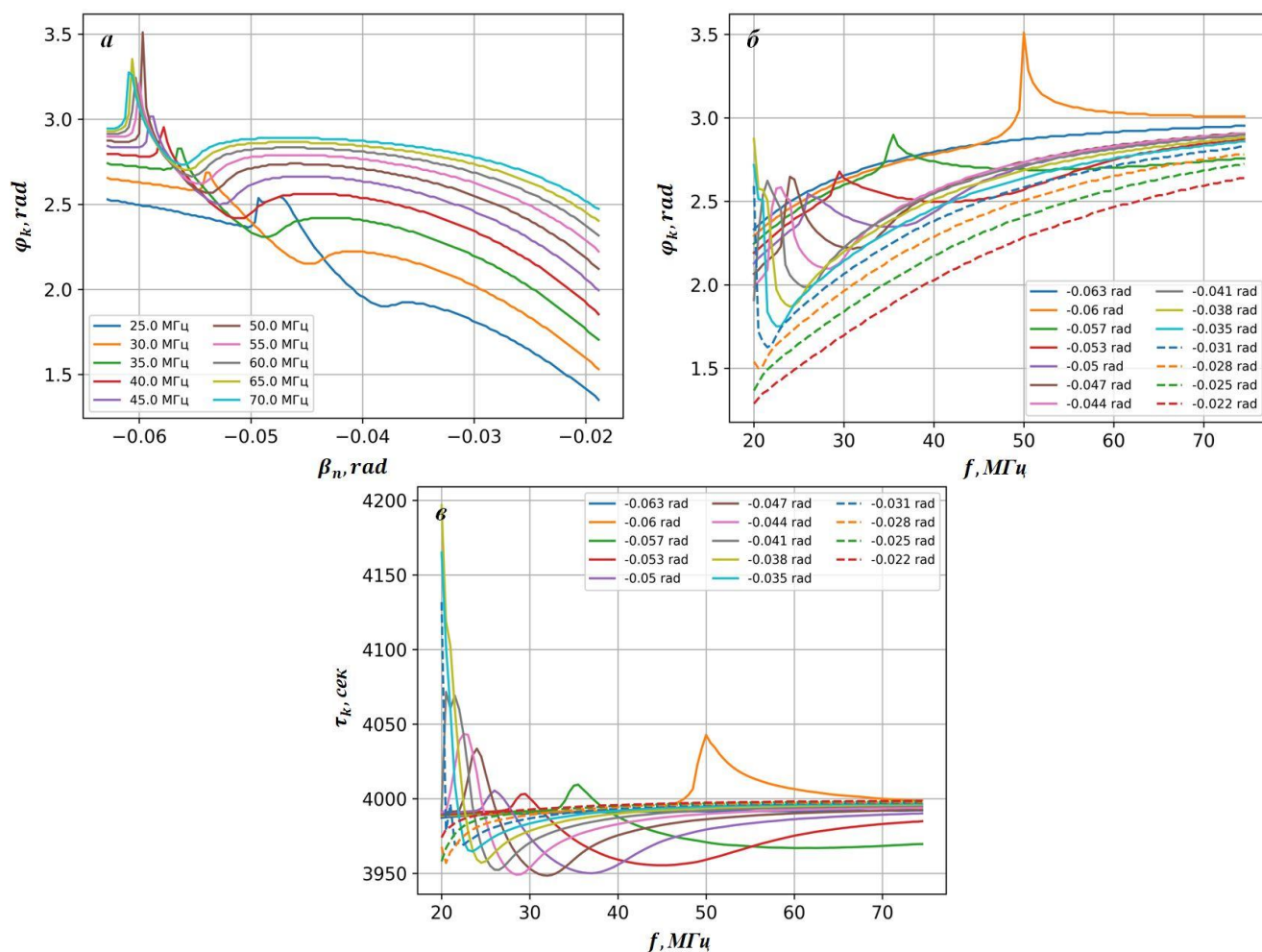


Рисунок 3.6 — Дистанционно-угловая (a), дистанционно-частотная (b) и частотно-временная (c) характеристики радиоизлучения при распространении в звездной короне в присутствии области обедненной электронной концентрации.

Из анализа рассчитанных характеристик видно, что, в отличие от случая плазменного возмущения с обогащенной электронной концентрацией, в случае возмущения с пониженной концентрацией в звездной короне возникают иные эффекты изменения рефракционных характеристик радиоизлучения. При этом изменения характеристик происходят плавно, в отличие от кривых для предыдущего случая неоднородности (рисунок 3.4). Такой характер

изменения в зависимостях связан с эффектом распространения радиоизлучения в полости КВМ. При анализе сформированной ДУХ (рисунок 3.6а) можем отметить, что эффект влияния коронального возмущения на прохождение радиоизлучения сквозь звездную корону концентрируется в узком диапазоне углов падения. При этом, в отличие от ДУХ в случае плотного плазменного образования (рисунок 3.4а), влияние возмущения на рефракционные характеристики смещается в область больших значений угла падения. Граница между распространением радиоизлучения с внешней и обратной стороны КВМ соответствует переходной области, где максимум дистанции сменяется ее минимумом. Такая переходная область имеет некоторую протяженность за счет распространения радиоизлучения внутри полости КВМ. Как и в случае предыдущей задачи, максимальное увеличение дистанции за счет влияния КВМ приводит к регистрации низкочастотного радиоизлучения при расположении источника излучения глубоко в залимбовой области звезды.

Из ДЧХ (рисунок 3.6б) следует, что при уменьшении угла падения проявление эффекта от влияния области обедненной электронной концентрации смещается в сторону более низких частот радиоизлучения. При этом в диапазоне  $f \in [20; 30] \text{ МГц}$  наблюдается наибольшая вероятность проявления эффекта увеличения дистанции распространения при углах  $|\beta_n| \leq 0.05 \text{ rad}$ . Аналогичные изменения наблюдаются и в ВЧХ (рисунок 3.6в). Также следует отметить, что в области частот излучения  $f \in [20; 30] \text{ МГц}$  возникает резкое увеличение времени распространения радиоизлучения в возмущенной звездной короне. Такое увеличение связано непосредственно с распространением радиоизлучения в полости пониженной электронной концентрации. При этом такие существенные изменения в групповой задержке соответствуют волноводному механизму распространения. Для частоты  $f = 50 \text{ МГц}$  при начальном угле  $\beta_n = -0.06 \text{ rad}$  возникает максимальное значение дистанции распространения  $\varphi_k$ , но время  $\tau_k$  сравнимо со временами для частот излучения  $f \in [20; 30] \text{ МГц}$ . Поскольку с повышением частоты радиоизлучения уменьшается воздействие околзвездной плазмы на рефракцию, то в случае высоких частот увеличение дистанции происходит за счет скольжения луча вдоль границы полости КВМ. Для анализа высказанных предположений построим траектории и изменения углов рефракции для частот излучения, при которых возникает экстремум. Результаты представлены на рисунке 3.7.

Из траекторной картины распространения радиоизлучения в звездной короне (рисунок 3.7а) видно, что для частоты  $f = 50 \text{ МГц}$ , действительно, возникает увеличение дистанции за счет скольжения вблизи границы полости КВМ. Такое обстоятельство выражается в сохранении постоянного значения угла рефракции (рисунок 3.7б). В случае частот  $f \in [24.0; 35.5] \text{ МГц}$  дистанция распространения увеличивается за счет проникновения

радиоизлучения в полость КВМ. Эффект от проникновения с последующим выходом за границы полости выражается в резких изменениях значений угла рефракции (см. рисунок 3.7б). В оставшихся случаях, а именно при частотах  $f = \{21.5; 23.0\} \text{ МГц}$ , возникают осциллирующие изменения в траекториях и углах рефракции, вызванные волноводным механизмом распространения. В роли волноводного канала в этом случае выступает непосредственно полость КВМ, в которую луч проникает.

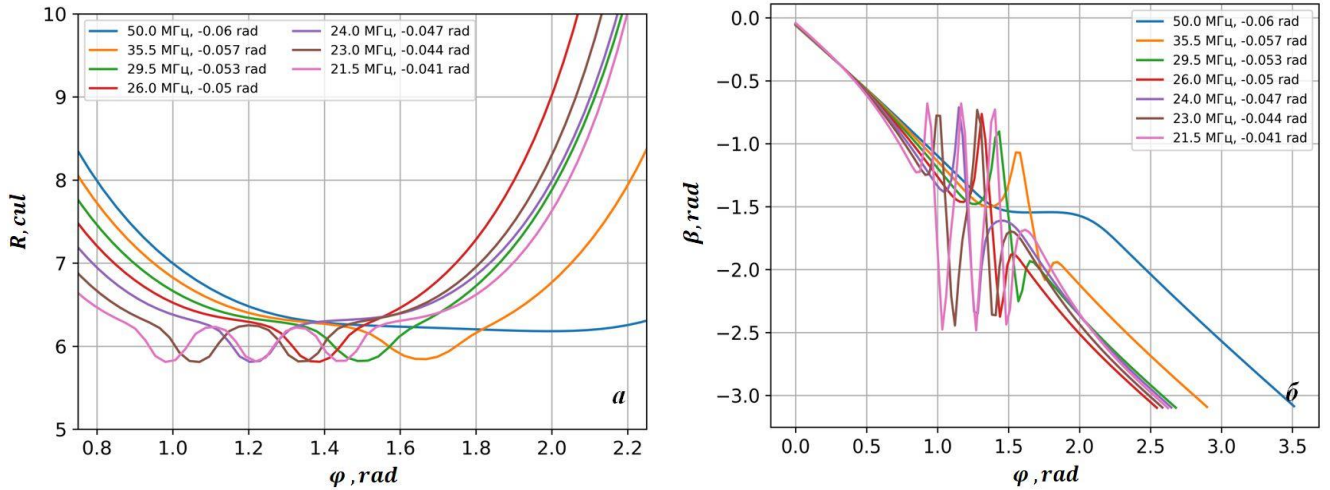


Рисунок 3.7 — Траекторная картина (а) и углы рефракции (б) радиоизлучения при распространении в звездной короне в присутствии области обедненной электронной концентрации.

### 3.3.3 Рефракция излучения дискретных космических источников в условиях сложного коронального выброса

Из предыдущих подразделов следует, что в отдельности оба типа возмущений вносят заметный вклад в рефракционные характеристики радиоизлучения. Отмечено, что возникают особые случаи, когда луч распространяется на значительные расстояния за счет корональной неоднородности и может быть зарегистрирован при расположении источника в залимбовой области. В данном подразделе рассмотрим влияние сложного КВМ на прохождение радиоизлучения сквозь возмущенную звездную корону. Такая модель более полно описывает реальную структуру коронального возмущения.

Для численно-аналитического расчета воспользуемся теми же начальными условиями, что и в предыдущих подразделах, а модель плазменной неоднородности представим в следующем виде:

$$\varepsilon_1 = \left( \frac{f_{pl}}{f} \right)^2 \sum_{i=1}^2 \mu_i \exp \left[ -a_{Ri} (R - R_{Li})^2 - a_{\varphi i} (\varphi - \varphi_{Li})^2 \right] \quad (3.3.3)$$

где интенсивности плазменных структур заданы прежними  $\mu_1 = -\mu_2 = 1.5$ . Фронт КВМ ( $i = 2$ ) и полость КВМ ( $i = 1$ ) опишем параметрами:  $R_{L1} = 6R_s$ ,  $R_{L2} = 6.2R_s$ ,  $\varphi_{L1} = \varphi_{L2} = 1.2$ ,  $a_{R1} = 44.4R_s^{-2}$ ,  $a_{R2} = 400R_s^{-2}$ ,  $a_{\varphi 1} = a_{\varphi 2} = 2.6$ . Результаты расчетов представлены на рисунке 3.8.

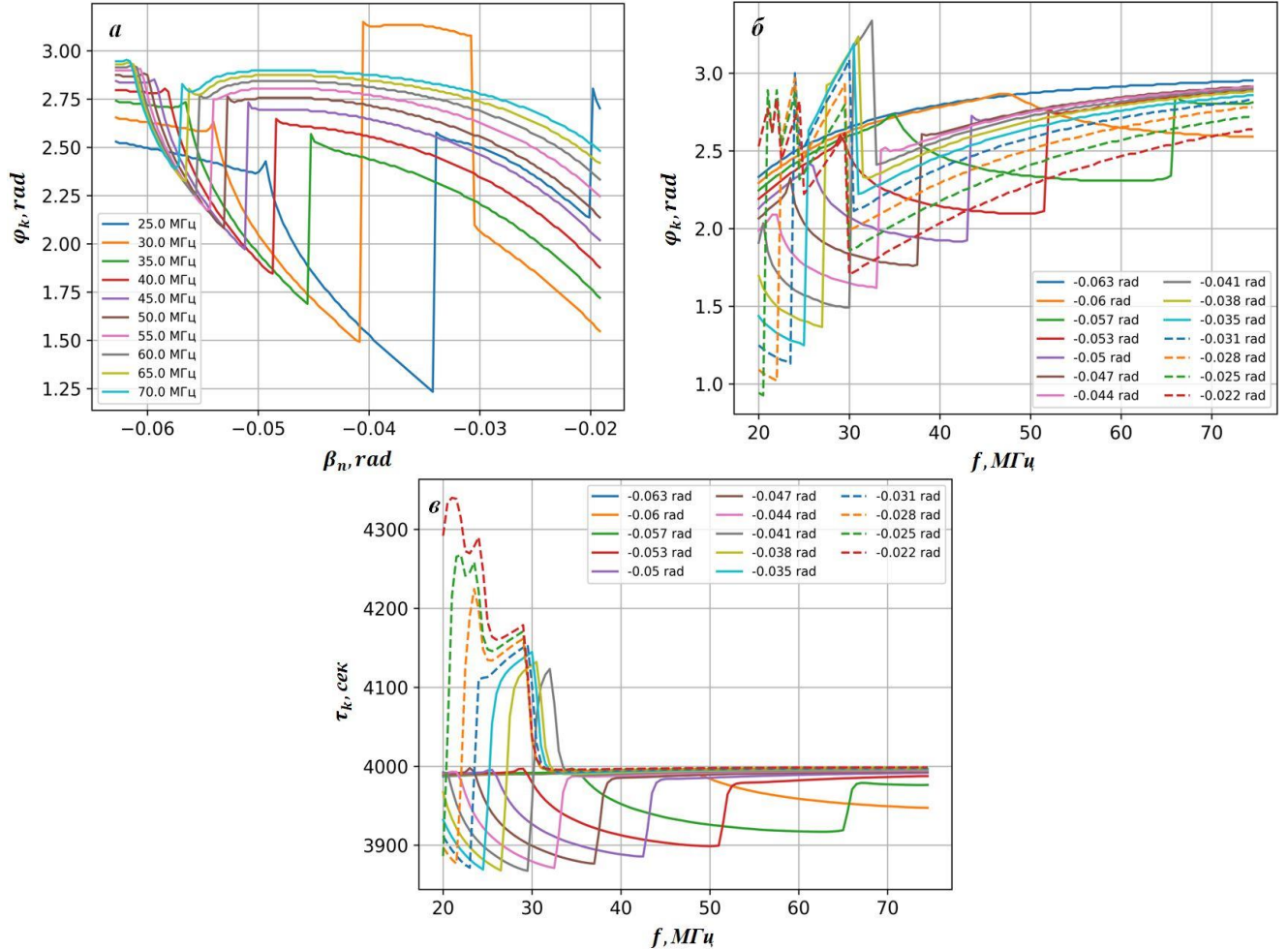


Рисунок 3.8 — Дистанционно-угловая (*a*), дистанционно-частотная (*b*) и частотно-временная (*c*) характеристики радиоизлучения при распространении в звездной короне в присутствии сложной плазменной структуры.

Из анализа рассчитанных зависимостей следует отметить сходство поведения кривых с аналогичными кривыми на рисунке 3.4. Однако за счет присутствия области обедненной электронной концентрации возникают отличия. В случае ДУХ (рисунок 3.8*a*) можем заметить, что эффект увеличения дистанции распространения незначителен в сравнении с результатами расчетов для каждого компонента КВМ в отдельности. Также заметим, что для рабочих частот излучения  $f = \{25; 30\} \text{ МГц}$  возникают особенности поведения рефракционных характеристик по сравнению с кривыми на рисунке 3.4*a*. В случае рабочей частоты  $f = 25 \text{ МГц}$  произошло увеличение диапазона углов падения между двухэтапным изменением дистанции распространения. Особым случаем является рабочая частота  $f = 30 \text{ МГц}$ , где образовался

«полосовой» эффект, связанный с квазипостоянством значения  $\varphi_k$ . Такой эффект возникает в силу конечных размеров коронального возмущения. Для интерпретации формирования сложной кривой для случая  $f = 30 \text{ МГц}$  ниже представлены траекторная картина и изменения угла рефракции (см. рисунок 3.9).

При анализе ДЧХ (рисунок 3.8б) важно отметить, что диапазон рабочих частот, где возникает влияние коронального возмущения, уменьшается по сравнению с результатами на рисунке 3.4б. Для всех углов падения излучения происходит расширение диапазона, где отмечается эффект существенного увеличения дистанции. Такое увеличение дистанции происходит в диапазоне рабочих частот  $f \in [25; 35] \text{ МГц}$ . Те же выводы можно сделать и в случае ВЧХ (рисунок 3.8в). Следует отметить, что из-за дополнительного влияния полости групповое время распространения уменьшается.

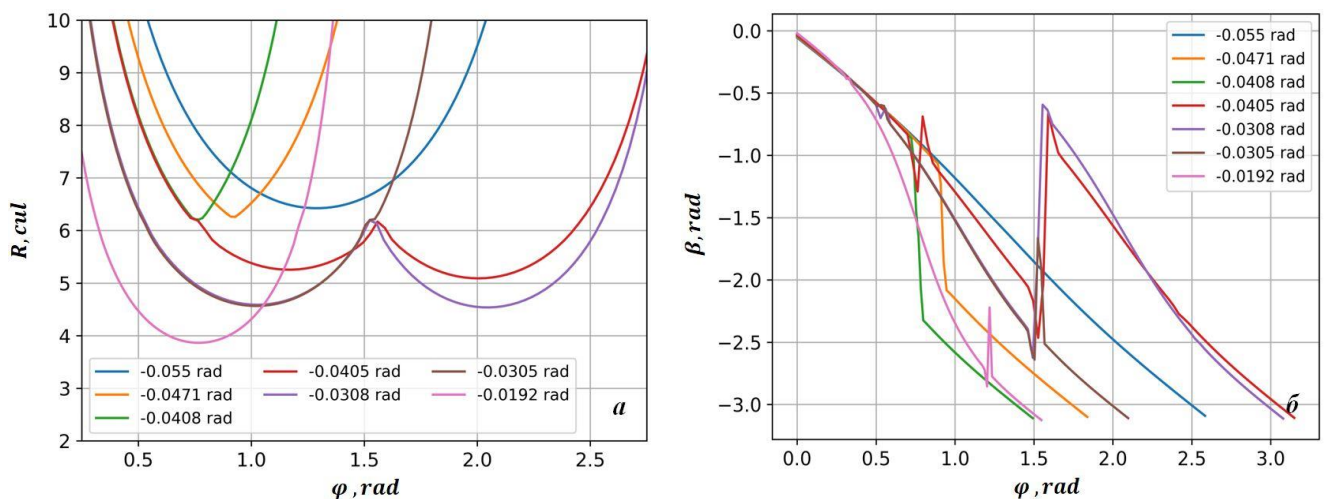


Рисунок 3.9 — Траекторная картина (а) и углы рефракции (б) радиоизлучения на частоте  $f = 30 \text{ МГц}$  при распространении в звездной короне в присутствии сложной модели плазменного возмущения.

Из полученных результатов (рисунок 3.9) видно, что отражение от фронта КВМ проявляется в виде излома траектории (рисунок 3.9а) и существенного изменения в значениях угла рефракции (рисунок 3.9б). Из анализа кривой для  $\beta_n = -0.0405$  видно, что существенное увеличение дистанции связано с отражением луча от фронта КВМ при распространении от фотосферы после точки поворота. При этом по изменениям угла рефракции можно отметить несколько важных этапов. Сначала происходит взаимодействие с фронтом КВМ с последующим проникновением луча в полость и выходом за ее пределы ( $\varphi_k \in [0.7; 0.9]$ ). После точки поворота ( $\varphi_k \approx 1.2$ ) луч вновь взаимодействует с полостью ( $\varphi_k \in [1.4; 1.55]$ ), отражается от фронта КВМ ( $\varphi_k \approx 1.6$ ) и окончательно выходит за пределы полости ( $\varphi_k \approx 1.65$ ). В случае

кривой для  $\beta_n = -0.0305$  заметное уменьшение дистанции связано с эффектом прохождения луча сквозь фронт КВМ.

### 3.4 Пространственное ослабление потока излучения внешнего источника в возмущенной звездной короне

В данном разделе проведем численно-аналитические расчеты рефракционного ослабления потока энергии низкочастотного радиоизлучения при распространении в возмущенной звездной короне. Значения фактора фокусировки будут оцениваться посредством численного расчета системы лучевых дифференциальных уравнений (1.1.18) совместно с системой (1.1.19) при следующих начальных условиях:  $R(\varphi = 0) = R_n = 100 \text{ cul}$ ,  $\beta(\varphi = 0) = \beta_n \in [-0.063; -0.02]$ ,  $\dot{R}(\varphi = 0) = 0 \text{ cul}$ ,  $\dot{\beta}(\varphi = 0) = 1$ . Важно отметить, что оценка лучевой расходимости будет проводиться относительно свободного пространства. Результаты расчетов будем представлять в виде кривых изменения фактора фокусировки от угловой координаты  $\varphi$  для различных значений угла падения. Анализ особенностей поведения характеристик проведем для рассмотренных ранее моделей коронального возмущения, которые опишем теми же параметрами. Поскольку во всех сформированных характеристиках (раздел 3.3) в диапазоне рабочих частот  $f \in [25; 35] \text{ МГц}$  возникали различные рефракционные эффекты, то при моделировании ограничимся рассмотрением, например, рабочей частоты  $f = 25 \text{ МГц}$ . Полученные зависимости представлены на рисунке 3.10. Важно отметить, что из рассмотрения будут исключены области в окрестностях источника радиоизлучения и приемника, поскольку больший интерес представляет влияние возмущенной звездной короны на лучевую расходимость.

Из полученных результатов расчета изменения фактора фокусировки в процессе прохождения радиоизлучения сквозь возмущенную звездную корону видно, что на всех кривых присутствуют области существенного увеличения значения фактора фокусировки. Такие области соответствуют сближению лучей в свободном пространстве и при прохождении в возмущенной звездной короне. В силу ранее проведенных исследований (раздел 3.3) волноводный механизм распространения в околозвездной среде проявляется в характеристиках формированием нескольких областей существенного увеличения значений фактора фокусировки. Количество таких областей зависит от числа периодов осцилляций траектории в окрестности плазменного возмущения. Отличия между кривыми соответствующих значений углов падения для каждого типа КВМ связаны непосредственно с особенностями влияния плазменного возмущения на рефракционные характеристики радиоизлучения.

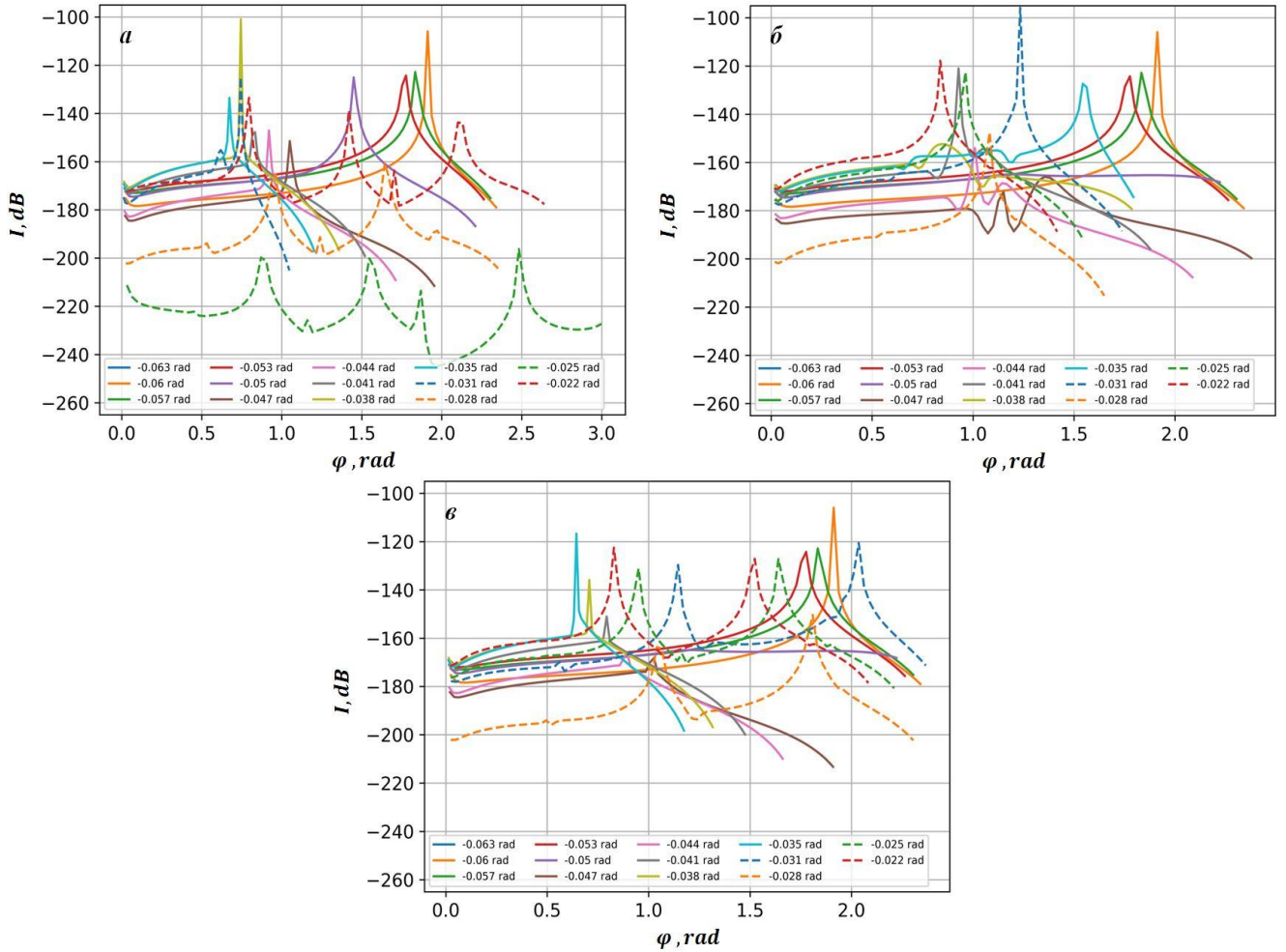


Рисунок 3.10 — Рефракционное ослабление потока энергии низкочастотного радиоизлучения при распространении в возмущенной звездной короне в присутствии области обогащенной (**a**) и области обедненной (**б**) электронной концентрации и сложной плазменной структуры (**в**) относительно луча в свободном пространстве для случая рабочей частоты  $f = 25 \text{ МГц}$  при различных углах падения.

Однако такие оценки весьма приближены, что выражается в больших отрицательных значениях фактора фокусировки. Связано это с тем, что в свободном пространстве луч может преодолевать другие участки, сильно отдаленные от траектории луча в звездной короне. Это обстоятельство особенно критично для случаев распространения радиоизлучения на большие дистанции, когда луч в свободном пространстве, по сути, пересекает звезду. В связи с этим, предлагается вычислять изменения радиальной координаты луча в свободном пространстве  $R_0(\varphi_0)$ , входящие в зависимость (1.1.21), с помощью следующей кусочно-заданной функции:

$$R_0(\varphi_0) = \begin{cases} R_n \frac{\sin(\beta_n + \varphi_0)}{\sin \beta_n}, & \varphi_0 \leq \varphi_L \\ R_k \frac{\sin(\beta_n + \varphi_k - \varphi_0)}{\sin \beta_n}, & \varphi_0 > \varphi_L \end{cases} \quad (3.4.1)$$

Проведем перерасчет изменений фактора фокусировки для случая сложной плазменной структуры в звездной короне (рисунок 3.10в) на основании функции (3.4.1). Результаты представлены на рисунке 3.11.

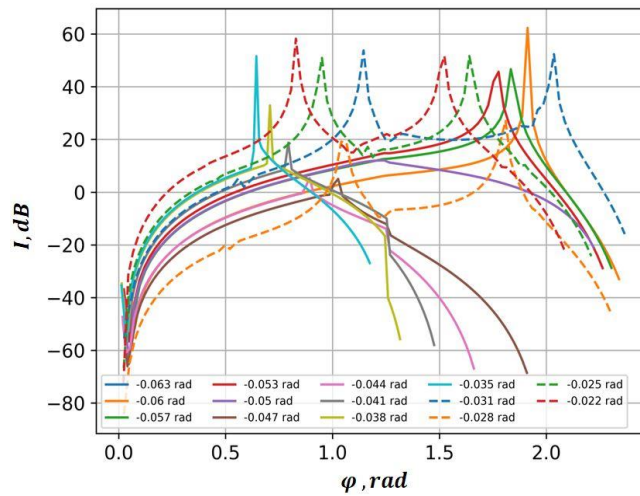


Рисунок 3.11 — Рефракционное ослабление потока энергии низкочастотного радиоизлучения при распространении в возмущенной звездной короне в присутствии сложной плазменной структуры относительно луча в свободном пространстве, описанного кусочно-заданной функцией, для случая рабочей частоты  $f = 25 \text{ МГц}$  при различных углах падения.

Из анализа рисунка 3.11 видно, что значения фактора фокусировки стали гораздо меньше. Таким образом, можно говорить о повышении точности оценки лучевой расходимости путем формирования кусочно-заданных функций, аналогичных достаточно простой реализации (3.4.1). Говоря о задании более точных разновидностей зависимостей, имеется в виду случай  $\beta_n = -0.038 \text{ rad}$ . Для указанного значения угла падения можно заметить излом в кривой. Данная неточность в оценке изменений фактора фокусировки связана с тем, что в окрестности  $\varphi \approx 1.2 \text{ rad}$  располагается центр локализации звездного возмущения. Для подобных случаев можно использовать аналогичную модель (3.4.1) с заменой  $\varphi_L$  на угловую координату  $\varphi$ , где возникает точка поворота луча в звездной короне. Также важно отметить, что положительные значения фактора фокусировки соответствуют сближению лучей в свободном пространстве и при прохождении сквозь возмущенную звездную корону, а в точках экстремума они имеют возможность соприкосновения друг с другом.

### 3.5 Возможности определения параметров возмущения звездной короны по данным многочастотного просвечивания

Как было показано выше, эффекты влияния звездных корон и входящих в их состав плазменных возмущений различного типа приводят к значительным изменениям в

рефракционных характеристиках потока радиоизлучения. Каждый тип плазменной неоднородности имеет свои особенности влияния на рефракционные характеристики радиоизлучения. В этих условиях при решении астрофизических задач важным является обратная задача по восстановлению параметров возмущения, через которое прошло излучение. Одним из способов оценки влияния плазменного возмущения на распространение радиоизлучения является численное решение уравнения для группового времени запаздывания (1.1.16) [58, 59]:

$$\frac{d\tau}{d\varphi} = \frac{R}{c\sqrt{\varepsilon(R, \varphi)} \sin \beta}, \quad (3.5.1)$$

— совместно с системой лучевых дифференциальных уравнений (1.1.18):

$$\frac{dR}{d\varphi} = R \operatorname{ctg} \beta, \quad \frac{d\beta}{d\varphi} = \frac{1}{2\varepsilon(R, \varphi)} \left( \frac{\partial \varepsilon(R, \varphi)}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta - R \frac{\partial \varepsilon(R, \varphi)}{\partial R} \right) - 1. \quad (3.5.2)$$

В общем случае геометрию просветной задачи можно представить следующим образом (см. рисунок 3.12).

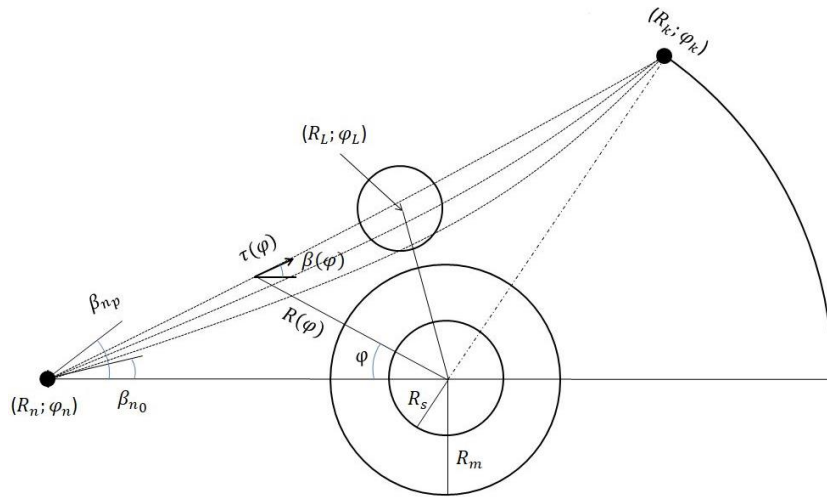


Рисунок 3.12 — Геометрия задачи.  $(R_n; \varphi_n)$  — координаты источника радиоизлучения относительно центра звезды;  $(R_k; \varphi_k)$  — координаты приемника;  $(R_L; \varphi_L)$  — координаты положения плазменного возмущения;  $R_s$  — радиус звезды;  $[\beta_{n0}; \beta_{np}]$  — диапазон начальных углов излучения.

Представляет интерес исследовать возможности оценки параметров коронального возмущения путем расчета вариации групповой задержки радиоизлучения дискретного источника. Таким образом, воспользуемся следующими разложениями:

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_0 + \tau_1, & R &= R_0 + R_1, & \beta &= \beta_0 + \beta_1; \\ \varepsilon(R, \varphi) &= \varepsilon_0(R_0 + R_1) + \varepsilon_1(R_0 + R_1, \varphi) \approx \varepsilon_0(R_0) + R_1 \frac{\partial \varepsilon_0(R_0)}{\partial R_0} + \varepsilon_1(R_0, \varphi), \end{aligned} \quad (3.5.3)$$

где  $\tau_0, R_0, \beta_0$  — характеристики радиоизлучения при распространении в фоновой звездной короне;  $\tau_1, R_1, \beta_1$  — их вариации. Подставляя разложения (3.5.3) в уравнения (3.5.1) и (3.5.2), получим систему порождающих уравнений:

$$\frac{d\tau_0}{d\varphi} = \frac{R_0}{c\sqrt{\varepsilon_0(R_0)} \sin \beta_0}, \quad \frac{dR_0}{d\varphi} = R_0 \operatorname{ctg} \beta_0, \quad \frac{d\beta_0}{d\varphi} = -\frac{R_0}{2\varepsilon_0(R_0)} \frac{\partial \varepsilon_0(R_0)}{\partial R_0} - 1. \quad (3.5.4)$$

Уравнение на расчет вариации групповой задержки  $\tau_1$  примет вид:

$$\frac{d\tau_1}{d\varphi} = \frac{R_1}{c\sqrt{\varepsilon_0(R_0)} \sin \beta_0} - \frac{R_0 \beta_1 \cos \beta_0}{c\sqrt{\varepsilon_0(R_0)} \sin^2 \beta_0} - \frac{R_0}{c\varepsilon_0^{3/2}(R_0) \sin \beta_0} \left[ R_1 \frac{\partial \varepsilon_0(R_0)}{\partial R_0} + \varepsilon_1(R_0, \varphi) \right], \quad (3.5.5)$$

— а уравнения для оценки вариаций  $R_1$  и  $\beta_1$  будут иметь следующую запись:

$$\begin{aligned} \frac{dR_1}{d\varphi} &= R_1 \operatorname{ctg} \beta_0 - \frac{R_0 \beta_1}{\sin^2 \beta_0}; \\ \frac{d\beta_1}{d\varphi} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\varepsilon_1(R_0, \varphi)}{\varepsilon_0(R_0)} \right) \operatorname{ctg} \beta_0 - R_0 \frac{\partial}{\partial R_0} \left( \frac{\varepsilon_1(R_0, \varphi)}{\varepsilon_0(R_0)} \right) \right) - \\ &\quad - \frac{R_1}{2\varepsilon_0(R_0)} \left( \frac{\partial \varepsilon_0(R_0)}{\partial R_0} \right) - \frac{R_1 R_0}{2} \frac{\partial}{\partial R_0} \left( \frac{1}{\varepsilon_0(R_0)} \left( \frac{\partial \varepsilon_0(R_0)}{\partial R_0} \right) \right). \end{aligned} \quad (3.5.6)$$

Проведем преобразование уравнения (3.5.5). Для этого из первого уравнения (3.5.6) на вариацию  $R_1$  выразим  $\beta_1$ , а после подставим полученное выражение в (3.5.5):

$$\tau_1 = \frac{1}{c} \int_0^{\varphi_k} \left( \frac{R_1 \sin \beta_0}{\sqrt{\varepsilon_0(R_0)}} - \frac{R_1 R_0}{\varepsilon_0^{3/2}(R_0) \sin \beta_0} \frac{\partial \varepsilon_0(R_0)}{\partial R_0} + \frac{\cos \beta_0}{\sqrt{\varepsilon_0(R_0)}} \frac{dR_1}{d\varphi} - \frac{R_0 \varepsilon_1(R_0, \varphi)}{\varepsilon_0^{3/2}(R_0) \sin \beta_0} \right) d\varphi, \quad (3.5.7)$$

где  $\varphi_k$  — угловая координата положения приемника радиоизлучения. В подынтегральном выражении (3.5.7) третье слагаемое следует брать по частям. С учетом того, что  $R_1(0) = R_1(\varphi_k) = 0$ , выражение для расчета вариации групповой задержки  $\tau_1$  будет:

$$\tau_1 = \int_0^{\varphi_k} \left( \frac{2R_1 \sin \beta_0}{c\sqrt{\varepsilon_0(R_0)}} \left[ 1 + \frac{d\beta_0}{d\varphi} \right] - \frac{R_0 \varepsilon_1(R_0, \varphi)}{\varepsilon_0^{3/2}(R_0) \sin \beta_0} \right) d\varphi. \quad (3.5.8)$$

Анализ выражения (3.5.8) позволяет отметить, что для вычисления  $\tau_1$ , необходимо учитывать вариацию траектории  $R_1(\varphi)$  вдоль невозмущенной траектории  $R_0(\varphi)$ . Преобразуем уравнения из (3.5.6) к виду:

$$\frac{dR_1}{d\varphi} = a_{11}R_1 + a_{12}\beta_1, \quad \frac{d\beta_1}{d\varphi} = a_{21} + D, \quad (3.5.9)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= \operatorname{ctg} \beta_0, \quad a_{12} = -R_0 \sin^{-2} \beta_0, \quad D = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\varepsilon_1(R_0, \varphi)}{\varepsilon_0(R_0)} \right) \operatorname{ctg} \beta_0 - R_0 \frac{\partial}{\partial R_0} \left( \frac{\varepsilon_1(R_0, \varphi)}{\varepsilon_0(R_0)} \right) \right); \\ a_{21} &= -\frac{1}{2\varepsilon_0(R_0)} \left( \frac{\partial \varepsilon_0(R_0)}{\partial R_0} \right) - \frac{R_0}{2} \frac{\partial}{\partial R_0} \left( \frac{1}{\varepsilon_0(R_0)} \left( \frac{\partial \varepsilon_0(R_0)}{\partial R_0} \right) \right). \end{aligned} \quad (3.5.10)$$

Сведем уравнения (3.5.9) к дифференциальному уравнению второго порядка:

$$\frac{d^2 R_1}{d\varphi^2} - b_1 \frac{dR_1}{d\varphi} - b_2 R_1 = B, \quad (3.5.11)$$

где  $b_1 = a_{11} + \frac{1}{a_{12}} \frac{da_{12}}{d\varphi}$ ;  $b_2 = \frac{da_{11}}{d\varphi} - \frac{a_{11}}{a_{12}} \frac{da_{12}}{d\varphi} + a_{12} a_{21}$ ;  $B = a_{12} D$ . Решая уравнение (3.5.11) методом

Лагранжа, получаем:

$$R_1(\varphi) = Y_1(\varphi) \int_{\varphi_k}^{\varphi} \frac{B(\varphi') Y_2(\varphi')}{W(\varphi')} d\varphi' - Y_2(\varphi) \int_0^{\varphi} \frac{B(\varphi') Y_1(\varphi')}{W(\varphi')} d\varphi', \quad (3.5.12)$$

где  $W(\varphi)$  — определитель Вронского:

$$W(\varphi) = \begin{vmatrix} Y_1 & Y_2 \\ \frac{dY_1}{d\varphi} & \frac{dY_2}{d\varphi} \end{vmatrix} = Y_1 \frac{dY_2}{d\varphi} - Y_2 \frac{dY_1}{d\varphi} = p \exp \left[ \int_0^{\varphi} b_1 d\varphi' \right]. \quad (3.5.13)$$

Заметим, что правая часть равенства (3.5.13) соответствует формуле Остроградского-Лиувилля, а  $Y_1(\varphi)$  и  $Y_2(\varphi)$  — фундаментальные решения, которые, используя теорему Пуанкаре, возьмем в виде:

$$Y_1(\varphi) = \frac{\partial R_0}{\partial \beta_n}, \quad Y_2(\varphi_k - \varphi) = \frac{\partial R_0}{\partial \beta_n}, \quad (3.5.14)$$

причем  $Y_1(0) = 0$  и  $Y_2(\varphi_k) = 0$ . Постоянная  $p$  определяется с помощью выражения (3.5.13) с учетом ранее введенных обозначений и краевых условий Дирихле для фундаментальных решений. Таким образом, решение для вариации траектории  $R_1(\varphi)$  будет:

$$R_1(\varphi) = Y_1(\varphi) \int_{\varphi}^{\varphi_k} \frac{D(\varphi') Y_2(\varphi')}{Y_1(\varphi_k)} \frac{R_n}{R_0} d\varphi' + Y_2(\varphi) \int_0^{\varphi} \frac{D(\varphi') Y_1(\varphi')}{Y_1(\varphi_k)} \frac{R_n}{R_0} d\varphi', \quad (3.5.15)$$

где  $R_n$  — радиальная координата положения дискретного источника радиоизлучения.

Подставляя решение для вариации траектории (3.5.15) в выражение (3.5.8), получим:

$$\tau_1 = \frac{1}{c} \int_0^{\varphi_k} (D(\varphi) V(\varphi) + F \varepsilon_1(R_0, \varphi)) d\varphi, \quad (3.5.16)$$

где

$$V(\varphi) = H_1(\varphi) \int_0^{\varphi} L_1(\varphi') d\varphi' + H_2(\varphi) \int_{\varphi}^{\varphi_k} L_2(\varphi') d\varphi';$$

$$H_1(\varphi) = \frac{Y_2(\varphi)}{Y_1(\varphi_k)} \frac{R_n}{R_0}, \quad H_2(\varphi) = \frac{Y_1(\varphi)}{Y_1(\varphi_k)} \frac{R_n}{R_0}, \quad F = -\frac{R_0}{2 \varepsilon_0^{3/2} (R_0) \sin \beta_0};$$

$$L_1(\varphi) = 2 \sin \beta_0 \left[ 1 + \frac{d\beta_0}{d\varphi} \right] Y_1(\varphi), \quad L_2(\varphi) = 2 \sin \beta_0 \left[ 1 + \frac{d\beta_0}{d\varphi} \right] Y_2(\varphi).$$

Подставляя в (3.5.16) в выражение для функции  $D(\varphi)$  (3.5.10), получаем:

$$\tau_1 = \frac{1}{c} \int_0^{\varphi_k} (M_1(\varphi) + M_2(\varphi)) \varepsilon_1(R_0, \varphi) d\varphi, \quad (3.5.17)$$

$$\text{где } M_1(\varphi) = F + PV(\varphi), \quad P = \frac{R_0}{2\varepsilon_0^2(R_0)} \frac{\partial \varepsilon_0(R_0)}{\partial R_0}, \quad M_2(\varphi) = \frac{V(\varphi)}{2\varepsilon_0(R_0)} \left( \text{ctg} \beta_0 \frac{\partial}{\partial \varphi} - R_0 \frac{\partial}{\partial R_0} \right).$$

С учетом того, что плазменный выброс звезды локализован в пространстве,  $\varepsilon_1(R_0, \varphi)$  можно записать в общем случае:

$$\varepsilon_1(R_0, \varphi) = \mu \exp[-g(R_0, \varphi)], \quad (3.5.18)$$

где  $g(R_0, \varphi)$  — дифференцируемая функция, описывающая структуру звездного КВМ. Предполагая, что пространственные масштабы короны звезды много больше масштабов плазменного выброса, интеграл (3.5.17) с учетом (3.5.18) можно приближенно вычислить с помощью метода Лапласа [163]:

$$\tau_1 = \int_0^{\varphi_k} X(\varphi) \exp[-g(R_0, \varphi)] d\varphi \approx X(\varphi_s) \exp[-g(R_s, \varphi_s)] \sqrt{\frac{2\pi}{\left. \frac{d^2 g(R_0, \varphi)}{d\varphi^2} \right|_{\varphi=\varphi_s}}}, \quad (3.5.19)$$

где  $R_s, \varphi_s$  — значения радиальной и угловой координат в точке наибольшего вклада, которые можно определить из выражения:

$$\left. \frac{dg(R_0, \varphi)}{d\varphi} \right|_{\varphi=\varphi_s} = \left[ \frac{\partial g(R_0, \varphi)}{\partial \varphi} + \frac{\partial g(R_0, \varphi)}{\partial R_0} \frac{dR_0}{d\varphi} \right] \Big|_{\varphi=\varphi_s} = 0. \quad (3.5.20)$$

Тогда с учетом (3.5.20) выражение (3.5.17) преобразуется к виду:

$$\tau_1 \approx \left[ M_1(\varphi_s) - M_2'(\varphi_s) \frac{\partial g(R_0, \varphi)}{\partial R_0} \Big|_{\varphi=\varphi_s} \right] \exp[-g(R_s, \varphi_s)] \sqrt{\frac{2\pi}{\left. \frac{d^2 g((R_0, \varphi))}{d\varphi^2} \right|_{\varphi=\varphi_s}}}, \quad (3.5.21)$$

$$\text{где } M_2'(\varphi) = -\frac{V(\varphi)}{2\varepsilon_0(R_0)} \frac{R_0}{\sin^2 \beta_0}.$$

Пусть функция  $g(R_0, \varphi)$  описывается следующим образом:

$$g(R_0, \varphi) = a_R (R_0 - R_L)^2 + a_\varphi (\varphi - \varphi_L)^2, \quad (3.5.22)$$

где  $a_R, a_\varphi$  — пространственные масштабы плазменного выброса звезды,  $R_L, \varphi_L$  — соответственно радиальная и угловая координаты центра локализации КВМ, тогда выражение (3.5.21) примет вид:

$$\tau_1 \approx \frac{\mu}{c} [M_1(\varphi_s) + 2a_R M_2'(\varphi_s)(R_s - R_L)] \exp[-a_R (R_0 - R_L)^2 - a_\varphi (\varphi - \varphi_L)^2] \times \sqrt{\pi \left( a_\varphi + a_R \left( \frac{dR_0}{d\varphi} \right)^2 + a_R (R_0 - R_L) \frac{d^2 R_0}{d\varphi^2} \right)^{-1} \Big|_{\varphi=\varphi_s}}. \quad (3.5.23)$$

Полагая, что точка основного вклада совпадает с точкой локализации КВМ, т.е.  $\varphi_s = \varphi_L$  и  $R_s = R_L$ , выражение (3.5.23) упрощается:

$$\tau_1 \approx \frac{\mu}{c} M_1(\varphi_L) \sqrt{\frac{\pi}{\left( a_\varphi + a_R \left( \frac{dR_0}{d\varphi} \right)^2 \right)_{\varphi=\varphi_L}}}. \quad (3.5.24)$$

Заметим, что входящие в выражения (3.5.23) и (3.5.24) пространственные масштабы плазменного возмущения можно определить на основе данных наблюдений в оптическом и рентгеновском диапазонах. Тогда просвечивание выброса сигналами на различных частотах радиодиапазона позволяет по разности групповых задержек определить параметр  $\mu$ , характеризующий максимальное возмущение выброса. В условиях сильного градиента передней части выброса эта разность не будет нулевой, поскольку волны радиодиапазона испытывают значительную рефракцию на фронте возмущения. Что касается характеристик невозмущенных траекторий, входящих в (3.5.23) и (3.5.24), то они могут быть рассчитаны с помощью лучевых уравнений (3.5.4) при заданной модели невозмущенной звездной короны (1.2.6). Из формул (3.5.23) и (3.5.24) следует, что вариация времени группового запаздывания уменьшается с ростом рабочей частоты. На более низких частотах возникают максимальные вариации  $\tau_1$ , соответствующие траекториям, проходящим вблизи переднего фронта коронального выброса. Рост вариаций групповой задержки непосредственно следует из формулы (3.5.8), куда входит возмущение траектории  $R_1(\varphi)$  и функция диэлектрической проницаемости выброса  $\varepsilon_1(R_0, \varphi)$ . Интеграл по траектории от возмущения  $\varepsilon_1$  зависит от длины пути луча внутри плазменного выброса и растет при ее увеличении. Поправка  $R_1(\varphi)$  зависит от функции  $D(\varphi)$ , которая, в свою очередь, определяется пространственными градиентами  $\varepsilon_1(R_0, \varphi)$ . Для модели коронального возмущения (3.3.2) наибольшая вариация  $R_1(\varphi)$  возникает в случае просвечивания выброса вблизи его переднего фронта, а не внутри его, где градиент диэлектрической проницаемости существенно меньше

Предположим, что масштабы задачи много больше звездной короны и возмущения. Тогда можем воспользоваться приближением, что детерминированная часть диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_0(R_0) \approx 1$ . Для получения конечных аналитических соотношений ограничимся предположением о присутствии в звездной короне простого плазменного возмущения в виде области пониженной электронной концентрации. Функцию  $\varepsilon_1(R_0, \varphi)$  опишем следующей зависимостью:

$$\varepsilon_1(R_0, \varphi) = - \left( \frac{f_{pl}}{f} \right)^2 \left( \frac{R_m}{R} \right)^2 + \mu \left( \frac{f_{pl}}{f} \right)^2 \exp \left[ - a_R (R_0 - R_L)^2 - a_\varphi (\varphi - \varphi_L)^2 \right] \quad (3.5.25)$$

где первое слагаемое отвечает за фоновую корону звезды, а второе — описывает плазменное возмущение. Для оценки интенсивности возмущения предлагается использовать рабочие частоты, на которых эффекты регулярной рефракции значительны, но не приводят к волноводному механизму распространения. Тогда общую групповую задержку радиоизлучения можно представить в виде суммы:

$$\tau = U_1 + U_2 + U_3, \quad (3.5.26)$$

где  $U_1$  — время группового запаздывания при распространении радиоизлучения в свободном пространстве;  $U_2$  — задержка при распространении в фоновой короне звезды;  $U_3$  — задержка, возникающая при распространении в полости плазменного возмущения звезды.

Выражение для оценки групповой задержки в свободном пространстве  $U_1$  можем получить, решая порождающую систему уравнений (3.5.4):

$$U_1 = \frac{2R_n \sin \beta_n}{c} (\text{ctg}(\beta_n) - \text{ctg}(\beta_n - \varphi_k)). \quad (3.5.27)$$

Аналитическое соотношения для оценки времени запаздывания при распространении в фоновой короне звезды  $U_2$  получим, применяя выражение (3.5.17) с учетом первого слагаемого функции (3.5.25):

$$U_2 = \frac{\varphi_k}{2c \sin \beta_n} \left( \frac{f_{pl}}{f} \right)^2 \frac{R_m^2}{R_n}. \quad (3.5.28)$$

Вклад  $U_3$  в общую групповую задержку при распространении радиоизлучения в полости КВМ оценивается с помощью выражения (3.5.24) с учетом второго слагаемого функции (3.5.25):

$$U_3 = -\frac{\mu}{2c} \left( \frac{f_{pl}}{f} \right)^2 \frac{R_L^2 \sqrt{\pi}}{\sqrt{a_\varphi R_n^2 \sin^2 \beta_n + a_R R_L^2 (R_L^2 - R_n^2 \sin^2 \beta_n)}}. \quad (3.5.29)$$

При этом для задач по восстановлению параметров плазменного возмущения большой интерес представляют относительные групповые задержки радиоизлучения на различных рабочих частотах. Тогда выражения (3.5.28) и (3.5.29) преобразуются к виду:

$$W_2 = U_2^{\min} - U_2 = \frac{\varphi_k f_{pl}^2}{2c \sin \beta_n} \frac{R_m^2}{R_n} \left( \frac{1}{f_{\min}^2} - \frac{1}{f^2} \right); \quad (3.5.30)$$

$$W_3 = U_3^{\min} - U_3 = -\frac{\mu}{2c} \frac{f_{pl}^2 R_L^2 \sqrt{\pi}}{\sqrt{a_\varphi R_n^2 \sin^2 \beta_n + a_R R_L^2 (R_L^2 - R_n^2 \sin^2 \beta_n)}} \left( \frac{1}{f_{\min}^2} - \frac{1}{f^2} \right),$$

где  $f_{\min}$  — минимальная частота радиоизлучения в выбранном диапазоне;  $W_2, W_3$  — разности групповых задержек относительно  $f_{\min}$  при распространении в фоновой короне и в полости плазменного возмущения, соответственно.

Проведем оценки относительных групповых задержек (3.5.30) в рамках предлагаемой методики по оценке параметра  $\mu$ . Зададим следующие начальные условия:  $R(\varphi=0) = R_n = 100 \text{ cul}$ ,  $\beta(\varphi=0) = \beta_n \in [-0.05; -0.006]$ . Звездную корону и плазменное возмущение опишем параметрами:  $f_{pl} = 20 \text{ МГц}$ ,  $R_s = 1 \text{ cul}$ ,  $R_m = 5 R_s$ ,  $\mu = 1.5$ ,  $R_L = 4.5 R_s$ ,  $\varphi_L = 1.2$ ,  $a_R = 44.4 R_s^{-2}$ ,  $a_\varphi = 2.6$ . Скорость света будет задана в условных единицах  $0.05 \text{ cul/сек}$ . Задачу будем решать в диапазоне частот  $f \in [20; 75] \text{ МГц}$ .

Частотно-временные характеристики будут формироваться следующим образом. Проводится расчет рефракционных характеристик радиоизлучения на рабочей частоте  $f = 20 \text{ МГц}$ . Фиксируется конечная угловая координата  $\varphi_k$ . Затем проводится расчет влияния возмущенной околозвездной среды для остальных рабочих частот с пристрелкой по углу падения  $\beta_n$ . Таким образом, сначала решается задача Коши с начальными условиями, а затем выполняется расчет в рамках задачи Дирихле с краевыми условиями. Результаты расчета представлены на рисунке 3.13. Следует отметить, что по оси ординат (см. рисунок 3.13б) откладываются разности групповых задержек относительно частоты, где наблюдается минимум групповой задержки.

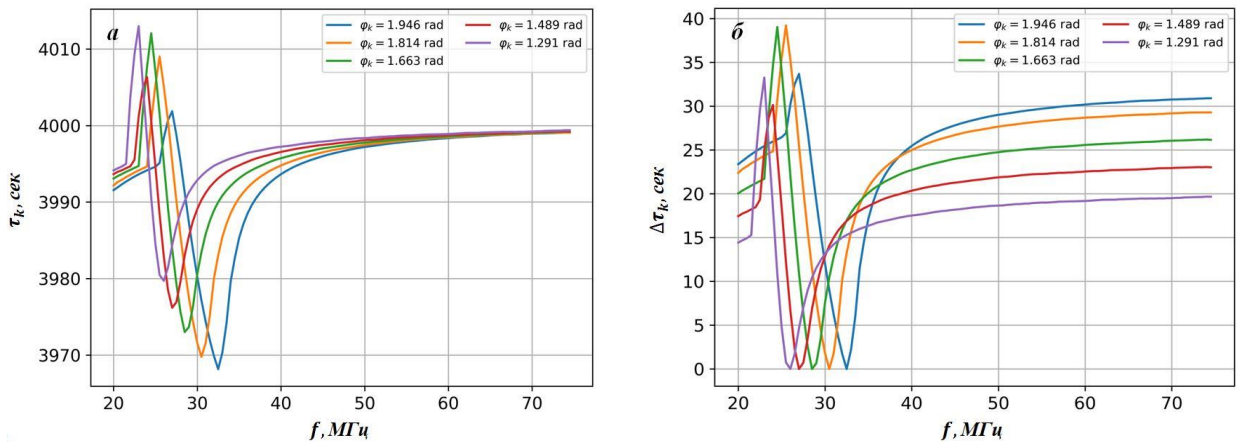


Рисунок 3.13 — Частотно-временная (а) и относительная частотно-временная (б) характеристики низкочастотного радиоизлучения дискретного источника при распространении в возмущенной звездной короне в присутствии полости пониженной электронной концентрации.

Из полученных кривых (рисунок 3.13) видим, что диапазон частот  $f \in [20; 30] \text{ МГц}$  испытывает сильные рефракционные изменения, связанные с эффектом влияния полости КВМ на распространение. Как уже отмечалось в разделе 3.3, указанный диапазон распространяется в околозвездной среде с помощью волноводного механизма. Также можем отметить, что характеристики выходят в область насыщения, приближаясь к значению  $\tau_k \approx 4000 \text{ сек}$  в диапазоне частот  $f > 55 \text{ МГц}$ . Таким образом, при дальнейших расчетах ограничимся частотами

в диапазоне  $f \in [30; 55] \text{ МГц}$ , отбирая наиболее интересные для расчетов частоты. Например, в случае кривой с положением приемника  $\varphi_k = 1.946 \text{ rad}$  такими будут частоты, входящие в диапазон  $f \in [35; 55] \text{ МГц}$ . В силу выражений (3.5.28) и (3.5.29) получены следующие распределения компонент групповой задержки при распространении в звездной короне и полости КВМ (см. рисунок 3.14).

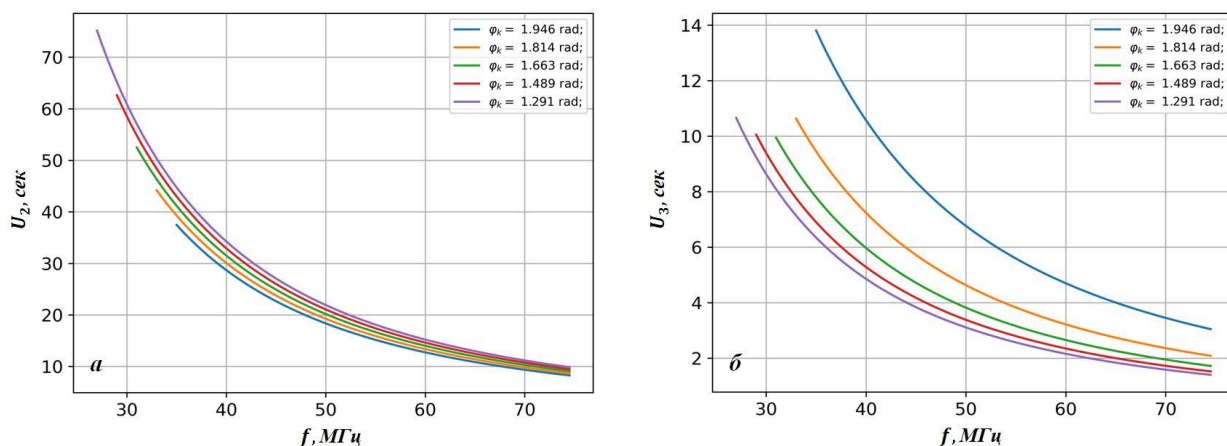


Рисунок 3.14 — Частотно-временные характеристики низкочастотного радиоизлучения дискретного источника при распространении в звездной короне (а) и полости пониженной электронной концентрации (б).

Необходимо выполнить ряд простых оценок для проверки порядка величин, приведенных на кривых. Рассмотрим распространение радиоизлучения в полости КВМ. Согласно заданным пространственным масштабам полости, а именно  $b_R = \sqrt{a_R} = 0.15 R_s$  и  $b_\varphi = \sqrt{a_\varphi} = 0.6 \text{ rad} \rightarrow 2.7 R_s$  (относительно  $R_L$ ), оценочные значения для компоненты групповой задержки  $U_3$  при распространении поперек и вдоль полости, соответственно, 3 и 54 сек. Из анализа рисунка 3.14б следует, что полученные значения не противоречат оценкам. При этом следует отметить, что пребывание диапазона значений вблизи первого варианта распространения говорит в пользу распространения радиоизлучения вблизи границ полости. Оценки границ в случае распространения в звездной короне можно выполнить следующим образом. Верхний предел групповой задержки определяется глубоким проникновением луча до фотосферы звезды, а затем выходом за пределы уровня  $R_m$ . Таким образом, общее расстояние будет порядка  $8R_s$ , а время на его преодоление — 160 сек. Нижний предел найдем из предположения, что луч соприкоснулся с ближайшей к уровню  $R_m$  точкой на границе полости, а затем прошел в обратном направлении то же расстояние. Для данного случая расстояние составит порядка  $0.7R_s$ , что соответствует времени в 14 сек. Таким образом, как и в случае распространения в полости, значения групповой задержки (рисунке 3.14а) согласуются с оценками.

Заметим, что кривые на частотной зависимости компоненты групповой задержки  $U_3$  (рисунок 3.14б) имеют обратный порядок следования в сравнении с кривыми для компоненты  $U_2$  (рисунок 3.14а). Из кривых для  $\varphi_k = 1.946 \text{ rad}$  следует, что луч достиг указанной точки путем соприкосновения с полостью КВМ с внешней стороны. Этот факт согласуется с малыми значениями компоненты времени пребывания в звездной короне. Соответственно падение значений времени связано и с уменьшением области соприкосновения луча с неоднородностью. В случае кривой  $\varphi_k = 1.291 \text{ rad}$  за счет большего проникновения в звездную корону происходит взаимодействие луча с обратной стороной плазменного возмущения. Это согласуется и с малым значением угловой координаты  $\varphi_k$ . Построим кривые для относительных компонент групповой задержки с применением выражений (3.5.30). Результаты представлены на рисунке 3.15.

Таким образом, предложенная методика по оценке параметра  $\mu$  предполагает применение нескольких частот радиодиапазона, которые соответствуют критериям о сильной рефракции, но не относятся к области с волноводным механизмом распространения. Тогда с помощью построения кривых, аналогичных представленным на рисунке 3.15, можно оценивать значение параметра  $\mu$  на основании зависимости (3.5.30). При этом методика будет гораздо эффективнее по регистрации сигналов разнесенных дискретных источников, что повысит точность оценки параметра  $\mu$ . В частности, это касается околосолнечной среды, для исследования которой применяется обширных класс космических аппаратов совместно с естественными источниками радиоизлучения.

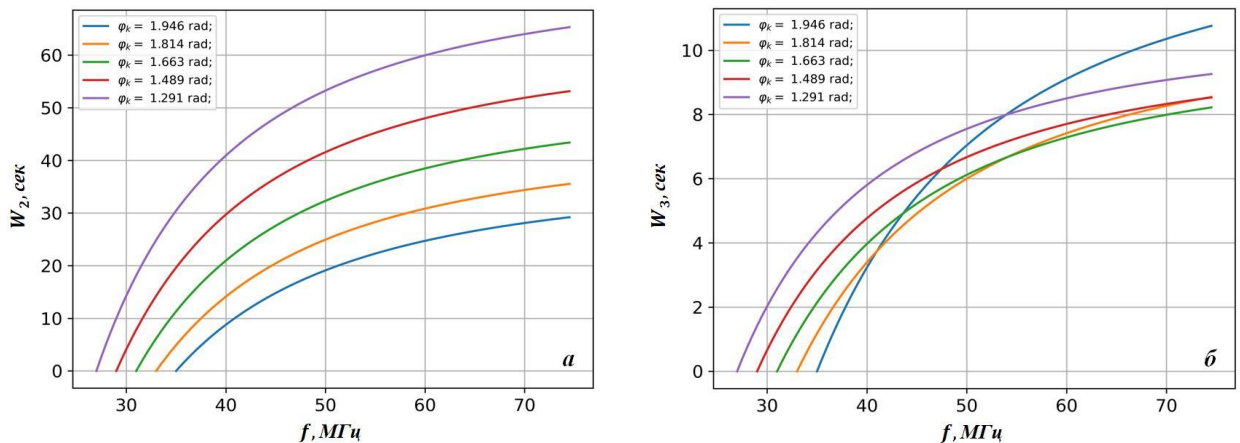


Рисунок 3.15 — Относительные вариации групповой задержки низкочастотного радиоизлучения дискретного источника при распространении в короне звезды (а) и полости пониженной электронной концентрации (б).

### 3.6 Резюме

Выполнено численно-аналитическое моделирование влияния звездной короны на рефракционные характеристики низкочастотного радиоизлучения внешнего источника. Показано, что при различных типах плазменного возмущения возникают уникальные эффекты в процессе распространения излучения. В частности, возможно существенное увеличение дистанции распространения, связанное либо с отражением от плотной плазменной структуры, либо при распространении в полости КВМ. Важно отметить, что одним из механизмов, приводящих к заметным изменениям в рефракционных характеристиках, является волноводный механизм распространения. В качестве волноводного канала может выступать полость КВМ либо пространство между плотным фронтом КВМ и околозвездной плазмой. Рост дистанции распространения может привести к регистрации низкочастотного радиоизлучения при расположении источника глубоко в залимбовой области звезды. Также эффект волноводного распространения приводит к формированию областей существенного роста фактора фокусировки. Количество таких областей зависит от периодов осцилляций траекторий луча в окрестности плазменного возмущения.

Для восстановления параметров возмущения околозвездной среды предложено использовать данные многоволнового просвечивания звездных корон электромагнитным излучением дискретных источников. Пространственные масштабы плазменных возмущений можно оценивать из данных рентгеновских и оптических наблюдений. Определение интенсивности возмущения предлагается проводить в диапазоне рабочих частот, когда эффект регулярной рефракции значителен. Для повышения точности оценки интенсивности КВМ целесообразно регистрировать потоки радиоизлучения от нескольких разнесенных дискретных источников.

## ГЛАВА 4. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ С ДАННЫМИ НАТУРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Выше был выполнен ряд расчетов рефракционных эффектов гравитационных и плазменных неоднородностей при распространении электромагнитного излучения в космической среде. Ниже рассмотрены результаты численных экспериментов при распространении излучения вблизи Солнца и проведено их сравнение с данными натуральных экспериментов.

### 4.1 Эффект Эйнштейна

Как известно, одним из апробированных доказательств правильности работы ОТО был эксперимент по оценке максимального угла отклонения луча света в окрестностях Солнца [4, 28].

Получим основное аналитическое соотношение, которое описывает эффект Эйнштейна. Для этого воспользуемся системой уравнений (1.1.18) и преобразуем ее с учетом слоистости среды  $n = n(R)$ :

$$\frac{dR}{d\varphi} = R \operatorname{ctg} \beta = \frac{R \sqrt{1 - \sin^2 \beta}}{\sin \beta}, \quad \frac{d\beta}{d\varphi} = -\frac{R}{n} \frac{\partial n}{\partial R} - 1. \quad (4.1.1)$$

Подставляя в систему (4.1.1) закон Снеллиуса (1.1.28):

$$nR \sin \beta = R_n \sin \beta_n = p, \quad (4.1.2)$$

где  $p$  — прицельный параметр, и модель эффективного показателя преломления (1.2.11), получим уравнение:

$$\frac{d\beta}{dR} = -\frac{p}{\left(1 + \frac{R_g}{R}\right) R \sqrt{R^2 \left(1 + \frac{R_g}{R}\right)^2 - p^2}}. \quad (4.1.3)$$

Предположим, что  $\beta_0$  — значение угла рефракции при распространении луча в вакууме, а  $\beta_1$  возникает в случае присутствия гравитирующего объекта на пути распространения света. Тогда уравнение (4.1.3) для приращения угла рефракции  $\beta_1$  преобразуется к виду:

$$\frac{d\beta_1}{dR} = \frac{R_g p}{R^2 \sqrt{R^2 - p^2}}. \quad (4.1.4)$$

Интегрируя выражение (4.1.4) в пределах  $[R_n; R_k]$ , получим решение вида:

$$\beta_1 = R_g p \frac{\sqrt{R^2 - p^2}}{R p^2} \Big|_{R_n}^{R_k} = R_g p \lim_{\substack{R_n \rightarrow R_k \\ R_k \rightarrow \infty}} \frac{\sqrt{R^2 - p^2}}{R p^2} \Big|_{R_n}^{R_k} = \frac{2R_g}{p}. \quad (4.1.5)$$

Как известно из ОТО, угол  $\beta_1$  достигает своего максимального значения вблизи гравитирующего объекта [23]. Тогда:

$$\beta_1^{\max} = \lim_{p \rightarrow a} \frac{2R_g}{p} = \frac{2R_g}{a}, \quad (4.1.6)$$

где  $a$  — радиус гравитирующего объекта.

Для постановки численного эксперимента зададим следующие начальные условия:  $R(0) = R_n = 1.5 \cdot 10^8$  км,  $\beta(0) = \beta_n \approx a/R_n \approx 46.7 \cdot 10^{-4}$  при  $a = R_s = 7 \cdot 10^5$  км,  $R_g = 3$  км. Расчет будем проводить до расстояния  $R_k = 1.5 \cdot 10^8$  км. На рисунке 4.1 представлена геометрия задачи, из которой следует методика по оценке приращения угла рефракции  $\beta_1$ . Сначала проводится численный расчет распространения света в вакууме, а затем в среде с гравитирующим объектом, описанной моделью (1.2.11). Результат расчета представляется в виде разности значений угла рефракции для рассматриваемых сред распространения.

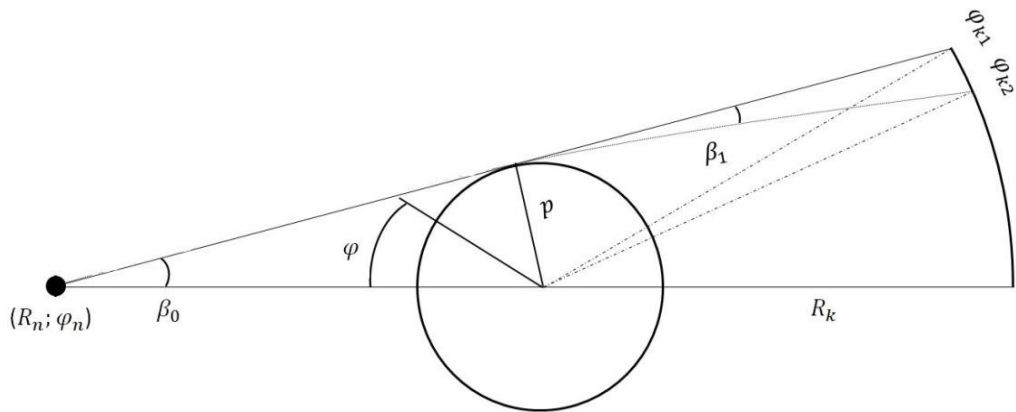


Рисунок 4.1 — Геометрия задачи для расчета максимального угла отклонения света в окрестности Солнца.  $(R_n; \varphi_n)$  — положение источника излучения;  $p$  — прицельный параметр;  $R_k$  — расстояние до картинной плоскости;  $\varphi_{k1}, \varphi_{k2}$  — угловые координаты лучей при распространении в вакууме и при наличии гравитирующего объекта, соответственно;  $\beta_0 = \beta_n$  — угол падения;  $\beta_1$  — приращение угла за счет гравитационного линзового эффекта.

Выполняя численное моделирование при заданных параметрах задачи, получим следующее значение максимального угла отклонения —  $1'',768521$ . Для сравнения результата работы алгоритма с натурным экспериментом воспользуемся аналитическим соотношением (4.1.6). Подставляя параметры в выражение (4.1.6), получим значение  $1'',768509$ . Сравнение представленных значений максимального угла отклонения  $\beta_1$  позволяет отметить хорошую степень совпадения и непротиворечивости натурным экспериментам [4, 23, 28, 85].

## 4.2 Эффект Шапиро

В 1964 г. для проверки ОТО И. Шапиро предложил новый метод. Этот метод связан с определением времени запаздывания при распространении в поле тяготения астрофизического объекта. Экспериментально эффект Шапиро подтвержден при радиолокации поверхности Меркурия. Для проведения эксперимента использовался передатчик Хейстакского радара Линкольнской лаборатории с рабочей частотой 7.84 ГГц [4, 28]. Важно отметить, что на этой рабочей частоте преобладает эффект гравитации [62].

Получим аналитическое соотношение по оценке эффекта Шапиро, используя уравнение (1.1.17) в приближении  $\alpha \sim 0$ . В силу первого уравнения системы (4.1.1), получим уравнение:

$$\frac{d\tau}{dR} = \frac{n}{c \cos \beta}. \quad (4.2.1)$$

Преобразуем формулу (4.2.1) с учетом закона (4.1.2) и модели (1.2.11):

$$\frac{d\tau}{dR} = \frac{(R + R_g)^2}{cR\sqrt{(R + R_g)^2 - p^2}}. \quad (4.2.2)$$

Уравнение (4.2.2) для оценки групповой задержки в свободном пространстве преобразуется к виду:

$$\frac{d\tau_0}{dR} = \frac{R}{c\sqrt{R^2 - p_0^2}}. \quad (4.2.3)$$

Выражение для расчета эффекта Шапиро получается из разности уравнений (4.2.2) и (4.2.3). Интегрируя полученное уравнение в пределах  $[-R_n; R_k]$ , получим выражение:

$$\Delta\tau = \tau - \tau_0 = \frac{1}{c} \int_{-R_n}^{R_k} \frac{(R + R_g)^2 dR}{R\sqrt{(R + R_g)^2 - p^2}} - \frac{1}{c} \int_{-R_n}^{R_k} \frac{RdR}{c\sqrt{R^2 - p_0^2}} = J_1 - J_2. \quad (4.2.4)$$

Решением интеграла  $J_2$  из (4.2.4) будет выражение:

$$J_2 = \frac{2}{c} \left( \sqrt{R_k^2 - p_0^2} - \sqrt{R_n^2 - p_0^2} \right) = \frac{2}{c} (L_2 - L_1). \quad (4.2.5)$$

В случае интеграла  $J_1$  в формуле (4.2.4) распишем числитель. Тогда интегральное выражение  $J_1$  преобразуется к виду:

$$J_1 = \frac{1}{c} \int_{-R_n}^{R_k} \frac{(R + R_g)dR}{\sqrt{(R + R_g)^2 - p^2}} + \frac{R_g^2}{c} \int_{-R_n}^{R_k} \frac{dR}{R\sqrt{(R + R_g)^2 - p^2}} + \frac{R_g}{c} \int_{-R_n}^{R_k} \frac{dR}{\sqrt{(R + R_g)^2 - p^2}} = J_{11} + J_{12} + J_{13}. \quad (4.2.6)$$

Из выражения (4.2.6) получим решения для каждого слагаемого [78]:

$$\begin{aligned}
J_{11} &= \frac{2}{c} \left( \sqrt{(R_k + R_g)^2 - p^2} - \sqrt{(R_n + R_g)^2 - p^2} \right) = \frac{2}{c} (L_2' - L_1'); \\
J_{12} &= \frac{R_g^2}{c \sqrt{p^2 - R_g^2}} \left( \arcsin \left( \frac{R_k R_g - p^2 + R_g^2}{R_k p} \right) - \arcsin \left( \frac{R_n R_g + p^2 - R_g^2}{R_n p} \right) \right); \\
J_{13} &= \frac{R_g}{c} \ln \left| \frac{\sqrt{(R_k + R_g)^2 - p^2} + R_k + R_g}{\sqrt{(R_n - R_g)^2 - p^2} - R_n + R_g} \right| \approx \frac{R_g}{c} \ln \left| \frac{L_2' + R_k + R_g}{L_1' - R_n + R_g} \right|.
\end{aligned} \tag{4.2.7}$$

Проанализируем выражения (4.2.5) и (4.2.7). Приблизительное равенство в  $J_{13}$  связано со схожестью по структуре подкоренного выражения в знаменателе с выражением для  $L_1'$ . При анализе  $J_2$  в (4.2.5) и  $J_{11}$  в (4.2.7) отметим идентичность записи выражений. Учитывая, что  $R_k, R_n \gg R_g$  и  $p \rightarrow p_0 \rightarrow a$ , выражения для  $L_1'$  и  $L_2'$  перейдут в  $L_1$  и  $L_2$ . Таким образом,  $J_2$  и  $J_{11}$  взаимно сократятся при подстановке в уравнение (4.2.4). Выражение  $J_{12}$  в (4.2.7) при  $R_n, R_k \rightarrow \infty$  обращается в нуль. Тогда окончательный вид аналитического соотношения для оценки эффекта Шапиро:

$$\Delta \tau \approx J_{13} \approx \frac{R_g}{c} \ln \left| \frac{L_2 + R_k}{L_1 - R_n} \right| = \frac{R_g}{c} \ln \left| \frac{\sqrt{R_k^2 - a^2} + R_k}{\sqrt{R_n^2 - a^2} - R_n} \right|. \tag{4.2.8}$$

Важно отметить, что при использовании термина «радиолокация» значение выражения (4.2.8) удваивается.

Поставим численный эксперимент по оценке эффекта Шапиро при распространении радиоизлучения с поверхности Меркурия до Земли в окрестностях Солнца. Для этого зададим следующий ряд параметров:  $R_n = 6 \cdot 10^7$  км,  $R_k = 15 \cdot 10^7$  км,  $a = 7 \cdot 10^5$  км,  $R_g = 3$  км,  $c = 3 \cdot 10^5$  км/с. Угол  $\beta_0$  для луча в свободном пространстве определим из предположения, что луч проходил по касательной к поверхности Солнца. Таким образом, значение угла  $\beta_0 \approx 116 \cdot 10^{-4}$  рад. Геометрически задачу можно представить следующим образом (см. рисунок 4.2).

Оценка эффекта Шапиро будет проводиться по следующей методике. Сначала решается задача Коши, по результатам которой для луча в свободном пространстве фиксируется общее время распространения  $\tau_0$  и значение угловой координаты  $\varphi_k$ , где расположен приемник. Затем выполняется расчет групповой задержки  $\tau$  в рамках задачи Дирихле, при решении которой проводится пристрелка по углу  $\beta_0'$  для попадания в пункт приема. Как итог, значение дополнительной временной задержки Шапиро определяется из разности  $\tau$  и  $\tau_0$ .

В результате выполнения численного эксперимента получено значение дополнительной временной задержки  $\Delta \tau = 112.28$  мкс. Подставляя указанные параметры задачи в аналитическое соотношение (4.2.8), получим  $\Delta \tau \approx 112.05$  мкс. При сравнении результатов можем отметить их

высокую степень совпадения. Таким образом, результат работы алгоритма не противоречит экспериментальным данным [4, 23, 28].

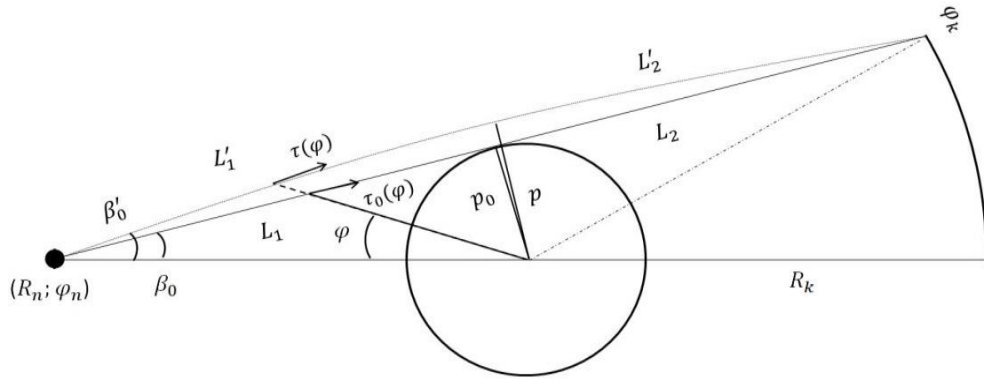


Рисунок 4.2 — Геометрия эксперимента по оценке временной задержки Шапиро.  $\tau(\varphi)$ ,  $\tau_0(\varphi)$  — время группового запаздывания при распространении в поле тяготения Солнца и свободном пространстве, соответственно;  $p$ ,  $p_0$  — значения прицельных параметров для соответствующих случаев;  $L_1, L_2$  — части пути, сформированного при распространении в свободном пространстве;  $L'_1, L'_2$  — части пути, возникающие при распространении в поле тяготения Солнца;  $\varphi_k$  — значение угловой координаты положения приемника.

### 4.3 Низкочастотные залимбовые солнечные радиовсплески

Рассмотрим задачу о влиянии возмущенной солнечной короны на распространение низкочастотного радиоизлучения коронального источника, расположенного глубоко в залимбовой области [3, 147–150].

Для постановки численного эксперимента воспользуемся параметрами и предположениями, указанными в работах [3, 147–150]. Расчет будем проводить в радиусах Солнца  $R_s$ . Зададим следующие параметры:  $R_n = 3R_s$ ,  $R_m = 3R_s$ ,  $R_k = 200R_s$ ,  $f_{pl} = 11 \text{ МГц}$ . Рассмотрим влияние корональной неоднородности на рефракционные характеристики диапазона рабочих частот  $f \in [15; 50] \text{ МГц}$ . Отметим, что при заданных параметрах задачи для значений угловой координаты  $\varphi_k > 2.34 \text{ rad}$  источник будет частично залимбовым для приемника, а при  $\varphi_k > 2.79 \text{ rad}$  — полностью залимбовым.

В работе Станиславского (см. [3]) использовалась модель КВМ, состоящая из двух колец, где центральная часть соответствует области с обедненной концентрацией электронов. Предлагается аппроксимировать такую модель ранее предложенной экспоненциальной зависимостью (3.3.2). Таким образом, опишем КВМ следующими параметрами:  $\mu = 1$ ,  $R_L = 2.5R_s$ ,  $\varphi_L = 0.5$ ,  $a_R = R_s^{-2}$ ,  $a_\varphi = 1.0$ . Результаты численного расчета представлены на рисунке 4.3.

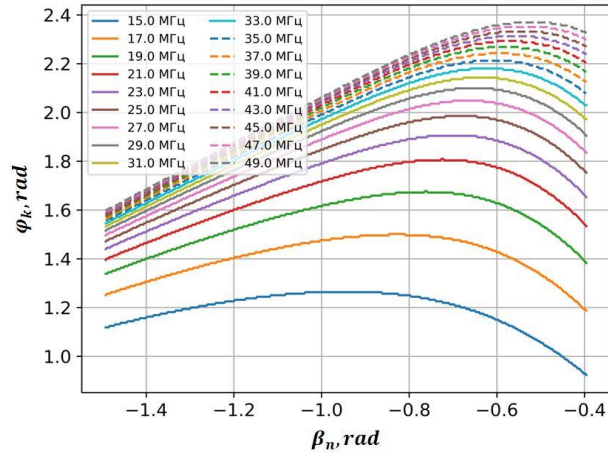


Рисунок 4.3 — Дистанционно-угловая характеристика радиоизлучения низкочастотных радиовсплесков при распространении в короне Солнца в присутствии полости КВМ.

Из рисунка 4.3 следует, что при наличии в короне Солнца области обедненной электронной концентрации не происходит существенного роста дистанции распространения низкочастотного радиоизлучения. Таким образом, целесообразно рассмотреть сложную модель КВМ, учитывая наличие области обогащенной электронной концентрации. Тогда модель КВМ (3.3.3) опишем параметрами:  $\mu_1 = -\mu_2 = 1$ ,  $R_{L1} = 1.5R_s$ ,  $R_{L2} = 2.6R_s$ ,  $\phi_{L1} = \phi_{L2} = 0.5$ ,  $a_{R1} = R_s^{-2}$ ,  $a_{R2} = 100R_s^{-2}$ ,  $a_{\phi 1} = a_{\phi 2} = 1.0$ , где индекс «1» соответствует полости КВМ, а индекс «2» — фронту КВМ. Результаты расчетов показаны на рисунке 4.4.

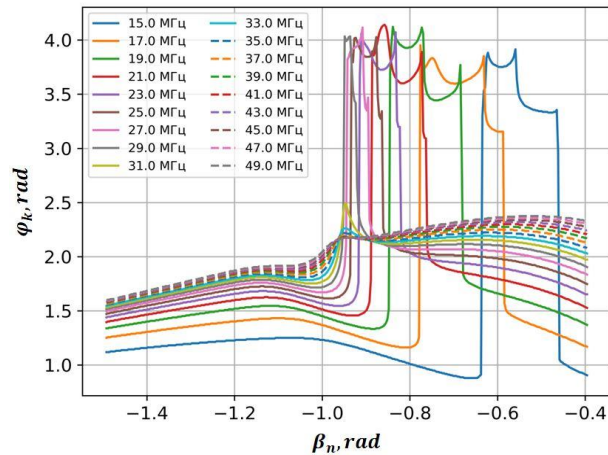


Рисунок 4.4 — Дистанционно-угловая характеристика радиоизлучения низкочастотных радиовсплесков при распространении в солнечной короне в присутствии сложной модели плазменного возмущения.

Из анализа рисунка 4.4 видно, что при учете у КВМ фронта в ДУХ низкочастотного радиоизлучения формируются области для некоторых значений углов падения, где происходит существенный рост дистанции распространения. На основании такого эффекта регистрация естественных источников Солнца возможна при их расположении глубоко в залимбовой

области. Важным является и то обстоятельство, что диапазон частот  $f \in [15; 29] \text{ МГц}$  соответствует экспериментальным данным [3, 147–150]. Также подтверждается основное предположение, сделанное Станиславским в своей работе [3]. Согласно этому предположению регистрация такого типа радиоисточников возможна при формировании волноводного механизма распространения (см. рисунок 4.5).

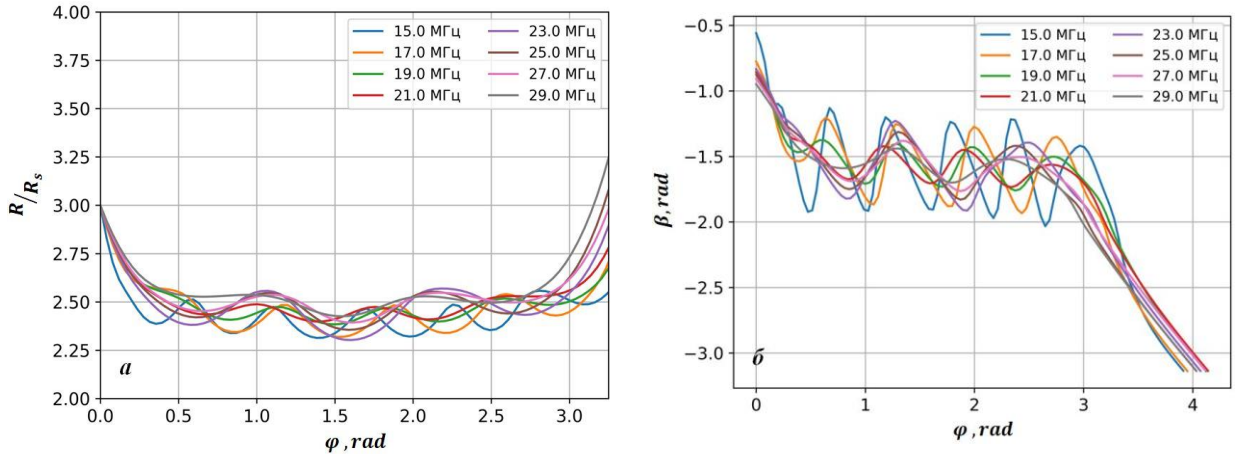


Рисунок 4.5 — Траектории (а) и углы рефракции (б) низкочастотного радиоизлучения залимбового радиовсплеска при распространении в солнечной короне в присутствии сложной модели КВМ.

#### 4.4 Резюме

Для демонстрации работы созданного метода численно-аналитического моделирования рефракционных эффектов гравитационных и плазменных неоднородностей приведено сравнение результатов расчетов с данными известных натуральных экспериментов для Солнца.

На основе применения разработанного метода сделана оценка значения максимального угла отклонения света в окрестности Солнца, что показала высокую степень соответствия эксперименту.

Полученное значение дополнительной групповой задержки при распространении радиоизлучения вблизи Солнца соответствует данным по радиолокации поверхности Меркурия.

При решении задачи по регистрации низкочастотного залимбового солнечного радиовсплеска показана возможность волноводного распространения радиоизлучения в пункт наблюдения при расположении источника глубоко в залимбовой области. Рассчитан диапазон рабочих частот, при которых происходит существенное увеличение дистанции, что соответствует известным экспериментальным данным.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании проделанной работы можно сформулировать следующие основные результаты:

1. Предложен численно-аналитический метод моделирования распространения электромагнитного излучения космических источников с учетом рефракционных эффектов плазменных неоднородностей и окружающих гравитационных полей, заданных моделью эффективного показателя преломления вакуума, выраженного через потенциалы тяготения.

2. Разработан программный вычислительный комплекс для расчета направления распространения, групповой задержки и пространственного ослабления потока электромагнитного излучения различных частотных диапазонов в поле тяготения группы астрофизических объектов в присутствии гравитационного шума и флуктуаций показателя преломления космической плазмы.

3. Для тестирования созданных программ расчета получены аналитические решения для рефракционных характеристик излучения в случае простых моделей показателя преломления космической среды. Сравнение результатов аналитических и численных расчетов показали высокую степень совпадения, что позволило эффективно использовать разработанные программы для исследования распространения электромагнитного излучения в среде с гравитационными и плазменными неоднородностями.

4. С помощью разработанных программ проведены расчеты максимального отклонения направления распространения (эффект Эйнштейна) и дополнительной групповой задержки (эффект Шапиро) электромагнитного излучения в гравитационном поле Солнца. Результаты расчетов показали высокую степень соответствия реальным экспериментальным данным.

5. Выполнено математическое моделирование рефракционных характеристик электромагнитного излучения при распространении в поле тяготения группы астрофизических объектов в условиях гравитационного линзирования. Для различных конфигураций гравитационно-линзовой системы и положений источника излучения синтезированы уникальные распределения лучевой структуры изображения в картинной плоскости наблюдателя. Показано, что под воздействием многокомпонентного флуктуирующего поля тяготения группы объектов происходит сепарация излучения в картинной плоскости наблюдателя.

6. Сделана оценка эффекта стохастического замывания области гравитационной фокусировки при распространении излучения сквозь сложную гравитационно-линзовую систему в присутствии неоднородностей космической плазмы. Показано, что метровый

диапазон длин волн можно считать условной низкочастотной границей, при которой еще наблюдается выраженная фокусировка и возникает сепарации излучения.

7. Получены функциональные соотношения, связывающие групповые задержки сигналов радиопросвечивания на различных рабочих частотах с параметрами звездного коронального выброса. Показана возможность определения плотности регулярной фронтальной части выброса по данным многочастотных измерений групповых задержек сигналов просвечивания.

8. Проведено численное моделирование распространения метровых и декаметровых радиовсплесков в солнечной короне в условиях коронального выброса массы (КВМ). В возмущенных условиях показана возможность волноводного распространения радиоизлучения в пункт наблюдения при расположении источника глубоко в залимбовой области. Рассчитанный диапазон рабочих частот, соответствующий данному эффекту, находится в соответствии с известными экспериментальными данными. На основе результатов моделирования показано, что залимбовые источники метровых и декаметровых радиовсплесков можно рассматривать в качестве естественных зондов для мониторинга солнечных КВМ. Разработанный аппарат моделирования универсален и может быть использован для интерпретации экспериментальных данных залимбового просвечивания солнечных КВМ с космических аппаратов, сигналами планетарных радаров и радиоизлучением дискретных космических источников.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ефимов А. И. Исследование плазменных образований сверхкороны Солнца методом радиозондирования / А. И. Ефимов, В. К. Рудаш // Зарубежная радиоэлектроника. – 2002. – №9. – С. 28–30.
2. Ефимов А. И. Исследование корональных выбросов массы методом двухпозиционного радиозондирования / А. И. Ефимов [и др.] // Солнечно-земная физика. – 2008. – Т. 1, № 12. – С. 114–118.
3. Станиславский А. А. Роль эффектов распространения радиоволн в солнечной короне для интерпретации залимбовых всплесков / А. А. Станиславский // Радиоастрономия и астрофизика. – 2016. – Т. 21, № 1. – С. 3–13.
4. Блюх П. В. Гравитационные линзы / П. В. Блюх, А. А. Минаков. – Киев : Наукова думка, 1989. – 240 с.
5. Ougolnikov O. S. A search for possible mesolensing of cosmic gamma-ray bursts. II. Double and triple bursts in the BATSE catalog / O. S. Ougolnikov // Cosmic Research. – 2003. – V. 41, № 2. – С. 141–146.
6. Угольников О. С. Гамма-всплески и гравитационные линзы / О. С. Угольников // Природа. – 2006. – № 6. – С. 18–24.
7. Райков А. А. Квазары ультравысокой светимости как проявление гравитационного мезолинзирования / А. А. Райков, В. В. Орлов // Астрофизический бюллетень. – 2016. – Т. 71, № 2. – С. 163–166.
8. Гершман Б. Н. Волновые явления в ионосфере и космической плазме / Б. Н. Гершман, Л. М. Ерухимов, Ю. Я. Яшин. – М. : Наука, 1984. – 392 с.
9. Колосов М. А. Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса / М. А. Колосов, А. В. Шабельников. – М. : Советское радио, 1976. – 220 с.
10. Чукин В. В. Исследование атмосферы методом электромагнитного просвечивания : монография / В. В. Чукин. – СПб. : изд. РГГМУ, 2004. – 107 с.
11. Долуханов М. П. Распространение радиоволн / М. П. Долуханов. – М. : ЛЕНАНД, 2021. – 336 с.
12. Распространение радиоволн: учебное пособие / О. И. Яковлев, В. П. Якубов, В. П. Урядов, А. Г. Павельев. – М. : ЛЕНАНД, 2019. – 496 с.
13. Афанасьев Н. Т. Спутниковое декаметровое радиозондирование ионосферных неоднородностей : монография / Н. Т. Афанасьев, В. П. Марков. – Иркутск : Изд-во ИГУ, 2015. – 127 с.

14. Афанасьев Н. Т. Декаметровая радиодиагностика тонкой структуры ионосферы с высокоорбитальных ИСЗ / Н. Т. Афанасьев [и др.] // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. Физические основы, методы и технологии мониторинга окружающей среды, потенциально опасных явлений и объектов. – 2023. – Т. 20, № 4. – С. 299–307.
15. Афанасьев Н.Т. Коротковолновая диагностика интегральных параметров тонкой структуры верхней атмосферы методом наклонного зондирования / Н. Т. Афанасьев [и др.] // Материалы XXIX Международного симпозиума «Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы» (Москва, 26–30 июня, 2023 г.): Секция Е «Физика средней и верхней атмосферы». – Томск: Издательство ИОА СО РАН, 2023. – С. 142–144.
16. Лукьянцев Д.С. Определение интегральных параметров тонкой структуры ионосферы по данным радиозондирования с геостационарных космических аппаратов / Д. С. Лукьянцев [и др.] // Материалы XXX Международного симпозиума «Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы» (Санкт-Петербург, 1–5 июля, 2024 г.): Секция Е «Физика средней и верхней атмосферы». – Томск: Издательство ИОА СО РАН, 2024. – С. 102–105.
17. Захаров А. Ф. Гравитационные линзы и микролинзы / А. Ф. Захаров. – М. : Янус-К, 1997. – 328 с.
18. Маров М. Я. Экзопланеты. Экзопланетология / М. Я. Маров, И. И. Шевченко. – М. : Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2017. – 138 с.
19. Маров М.Я. Экзопланеты: природа и модели / М. Я. Маров, И. И. Шевченко // УФН. – 2020. – Т. 190, № 9. – С. 897–932.
20. Бялко А. В. Фокусировка излучения гравитационным полем / А. В. Бялко // Астрономический журнал. – 1969. – Т. 46, № 5. – с. 998.
21. Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения / В. А. Фок. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 1961. – 564 с.
22. Ehler J. Gravitational lensing / J. Ehler, P. Schneider // Materials of 13<sup>th</sup> Int. Conf. on General Relativity and Gravitation (Cordoba, Argentine, 1992). – England : IOP Publ. Ltd., 1993. – P. 21–40.
23. Мизнер Ч. Гравитация. В 3 т. Т. I / Ч. Мизнер, К. Торн, Дж. Уилер. – М. : Мир, 1977. – 480 с.
24. Астрономия: век XXI / Ред.-сост. В. Г. Сурдин. – 3-е изд., испр. и доп. – Фрязино: Век 2, 2019. – 608 с.
25. Сурдин В. Г. Галактики / Ред.-сост. В. Г. Сурдин. – Изд. 3-е, испр. и доп. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2019. – 432 с.
26. Сурдин В. Г. Темная сторона Вселенной / В. Г. Сурдин. – М.: Дискурс, 2022. – 368 с.

27. Shapiro I. I. Fourth test of General Relativity / I. I. Shapiro // *Physics review letters*. – 1964. – V. 13, №. 26. – P. 789–791.
28. Вайнберг С. Гравитация и космология. Принципы и приложения общей теории относительности / С Вайнберг. – М. : Мир, 1975. – 696 с.
29. Kravtsov Yu. A. Geometrical Optics of Inhomogeneous Media / Yu. A. Kravtsov, Yu. I. Orlov. – Berlin: Springer-Verlag Publ., 1990. – 312 p.
30. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме / В. Л. Гинзбург. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 1960. – 550 с.
31. Виноградова М. Б. Теория волн / М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков. – М. : Наука, 1979. – 384 с.
32. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере / К. Дэвис. – М. : Наука, 1973. – 504 с.
33. Никольский В. В. Теория электромагнитного поля : уч. пособие / В. В. Никольский. – М.: ЛЕНАНД, 2020. – 400 с.
34. Кравцов Ю. А. Дифракционная томография неоднородной среды при сильных вариациях фазы / Ю. А. Кравцов, М. В. Тинин, С. И. Книжин // *Радиотехника и электроника*. – 2011. – Т. 56, № 7. – С. 816–822.
35. Зверев М. А. Методы пространственной обработки поля в задачах диагностики ионосферы / М. А. Зверев, С. И. Книжин, М. В. Тинин // *Труды XVIII Конференции молодых ученых «Взаимодействие полей и излучения с веществом»: Секция С «Диагностика естественных неоднородных сред и математическое моделирование» (Иркутск, 1–7 сентября 2024 г.)*. – Иркутск: Издательский отдел ИСЗФ СО РАН, 2024. – С. 262–264.
36. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц. – М. : Наука, 1969. – 424 с.
37. Крылов Н.М. Введение в нелинейную механику / Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов. – Москва-Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. – 352 с.
38. Моисеев Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики / Н. Н. Моисеев. – М. : Наука, 1969. – 379 с.
39. Афанасьев Н. Т. Об использовании метода возмущений для определения вариаций луча в неоднородной ионосфере / Н. Т. Афанасьев, М. В. Тинин // *Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца*. – М. : Наука, 1979. – Т. 45. – С. 187–192.
40. Афанасьев Н. Т. О флуктуациях траекторных характеристик коротковолнового радиосигнала на наклонной радиотрассе / Н. Т. Афанасьев, М. В. Тинин // *Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца*. – М. : Наука, 1982. – Т. 60. – С. 205–211.
41. Аксенов О. Ю. Анализ прикладных моделей ионосферы для расчета распространения радиоволн и возможность их использования в интересах радиолокационных систем. I.

Классификация прикладных моделей и основные требования, предъявляемые к ним в интересах радиолокационных средств / О. Ю. Аксенов [и др.] // Солнечно-земная физика. – 2020. – Т. 6, № 1. – С. 86–96.

42. Современные достижения в плазменной гелиогеофизике / Под ред. Л. М. Зеленого, А. А. Петруковича, И. С. Веселовского. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2019. – 688 с.

43. Плазменная гелиогеофизика. В 2 т. Т. I / Под ред. Л.М. Зеленого, И.С. Веселовского. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 672 с.

44. Обридко В. Н. Солнечная активность, цикличность и методы прогноза / В. Н. Обридко, Ю. А. Наговицын. – СПб. : Изд-во ВВМ, 2017. – 466 с.

45. Витинский Ю. И. Солнечная активность / Ю. И. Витинский. – М. : Наука, 1983. – 192 с.

46. Железняков В. В. Радиоизлучение Солнца и планет / В. В. Железняков. – М. : Наука, 1964. – 560 с.

47. Мирошниченко Л. И. Физика Солнца и солнечно-земных связей: учебное пособие / Л. И. Мирошниченко. – М. : Университетская книга, 2011. – 174 с.

48. Newkirk G. The Solar corona in active regions and the thermal origin of the slowly varying component of Solar radio radiation / G. Newkirk // American Astronomical Society, 1960. – V.133. – P. 983–1013.

49. Allen C. W. Interpretation of electron densities from corona brightness / C. W. Allen // MNRAS, 1947. – V. 107. – p. 426.

50. Акасофу С. И. Солнечно-земная физика / С. И. Акасофу, С. Чепмен. – М. : Мир, 1974. – 384 с.

51. Шкловский И. С. Радиоастрономия / И. С. Шкловский. – М. : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955. – 296 с.

52. Mann G. Shock accelerated electron beams in the solar corona / G. Mann, A. Klassen // Solar variability: from core to outer frontiers. The 10th European Solar Physics Meeting, 9–14 September 2002, Prague, Czech Republic. – Noordwijk: ESA Publication Division, 2002. – V. 1. – P. 545–548.

53. Лукьянцев Д. С. Влияние корональных плазменных образований на радиоизлучение солнечных и удаленных космических источников / Д. С. Лукьянцев, Н. Т. Афанасьев // Труды XVI Конференции молодых ученых «Взаимодействие полей и излучения с веществом»: Секция А «Астрофизика и физика Солнца» (Иркутск, 16–21 сентября 2019 г.). – Иркутск: Издательский отдел ИСЗФ СО РАН, 2019. – С. 80–82.

54. Афанасьев Н. Т. Влияние корональных возмущений на радиоизлучение удаленных космических источников / Н. Т. Афанасьев, Д. С. Лукьянцев // Материалы 15 научной конференции (охват Всероссийская с международным участием) «Физика плазмы в солнечной системе» (10–14 февраля 2020 г.). – Москва: ИКИ РАН, 2020 – С. 204.

55. Лукьянцев Д. С. Математическое моделирование рефракционных эффектов при распространении радиоволн в возмущенной околосолнечной плазме / Д. С. Лукьянцев // Труды XVII Конференции молодых ученых «Взаимодействие полей и излучения с веществом» : Секция С «Диагностика естественных неоднородных сред и математическое моделирование» (Иркутск, 5–10 сентября 2022 г.). – Иркутск: Издательский отдел ИСЗФ СО РАН, 2022 г. – С. 373–375.
56. Чудаев С. О. Численное моделирование распространения залимбовых радиовсплесков в условиях корональных выбросов массы / С. О. Чудаев [и др.] // Материалы 4-й Международной конференции «Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения (DYSC 2022)» (Иркутск, 19–22 сентября 2022 г.) / ФГБОУ ВО «ИГУ» ; [отв. ред. В. Г. Антоник]. – Иркутск : Издательство ИГУ, 2022. – С. 176–178 с.
57. Афанасьев Н. Т. Рефракционные эффекты залимбовых радиовсплесков в возмущенной солнечной короне / Н. Т. Афанасьев, Д. С. Лукьянцев, А. Б. Танаев // Материалы 18 научной конференции (охват Всероссийская с международным участием) «Физика плазмы в солнечной системе» (Москва, 6–10 февраля 2023 г): Секция «Солнечный ветер и гелиосфера». – М. : ИКИ РАН, 2023. – С. 180.
58. Лукьянцев Д. С. Численно-аналитическое моделирование рефракции низкочастотных солнечных радиовсплесков в возмущенной короне / Д. С. Лукьянцев, Н. Т. Афанасьев, А. Б. Танаев, С. О. Чудаев // Математическая физика и компьютерное моделирование. – 2023. – № 4. – С. 43–54.
59. Chudaev S. O. The diagnostics of the CME cavity using data of multiwave measurements of behind-the-limb solar radio bursts / S. O. Chudaev, N. T. Afanasiev, D. S. Lukyantsev // St. Petersburg Polytechnic University Journal. Physics and Mathematics. – 2023. – V. 16, № 1.2. – P. 383–388.
60. Танаев А. Б. Многочастотное просвечивание возмущенной звездной короны сигналами дискретных космических источников / А. Б. Танаев, Н. Т. Афанасьев, Д. С. Лукьянцев // Журнал технической физики. – 2024. – Т. 94, № 12. – С. 2005–2007.
61. Ким Д. Б. Рефракционные искажения характеристик сигнала в возмущенном информационном канале с конечной кривизной / Д. Б. Ким [и др.] // Современные наукоемкие технологии. – 2023. – № 12 (Ч. 2). – С. 203–209.
62. Ким Д. Б. Математическое моделирование групповой задержки сигнала в возмущенном канале с конечной кривизной / Д. Б. Ким [и др.] // Современные наукоемкие технологии. – 2024. – №8. – С. 49–55.
63. Лукаш В. Н. Физическая космология / В. Н. Лукаш, Е. В. Михеева. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 404 с.

64. Volkov A. M. The propagation of electromagnetic waves in a Riemannian space / A. M. Volkov, A. A. Izmistiev, G. V. Skrotskii // JETP. – 1971. – Т. 32, № 4. – P. 686–689.
65. Schneider P. Gravitational lenses / P. Schneider, J. Ehler, E. E. Falco. – Berlin : Springer, 1999. – 564 p.
66. Keeton Ch. R. A catalog of mass model for gravitational lensing / Ch. R. Keeton. – Chicago : Publ. University of Chicago, 2002. – 17 p.
67. Лукьянцев Д. С. Гравитационное линзирование электромагнитных волн в хаотической космической плазме / Д. С. Лукьянцев // Труды XVII Конференции молодых ученых «Взаимодействие полей и излучения с веществом»: Секция А «Астрофизика и физика Солнца» (Иркутск, 5–10 сентября 2022 г.). – Иркутск: Издательский отдел ИСЗФ СО РАН, 2022 г. – С. 82–84.
68. Лукьянцев Д. С. Гравитационная фокусировка электромагнитного излучения в хаотической межзвездной плазме / Д. С. Лукьянцев [и др.] // Материалы 4-й Международной конференции «Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения (DYSC 2022)» (Иркутск, 19–22 сентября 2022 г.) / ФГБОУ ВО «ИГУ» ; [отв. ред. В. Г. Антоник]. – Иркутск : Издательство ИГУ, 2022. – С. 164–167 с.
69. Лукьянцев Д. С. Математическое моделирование рефракции электромагнитных волн в гравитационном поле / Д. С. Лукьянцев [и др.] // Материалы 5-й Международной конференции «Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения (DYSC 2023)» (Иркутск, 18–23 сентября 2023 г.) / ФГБОУ ВО «ИГУ» ; [отв. ред. В. Г. Антоник]. – Иркутск : Издательство ИГУ, 2023. – С. 201–204.
70. Лукьянцев Д. С. Гравитационное микролинзирование света в динамической системе экзопланета-звезда / Д. С. Лукьянцев [и др.] // Материалы 5-й Международной конференции «Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения (DYSC 2023)» (Иркутск, 18–23 сентября 2023 г.) / ФГБОУ ВО «ИГУ» ; [отв. ред. В. Г. Антоник]. – Иркутск : Издательство ИГУ, 2023. – С. 205–208.
71. Лукьянцев Д. С. Численное моделирование эффекта Шапиро в поле тяготения группы астрофизических объектов / Д. С. Лукьянцев, Н. Т. Афанасьев, А. Б. Танаев // Материалы 6-й Международной конференции «Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения (DYSC 2024)» (Иркутск, 16–20 сентября 2024 г.) / ФГБОУ ВО «ИГУ» ; [отв. ред. В. Г. Антоник]. – Иркутск : Издательство ИГУ, 2024. – С. 213–216.
72. Лукьянцев Д. С. Численно-аналитическое моделирование гравитационного линзирования электромагнитных волн в случайно-неоднородной космической плазме / Д. С. Лукьянцев [и др.] // Компьютерные исследования и моделирование. – 2024. – Т. 16, № 2. – С. 433–443.

73. Лукьянцев Д. С. Математическое моделирование рефракционных характеристик электромагнитного излучения в стохастическом поле тяготения / Д. С. Лукьянцев [и др.] // Математическая физика и компьютерное моделирование. – 2024. – Т. 27, № 2. – С. 48–60.
74. Lukyantsev D. S. Mathematical modeling of effects of plasma and gravitational inhomogeneities in structure of electromagnetic signals / D. S. Lukyantsev, N. T. Afanasiev, A. B. Tanaev // St. Petersburg Polytechnic University Journal. Physics and Mathematics. – 2023. – V. 16, № 1.2. – P. 377–382.
75. Lukyantsev D. S. Mathematical modeling of refraction of light in asymmetrical gravitational field / D. S. Lukyantsev, N. T. Afanasiev, A. B. Tanaev // Technical Physics. – 2023. – V. 68, № 12. – P. 1625–1627.
76. Лукьянцев Д. С. Математическое моделирование влияния локализованного гравитационного шума на распространение электромагнитного излучения в поле тяготения / Д. С. Лукьянцев [и др.] // Журнал технической физики. – 2024. – Т. 94, № 12. – С. 1990–1993.
77. Лукьянцев Д. С. Рефракционные эффекты плазменных и гравитационных неоднородностей при распространении электромагнитного излучения удаленных космических источников / Д. С. Лукьянцев, Н. Т. Афанасьев, А. Б. Танаев // Материалы 20 научной конференции (охват Всероссийская с международным участием) «Физика плазмы в солнечной системе» (Москва, 10–14 февраля 2025 г): Секция «Волновые явления в космической плазме». – Москва: ИКИ РАН, 2025. – С. 304.
78. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г. Б. Двайт. – М. : Наука, 1973. – 228 с.
79. Einstein A. Lens-like action of a star by the deviation of light in the gravitational field / A. Einstein // Science. 1936. – V. 84, № 2188. – P. 506.
80. Zwicky F. Nebulae as gravitational lenses / F. Zwicky // Phys. Rev. – 1937. – V. 51. – P. 290.
81. Скроцкий Г. В. О влиянии силы тяжести на распространение света / Г. В. Скроцкий // ДАН. – 1957. – Т. 114, № 1. – с. 73.
82. Plebanski I. Electromagnetic Waves in Gravitational Fields / I. Plebanski // Phys.Rev, 1960. – V. 118, № 5. – P. 1396
83. Barnacka A. Gravitational lenses as high-resolution telescope / A. Barnacka // Physics reports. – 2018. – V. 778–779. – P. 1–46.
84. Михайлов А. А. Наблюдение эффекта Эйнштейна во время солнечных затмений / А. А. Михайлов // УФН. – 1956. – Т. 59, № 1. – С. 51–66.
85. Гинзбург В. Л. Экспериментальная проверка общей теории относительности / В. Л. Гинзбург // УФН. – 1956. – Т. 59, № 1. – С. 11–49.

86. Chwolson O. Über eine mögliche form fiktiver doppelsterne / O. Chwolson // *Astronomische Nachrichten*. – 1924. – V. 221, № 20. – P. 329–330.
87. Barnacka A. The structure of the strongly lensed gamma-ray source B2 0218+35 / A. Barnacka [and et al.] // *The Astrophysical Journal*. – 2022. – V. 821, № 1. – 12 p.
88. Schwartz D. Resolving complex inner X-ray structure of the gravitational lensed AGN MG B2016+112 / D. Schwartz, C. Spingola, A. Barnacka // *The Astrophysical Journal*. – 2021. – V. 917, № 1 – 7 p.
89. Dokkum P. A massive compact quiescent galaxy at  $Z=2$  with complete Einstein ring in JWST imaging / P. Dokkum [and et al.] // *Nature Astronomy*. – 2024. – V. 8. – P. 119–125.
90. Дудинов В. Н. Гравитационно-линзовая система Q2237+0305 в 2001–2008 гг.: результаты наблюдений на горе Майданак / В. Н. Дудинов [и др.] // *Радиофизика и радиоастрономия*. – 2010. – Т. 15, № 4. – С. 387–398.
91. Huchra J. 2237+0305: A new and unusual gravitational lens / J. Huchra [and et al.] // *The Astronomical Journal*. – 1985. – V. 90, № 5. – P. 691–696.
92. Stern D. Redshift for the first Einstein ring, MG 1131+0456 / D. Stern, D. J. Walton // *The Astrophysical Journal Letters*. – 2020. – V. 895, № 2. – 5 p.
93. Bettoni D. A new Einstein cross gravitational lens of a Lyman-break galaxy / D. Bettoni [and et al.] // *The Astrophysical Journal Letters*. – 2019. – V. 873. – 5 p.
94. Hewitt J. N. Unusual radio source MG1131+0456: A possible Einstein Ring / J. N. Hewitt [and et al.] // *Nature*. – 1988. – V. 333. – P. 537–540.
95. Lynds R. Luminous arcs in clusters of galaxies / R. Lynds, V. Petrosian // *The Astrophysical Journal*. – 1989. – V. 336. – 8 p.
96. Acciari V. A. Multiwavelength study of the gravitational lensed blazar QSO B0218+357 between 2016 and 2020 / V. A. Acciari [and et al.] // *MNRAS*. – 2022. – V. 510, № 2. – P. 2344–2362.
97. Belokurov V. Two new large separation gravitational lenses from SDSS / V. Belokurov [and et al.] // *MNRAS*. – 2008. — V. 392, № 1. — P. 104–112.
98. Sheu W. The Carousel Lens: A well-modeled strong lens with multiple sources spectroscopically confirmed by VLT/MUSE / W. Sheu [and et al.] // *Astrophysical Journal*. – 2024. – V. 973, № 1. – 10 p.
99. Зельдович Я. Б. Теория тяготения и эволюция звезд / Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. – М. : Наука, 1971. – 484 с.
100. Зельдович Я. Б. Строение и эволюция Вселенной / Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. – М. : Наука, 1975. – 736 с.
101. Долгов А. Д. Космология ранней Вселенной / А. Д. Долгов, Я. Б. Зельдович, М. В. Сажин. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1988. – 199 с.

102. Многоканальная астрономия / Ред.-сост. А. М. Черепашук. – Фрязино : Век 2, 2019. – 528 с.
103. Агекян Т. А. Звезды, галактики, Метагалактика / Т. А. Агекян. – М. : Наука, 1982. – 416 с.
104. Климишин И. А. Астрономия наших дней / И. А. Климишин. – М. : Наука, 1986. – 560 с.
105. Засов А.В. Общая астрофизика / А. В. Засов, К. А. Постнов. – М.: Фрязино, 2006. – 496 с.
106. Barnacka A. Strongly lensed jets, time delays and the value of  $H_0$  / A. Barnacka [and et al.] // *The Astrophysical Journal*. – 2015. – V. 799. – 10 p.
107. Bora K. The Hubble constant from galaxy cluster scaling-relation and SNe Ia observations: a consistency test / K. Bora, R. F. I. Holanda // *The European Physical Journal C*. – 2023. – V. 83. – 8 p.
108. Куимов К. В. Небо и телескоп / К. В. Куимов [и др.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 424 с.
109. Воронцов-Вельяминов Б. А. Внегалактическая астрономия / Б. А. Воронцов-Вельяминов. – М. : Наука, 1978. – 480 с.
110. Сурдин В. Г. Разведка далеких планет / В. Г. Сурдин. – 5-е изд., испр. и доп. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2022. – 364 с.
111. Catalogue of Exoplanets // *Encyclopedia of Exoplanetary Systems*: сайт. – URL: <https://exoplanet.eu/catalog/> (дата обращения: 24.03.2025).
112. Захаров А. Ф. Гравитационное микролинзирование / А. Ф. Захаров, М. В. Сажин // *УФН*. – 1998. – Т. 168, № 10. – С. 1041–1082.
113. Захаров А. Ф. Поиски экзопланет с помощью гравитационного микролинзирования / А. Ф. Захаров // *УФН*. – 2011. – Т. 181, № 10. – С. 1114–1122.
114. Tsapras Y. Microlensing searches for exoplanets / Y. Tsapras // *Geoscience*. – 2018. – V. 365, № 8. – 34 p.
115. Shin I.-G. A super-Jupiter microlens planet characterized by high-cadence KMTNet microlensing survey observations of OGLE-2015-BLG-0954 / I.-G. Shin [and et al.] // *Journal of the Korean Astronomical Society*. – 2016. – V. 49. – P. 73-81.
116. Han Ch. MOA-2022-BLG-249Lb: Nearby microlensing super-Earth planet detected from high-cadence survey / Ch. Han [and et al.] // *A&A*. – 2023. — V. 674. — 10 p.
117. Mroz P. A Neptune-mass free-floating planet candidate discovered by microlensing survey / P. Mroz [and et al.] // *The Astronomical Journal*. – 2018. — V. 155, № 3. — 6 p.
118. Mroz P. Two new free-floating or wide-orbit planets from microlensing / P. Mroz [and et al.] // *A&A*. – 2019. — V. 622. — 8 p.
119. Аптекарь Р. Л. Космические гамма-всплески и мягкие гамма-репитеры — наблюдения и моделирование экстремальных астрофизических процессов / Р. Л. Аптекарь [и др.] // *УФН*. – 2019. – Т. 189, № 8. – С. 785–802.

120. Постнов К. А. Космические гамма-всплески / К. А. Постнов // УФН. – 1999. – Т. 169, № 5. – С. 545–558.
121. Koshut T. M. Gamma-ray burst precursor activity as observed with BATSE // T. M. Koshut [and et al.] // The Astrophysical Journal. – 1995. – V. 452. – P. 145–155.
122. Stern B. E. GRB 221009A, its precursor and two afterglows in the Fermi data / B. E. Stern, I. I. Tkachev // Astrophysics and Cosmology. – 2023. – V. 118, № 8. – P. 562–569.
123. Abbott B. P. Multi-messenger observations of a binary neutron star merger / B. P. Abbott [and et al.] // The Astrophysical Journal Letters. – 2017. – V. 848, № 2. – 59 p.
124. Gendre D. The ultra-long gamma-ray burst 111209A: The collapse of a blue supergiant? / B. Gendre [and et al.] // The Astrophysical Journal. – 2013. – V. 766. – 9 p.
125. Tikhomirova Ya. Yu. Superlong gamma-ray bursts / Ya. Yu. Tikhomirova, B. E. Stern // Astronomy Letters. – 2005. – V. 31, № 5. – P. 291–298.
126. Mirzoyan R. Brief history of ground-based very high energy gamma-ray astrophysics with atmosphere air Cherenkov telescopes / R. Mirzoyan // Astroparticle Physics. – 2014. – V. 53. – P. 91–99.
127. Росси Б. Космические лучи / Б. Росси. – М. : Атомиздат, 1966. – 236 с.
128. Мурзин В. С. Астрофизика космических лучей: учебное пособие для ВУЗов / В. С. Мурзин. – М.: Университетская книга; Логос, 2007. – 488 с.
129. Budnev N. M. TAIGA — an advanced hybrid detector complex for astroparticle physics and high energy gamma-ray astronomy / N. M. Budnev [and et al.] // SciPost Phys. Proc. – 2023. – № 13. – 10 p.
130. Refsdal S. The gravitational lens effect / S. Refsdal // MNRAS. – 1964. – V. 128, № 4. – P. 295–306.
131. Сурдин В. Г. Звезды / ред.-сост. В. Г. Сурдин. – Изд. 4-е, испр. и доп. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2023. – 436 с.
132. Панчук В. Е. Спектроскопия звезд в наземном ультрафиолете. II. Атмосферы / В. Е. Панчук, В. Г. Клочкова, М. В. Юшкин // Астрофизический бюллетень. – 2010. – Т. 65, № 2. – С. 184–196.
133. Гершберг Р. Е. Физика звезд средних и малых масс с активностью солнечного типа / Р. Е. Гершберг, Н. И. Клиорин, Л. А. Пустильник, А. А. Шляпников. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2020. – 768 с.
134. Korhonen H. Hunting for stellar coronal mass ejections / H. Korhonen [and et al.] // International Astronomical Union. – 2017. – V. 12. – P. 198–203.

135. Alvarado-Gomez J. D. Suppression of coronal mass ejections in active stars by an overlying large-scale magnetic field: A numerical study / J. D. Alvarado-Gomez [and et al.] // *The Astrophysical Journal*. – 2018. – V. 862, № 2. – 12 p.
136. Belenkaya E. S. Interaction of the exoplanet Hat-P-11b with stellar wind / E. S. Belenkaya // *Astronomy Reports*. – 2023. – V. 67, № 11. – P. 1091–1095.
137. Саванов И. С. Активность звезд с планетными системами и ее влияние на потерю атмосферы горячими экзопланетами / И. С. Саванов, В. И. Шематович // *Астрофизический бюллетень*. – 2021. – Т. 76, № 4. – С. 533–557.
138. Прист Э. Магнитное пересоединение: магнитогидродинамическая теория и приложения / Э. Прист, Т. Форбс. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 592 с.
139. Mason E. I. Observations of Solar coronal rain in null point topologies / E. I. Mason, S. K. Antiochos, N. M. Viall // *The Astrophysical Journal Letters*. – 2019. – V. 874, № 2. – 10 p.
140. Рубцов А. В. Структура коронального выброса массы в межпланетном пространстве: Анализ данных IMAGE/EUV / А. В. Рубцов, С. А. Анфиногентов // *Труды XVIII Конференции молодых ученых «Взаимодействие полей и излучения с веществом»: Секция А «Астрофизика и физика Солнца» (Иркутск, 1–7 сентября 2024 г.)*. – Иркутск: Издательский отдел ИСЗФ СО РАН, 2024 г. – С. 77–79.
141. Чижевский А. Л. Земное эхо солнечных бурь / А. Л. Чижевский. – М. : Мысль, 1976. – 367 с.
142. Кузнецов В. Д. Космическая погода и риски космической деятельности / В. Д. Кузнецов // *Космическая техника и технологии*. – 2014. – № 3. – С. 3–13.
143. Mishin V. V. Midlatitude bursts of PiB geomagnetic pulsations and night airglow during stormtime sawtooth events / V. V. Mishin [and et al.] // *Advanced in Space Research*. – 2024. – V. 73, № 7. – P. 3708–3721.
144. Boteler D. H. A 21<sup>st</sup> century view of the March 1989 magnetic storm / D. H. Boteler // *Space Weather*. – 2019. – V. 17. – P. 1427–1441.
145. Еселевич В. Г. О возможном различии в формировании корональных выбросов массы двух типов / В. Г. Еселевич, М. В. Еселевич, И. В. Зимовец // *Солнечно-земная физика*. – 2022. – Т. 8, № 2. – С. 12–22.
146. Sheeley N. R. Continuous tracking of coronal outflows: Two kinds of coronal mass ejections / N. R. Sheeley [and et al.] // *Journal of Geophysics Research*. – 1999. – V. 104, № A11. – P. 24739–24767.
147. Stanislavsky A. A. CMEs and frequency cutoff of solar bursts / A. A. Stanislavsky [and at al.] // *Sun and Geosphere*. – 2016. – V. 11, № 2. – P. 91–95.

148. Stanislavsky A. A. Parker Solar Probe detects solar radio bursts related with a behind-the-limb active region / A. A. Stanislavsky [and et al.] // *A&A*. – 2021. – V. 657, A. 21. – 8 p.
149. Brazhenko A. I. An unusual Solar burst decameter wavelength. 1. Observations / A. I. Brazhenko [and et. al] // *Radio Physics and Radio Astronomy*. – 2012. – V.17, №2. – P. 90–105.
150. Melnik V. N. Unusual Solar radio burst observed at decameter wavelength / V. N. Melnik [and et al.] // *Solar Physics*. – 2014. – V. 289, № 1. – P. 263-278.
151. Обридко В. Н. Структура солнечного цикла и циклов активности звезд поздних спектральных типов / В. Н. Обридко, Д. Д. Соколов, М. М. Кацова // *Астрономический журнал*. – 2023. – Т. 100, № 12. – С. 1311–1321.
152. Hudson H. S. Carrington events / H. S. Hudson // *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*. – 2021. – V. 59. – P. 445–477.
153. Шкловский И. С. Звезды: Их рождение, жизнь и смерть / И. С. Шкловский. – М.: Наука, 1984. – 384 с.
154. Тутуков А. В. Эволюция тесных двойных звезд: теория и наблюдения / А. В. Тутуков, А. М. Черепашук // *УФН*. – 2020. – Т. 190, № 3. – С. 225–263.
155. Черепашук А. М. Рентгеновская астрономия и тесные двойные звезды / А. М. Черепашук // *Астрономический журнал*. – 2023. – Т. 100, № 9. – С. 748–760.
156. Гоффмейстер К. Переменные звезды / К. Гоффмейстер, Г. Рихтер, В. Венцель. – М. : Наука, 1990. – 360 с.
157. Цесевич В. П. Переменные звезды и их наблюдение / В. П. Цесевич. – М. : Наука, 1980. – 176 с.
158. Woosley S. E. Gamma-ray bursts and type Ic Supernovae SN 1998bw / S. E. Woosley, R. G. Eastman, B. P. Schmidt // *The Astrophysical Journal*. – 1999. – V. 516, № 2. – P. 788–796.
159. Thorne K. S. Red giants and supergiants with degenerate neutron core / K. T. Thorne, A. N. Zytkov // *The Astrophysical Journal*. – 1975. – V. 199. – P. 19–24.
160. Thorne K. S. Stars with degenerate neutron cores. I. Structure of equilibrium models / K. T. Thorne, A. N. Zytkov // *The Astrophysical Journal*. – 1975. – V. 212. – P. 832–858.
161. Farmer R. Observational predictions for Thorne-Zytkov objects / R. Farmer [and et al.] // *MNRAS*. – V. 524, № 2. – P. 1692–1709.
162. Черепашук А. М. Звезды Вольфа-Райе и релятивистские объекты / А. М. Черепашук // *УФН*. – 2002. – Т. 172, № 8. – С. 959–963.
163. Федорюк М. В. Метод перевала / М. В. Федорюк. – М. : ЛЕНАНД, 2022. – 368 с.