

ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертацию Нгуена Дык Миня на тему: «Математические модели и алгоритмы решения задач о покрытии и упаковке для поверхностей вращения», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Актуальность исследования. Анализ и эффективное распределение ресурсов на заданных пространственных областях составляют одну из фундаментальных проблем современной прикладной математики и исследования операций. С точки зрения математики эти проблемы могут быть сформулированы как задачи размещения: нахождение оптимального расположения объектов в заданном множестве. Среди них двумя наиболее значимыми и широко изучаемыми классами являются задачи построения минимальных покрытий и максимальных (плотных) упаковок.

Однако в современных приложениях появляются задачи, не укладывающиеся в классические постановки. Это требует новых подходов, включающих, в частности, переход к сложным поверхностям и использование геодезических кругов, а также учёт неевклидовой метрики.

Так, поверхности вращения являются естественными моделями во многих областях: от формы планет и спутников (эллипсоид) до инженерных конструкций (резервуары, корпуса). Для этих поверхностей, за исключением сферы, неизвестны универсальные и эффективные методы решения задач покрытия и упаковки, а алгоритмы, разработанные для сферы, либо неприменимы, либо не гарантируют нахождение решений, близких к оптимальным. При размещении объектов непосредственно на поверхности, их зона действия естественным образом описывается не шаром в трехмерном пространстве, а геодезическим кругом. Задачи упаковки и покрытия геодезическими кругами для поверхностей, отличных от сферы, мало изучены. В логистике, робототехнике или при моделировании распространения сигнала в неоднородной среде, важным фактором является не геометрическое расстояние, а минимальное время или стоимость перемещения между точками. Это требует введения специальной

неевклидовой метрики, что кардинально меняет свойства задачи и делает непригодными большинство известных методов, основанных на евклидовой геометрии. Работ, посвященных задачам покрытия и упаковки на поверхностях с неевклидовыми метриками, крайне мало. Диссертационная работа Нгуена Д.М. восполняет этот пробел и направлена на разработку модельно-алгоритмического инструментария для этого класса задач. Актуальность исследований не вызывает сомнений.

Оценка содержания работы. Диссертация представляет собой законченное научное исследование, в котором последовательно решен комплекс взаимосвязанных задач.

В первой главе проведен содержательный аналитический обзор литературы, который демонстрирует глубокое понимание соискателем современного состояния проблемы. Корректно выделены как классические результаты, так и открытые задачи, что служит обоснованием выбора направления диссертационного исследования.

Во второй главе выполнена математическая формализация задач покрытия и упаковки для поверхностей вращения (сферы, эллипсоида, цилиндра, конуса) в виде задач непрерывной оптимизации. Особо следует отметить учет неевклидовой метрики, задаваемой минимальным временем перемещения. Существенным теоретическим результатом является доказательство утверждений о свойствах геодезического расстояния, на основе которых разработан оригинальный метод построения начального приближения для построения покрытия и упаковки геодезических кругов в сферический сегмент. Этот метод, включающий построение косоугольной проекции сферического сегмента на плоскость, нахождение плоского покрытия или упаковки и последующее итеративное улучшение, является эффективным и не имеет прямых аналогов.

Разработанные на основе оптико-геометрического подхода (принципы Ферма и Гюйгенса) алгоритмы построения геодезических диаграмм Вороного и решения задач покрытия и упаковки являются основным алгоритмическим вкладом автора. Для последних доказаны теоремы о релаксационности.

В третьей главе описан комплекс программ, реализующий разработанные алгоритмы. Проведенные вычислительные эксперименты для

различных поверхностей и метрик подтверждают работоспособность и точность алгоритмов. Статистическая обработка результатов, показавшая соответствие отклонений гамма-распределению, служит дополнительным подтверждением достоверности результатов.

Четвертая глава посвящена решению прикладных задач. Особенно следует отметить разнообразие рассмотренных областей применения: от медицинской физики (оптимизация конфигурации гамма-ножа) до проектирования оптических систем и космической техники. Тем не менее, автору удалось описать столь разные прикладные задачи с помощью похожих математических моделей покрытия и упаковки.

Список литературы весьма обширен и включает в себя 255 работ, от классических до современных.

Содержание автореферата соответствует содержанию диссертации.

Научная новизна исследования заключается в том, что впервые построены математические модели задач покрытия и упаковки для поверхностей вращения в виде задач непрерывной оптимизации, допускающие использование неевклидовой метрики; разработаны численные алгоритмы построения геодезических диаграмм Вороного на поверхностях вращения на основе оптико-геометрического подхода; доказаны утверждения о свойствах геодезического расстояния на сфере, позволившие создать эффективный метод построения начального приближения на основе косоугольной проекции и плоских покрытий и упаковок. Кроме того, создан программный комплекс для решения задач покрытия и упаковки для различных поверхностей и метрик.

Обоснованность и достоверность результатов обеспечена корректным использованием современного математического аппарата, строгими доказательствами, верификацией алгоритмов на тестовых примерах и сопоставлением с известными оптимальными или наилучшими известными решениями.

Теоретическая значимость работы состоит в развитии методов математического моделирования, численной оптимизации и вычислительной геометрии для задач размещения на многообразиях. Так, в части математического моделирования предложенная единая математическая формализация задач покрытия и упаковки для поверхностей второго порядка

с различными метриками представляет собой новый формальный аппарат, который может быть использован при постановке аналогичных задач для других типов поверхностей. В теории оптимизации предложенные алгоритмы расширяют класс задач покрытия и упаковки для поверхностей, которые могут быть эффективно решены. В области вычислительной геометрии разработан новый подход к построению геодезических диаграмм Вороного на произвольных поверхностях вращения, который расширяет существующие методы, ранее применявшиеся в основном для плоскости и сферы.

Практическая значимость подтверждается решением прикладных задач с использованием созданного комплекса программ «ПУПоВ» и наличием актов о внедрении. Программный продукт и опубликованные алгоритмы могут быть востребованы в научных исследованиях и инженерной практике.

Апробация и публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 16 научных работах, в том числе в 4 статьях в рецензируемых журналах из Перечня ВАК и 4 статьях в изданиях, индексируемых в международных базах данных WoS и Scopus. Теоретические и практические положения исследования были представлены и получили положительную оценку на восьми представительных российских и международных научных конференциях.

Автором получено три свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ, а также сертификат победителя первого этапа челлендж-конкурса по решению прикладных задач в рамках 23-й Международной конференции MOTOR-2024. Кроме того, имеются акты внедрения, подтверждающие использование разработанных методов в учебном процессе Иркутского национального исследовательского технического университета и в практической деятельности вьетнамской компании ONLIFE TST Co.

Соответствие паспорту специальности. Диссертация полностью соответствует паспорту специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки), а именно, пунктам:

1 «Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений»,

3 «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента»

8 «Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента».

Замечания. Несмотря на общее положительное впечатление, к работе имеется ряд замечаний.

1. Одним из значимых научных достижений диссертации является простой и эффективный метод построения начального приближения при решении задач о покрытии и упаковке для сферического сегмента. К сожалению, все прочие рассмотренные задачи, насколько можно судить, решались с использованием метода мултистарта. Между тем, известны и другие подходы, позволяющие повысить точность финального решения, например, за счет избыточной генерации начальных положений центров элементов покрытия/упаковки с их последующим прореживанием. Почему-то такие подходы не использовались и не упоминались.
2. В методе мултистарта для генерации начального размещения используется датчик случайных чисел. В результате ответ в задаче, качество покрытия или упаковки, тоже случайная величина. Было бы полезно рассматривать для этой величины не только наилучший результат из серии испытаний, но также среднее значение и дисперсию. Это, в частности, позволило бы косвенным образом оценить качество результата при отсутствии материала для сравнения. Насколько обоснованным является число испытаний, указанное в диссертации?
3. Автор для наименования группы численных методов решения рассмотренных задач, основанных на принципе отталкивания центров шаров (кругов) друг от друга и от границы множества, использует наименование "бильярдное моделирование". Этот термин не относится к числу общепринятых и представляется спорным.
4. В диссертации неоднократно говорится о равномерной сетке применительно к дискретизации, которая вводится на сфере, конусе, цилиндре с заданным шагом по углу. Вряд ли подобное наименование

здесь является оправданным: фактически, чем дальше от полюса, тем больше расстояние между узлами.

Отметим, что указанные замечания носят частный характер и не умаляют общих высоких оценок проделанной работы.

Заключение

Диссертационная работа Нгуена Дык Миня «Математические модели и алгоритмы решения задач о покрытии и упаковке для поверхностей вращения» представляет собой завершенное научное исследование, в котором решена актуальная научная проблема, имеющая теоретическое и практическое значение. Результаты работы обладают научной новизной и прошли достаточную апробацию.

Диссертационная работа полностью соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. №842 (ред. от 16.10.2024), предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Нгуен Дык Минь, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Доктор физико-математических наук
профессор, главный научный сотрудник
ИМ СО РАН



*Закончить работу
Кочетов Ю. А.
Для документа
ИМ СО РАН
Э. В. Зорина
12.11.2025*

«07» _ноября_ 2025 г.

Кочетов Ю. А.

Фамилия, имя, отчество лица, предоставившего отзыв:

Кочетов Юрий Андреевич

Почтовый адрес: 630090, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, просп. Академика Коптюга, 4, Новосибирск, Россия.

Телефон: +7 (383) 329 75 83

Адрес электронной почты: jkochet@math.nsc.ru

Наименование организации, работником которой является лицо,

представившее отзыв: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук

Должность: Главный научный сотрудник